

CHUYÊN ĐỀ  
ĐƯỜNG TRÒN

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT.

1. Phương trình đường tròn.

- Phương trình đường tròn (C) tâm  $I(a; b)$ , bán kính  $R$  là  $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$

Dạng khai triển của (C) là  $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$  với  $c = a^2 + b^2 - R^2$

- Phương trình  $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$  với điều kiện  $a^2 + b^2 - c > 0$ , là phương trình đường tròn tâm  $I(a; b)$  bán kính  $R = \sqrt{a^2 + b^2 - c}$

2. Phương trình tiếp tuyến :

Cho đường tròn (C) :  $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$

- Tiếp tuyến  $\Delta$  của (C) tại điểm  $M(x_0; y_0)$  là đường thẳng đi qua M và vuông góc với IM nên phương trình :  $\Delta : (x_0 - a)(x - a) + (y_0 - b)(y - b) = R^2$
- $\Delta : ax + by + c = 0$  là tiếp tuyến của (C)  $\Leftrightarrow d(I, \Delta) = R$
- Đường tròn (C) :  $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$  có hai tiếp tuyến cùng phương với Oy là  $x = a \pm R$ . Ngoài hai tiếp tuyến này các tiếp tuyến còn lại đều có dạng :  $y = kx + m$

Câu 1: Đường tròn tâm  $I(a; b)$  và bán kính  $R$  có dạng:

- A.  $(x + a)^2 + (y + b)^2 = R^2$ .      B.  $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$ .  
C.  $(x - a)^2 + (y + b)^2 = R^2$ .      D.  $(x + a)^2 + (y - b)^2 = R^2$ .

Lời giải

Chọn B.

Xem lại kiến thức sách giáo khoa.

Câu 2: Đường tròn tâm  $I(a; b)$  và bán kính  $R$  có phương trình  $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$  được viết lại thành  $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$ . Khi đó biểu thức nào sau đây đúng?

- A.  $c = a^2 + b^2 - R^2$ .      B.  $c = a^2 - b^2 - R^2$ .      C.  $c = -a^2 + b^2 - R^2$ .      D.  $c = R^2 - a^2 - b^2$ .

Lời giải

Chọn A.

Xem lại kiến thức sách giáo khoa.

Câu 3: Điều kiện để (C) :  $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$  là một đường tròn là

- A.  $a^2 + b^2 - c^2 > 0$ .      B.  $a^2 + b^2 - c^2 \geq 0$ .      C.  $a^2 + b^2 - c > 0$ .      D.  $a^2 + b^2 - c \geq 0$ .

Lời giải

Chọn C.

Xem lại kiến thức sách giáo khoa.

Câu 4: Cho đường tròn có phương trình (C) :  $x^2 + y^2 + 2ax + 2by + c = 0$ . Khẳng định nào sau đây là sai?

- A. Đường tròn có tâm là  $I(a; b)$ .  
B. Đường tròn có bán kính là  $R = \sqrt{a^2 + b^2 - c}$ .  
C.  $a^2 + b^2 - c > 0$ .  
C. Tâm của đường tròn là  $I(-a; -b)$ .

Lời giải

**Chọn A.**

Xem lại kiến thức sách giáo khoa.

**Câu 5:** Cho đường thẳng  $\Delta$  tiếp xúc với đường tròn  $(C)$  có tâm  $I$ , bán kính  $R$  tại điểm  $M$ , khẳng định nào sau đây sai?

A.  $d_{(I;\Delta)} = R$ .

B.  $d_{(I;\Delta)} - IM = 0$ .

C.  $\frac{d_{(I;\Delta)}}{R} = 1$ .

D.  $IM$  không vuông góc với  $\Delta$ .

**Lời giải**

**Chọn D.**

Xem lại kiến thức sách giáo khoa.

**Câu 6:** Cho điểm  $M(x_0; y_0)$  thuộc đường tròn  $(C)$  tâm  $I(a; b)$ . Phương trình tiếp tuyến  $\Delta$  của đường tròn  $(C)$  tại điểm  $M$  là

A.  $(x_0 - a)(x + x_0) + (y_0 - b)(y + y_0) = 0$ .

B.  $(x_0 + a)(x - x_0) + (y_0 + b)(y - y_0) = 0$ .

C.  $(x_0 - a)(x - x_0) + (y_0 - b)(y - y_0) = 0$ .

D.  $(x_0 + a)(x + x_0) + (y_0 + b)(y + y_0) = 0$ .

**Lời giải**

**Chọn C.**

Xem lại kiến thức sách giáo khoa.

**Câu 7:** Đường tròn  $x^2 + y^2 - 10x - 11 = 0$  có bán kính bằng bao nhiêu?

A. 6.

B. 2.

C. 36.

D.  $\sqrt{6}$ .

**Lời giải**

**Chọn A.**

Ta có  $x^2 + y^2 - 10x - 11 = 0 \Leftrightarrow (x - 5)^2 + y^2 = 6^2$

Vậy bán kính đường tròn  $R = 6$ .

**Câu 8:** Một đường tròn có tâm  $I(3; -2)$  tiếp xúc với đường thẳng  $\Delta: x - 5y + 1 = 0$ . Hỏi bán kính đường tròn bằng bao nhiêu?

A. 6.

B.  $\sqrt{26}$ .

C.  $\frac{14}{\sqrt{26}}$ .

D.  $\frac{7}{13}$ .

**Lời giải**

**Chọn C.**

Do đường tròn tiếp xúc với đường thẳng  $\Delta$  nên  $R = d(I, \Delta) = \frac{|3 - 5 \cdot (-2) + 1|}{\sqrt{1^2 + (-5)^2}} = \frac{14}{\sqrt{26}}$ .

**Câu 9:** Một đường tròn có tâm là điểm  $O(0; 0)$  và tiếp xúc với đường thẳng  $\Delta: x + y - 4\sqrt{2} = 0$ . Hỏi bán kính đường tròn đó bằng bao nhiêu?

A.  $\sqrt{2}$

B. 1

C. 4

D.  $4\sqrt{2}$

**Lời giải**

**Chọn C.**

Do đường tròn tiếp xúc với đường thẳng  $\Delta$  nên  $R = d(O, \Delta) = \frac{|0 + 0 - 4\sqrt{2}|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = 4$ .

**Câu 10:** Đường tròn  $x^2 + y^2 - 5y = 0$  có bán kính bằng bao nhiêu?

A.  $\sqrt{5}$

B. 25.

C.  $\frac{5}{2}$

D.  $\frac{25}{2}$ .

**Lời giải**

**Chọn C.**

$$x^2 + y^2 - 5y = 0 \Leftrightarrow \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + y^2 = \frac{25}{4} \text{ có bán kính } R = \frac{5}{2}.$$

**Câu 11:** Phương trình nào sau đây là phương trình đường tròn?

- A.  $x^2 + y^2 - 2x - 8y + 20 = 0$ .    B.  $4x^2 + y^2 - 10x - 6y - 2 = 0$ .  
 C.  $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0$ .    D.  $x^2 + 2y^2 - 4x - 8y + 1 = 0$ .

**Lời giải**

**Chọn C.**

Ta có  $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0 \Leftrightarrow (x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 25$ .

**Chú ý:** Phương trình  $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$  là phương trình của 1 đường tròn khi và chỉ khi  $a^2 + b^2 - c > 0$ .

**Câu 12:** Tìm tọa độ tâm đường tròn đi qua 3 điểm  $A(0;4), B(2;4), C(4;0)$ .

- A.  $(0;0)$ .    B.  $(1;0)$ .    C.  $(3;2)$ .    D.  $(1;1)$ .

**Lời giải**

**Chọn D.**

Gọi  $I(a;b)$  để  $I$  là tâm đường tròn đi qua ba điểm  $A(0;4), B(2;4), C(4;0)$  thì

$$\begin{cases} IA = IB \\ IA = IC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + (4-b)^2 = (2-a)^2 + (4-b)^2 \\ a^2 + (4-b)^2 = (4-a)^2 + b^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \end{cases}$$

Vậy tâm  $I(1;1)$

**Câu 13:** Tìm bán kính đường tròn đi qua 3 điểm  $A(0;4), B(3;4), C(3;0)$ .

- A. 5.    B. 3.    C.  $\frac{\sqrt{10}}{2}$ .    D.  $\frac{5}{2}$ .

**Lời giải**

**Chọn D.**

Gọi  $I(a;b)$  để  $I$  là tâm đường tròn đi qua ba điểm  $A(0;4), B(3;4), C(3;0)$  thì

$$IA = IB = IC = R \Leftrightarrow \begin{cases} IA = IB \\ IA = IC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + (4-b)^2 = (3-a)^2 + (4-b)^2 \\ a^2 + (4-b)^2 = (3-a)^2 + b^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{3}{2} \\ b = 2 \end{cases}$$

Vậy tâm  $I(1.5;2)$ , bán kính  $R = IA = \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 + (4-2)^2} = \frac{5}{2}$

**Câu 14:** Phương trình nào sau đây **không phải** là phương trình đường tròn ?

- A.  $x^2 + y^2 - x + y + 4 = 0$     B.  $x^2 + y^2 - y = 0$   
 C.  $x^2 + y^2 - 2 = 0$ .    D.  $x^2 + y^2 - 100y + 1 = 0$ .

**Lời giải**

**Chọn A.**

Ta có  $x^2 + y^2 - x + y + 4 = 0 \Leftrightarrow \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 = -\frac{7}{2} < 0$ .

**Câu 15:** Tìm tọa độ tâm đường tròn đi qua 3 điểm  $A(0;5), B(3;4), C(-4;3)$ .

- A.  $(-6;-2)$ .                      B.  $(-1;-1)$ .                      C.  $(3;1)$ .                      D.  $(0;0)$ .

**Lời giải**

**Chọn D.**

Gọi  $I(a;b)$

Do  $I$  là tâm đường tròn đi qua ba điểm  $A(0;5), B(3;4), C(-4;3)$  nên

$$\begin{cases} IA = IB \\ IA = IC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + (5-b)^2 = (3-a)^2 + (4-b)^2 \\ a^2 + (5-b)^2 = (-4-a)^2 + (3-b)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a + b = 0 \\ -2a + b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 0 \end{cases}$$

Vậy tâm  $I(0;0)$ .

**Câu 16:** Đường tròn  $x^2 + y^2 + 4y = 0$  không tiếp xúc đường thẳng nào trong các đường thẳng dưới đây?

- A.  $x - 2 = 0$ .                      B.  $x + y - 3 = 0$ .                      C.  $x + 2 = 0$ .                      D. Trục hoành.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Ta có đường tròn tâm  $I(0;-2)$  bán kính  $R = 2$

Để thấy đường tròn tiếp xúc với ba đường thẳng  $x = 2; x = -2; Ox$

Vậy đáp án là **B**.

**Câu 17:** Đường tròn  $x^2 + y^2 - 1 = 0$  tiếp xúc đường thẳng nào trong các đường thẳng dưới đây?

- A.  $x + y = 0$ .                      B.  $3x + 4y - 1 = 0$ .                      C.  $3x - 4y + 5 = 0$ .                      D.  $x + y - 1 = 0$ .

**Lời giải**

**Chọn D.**

Đường tròn tâm  $I(0;0)$ , bán kính  $R = 1$

Khoảng cách từ tâm đến các đường thẳng ở các đáp án là

$$d_A = 0; d_B = \frac{1}{3} < R; d_C = \frac{5}{3} > R; d_D = 1 = R$$

Vậy đáp án D là đường thẳng tiếp xúc với mặt cầu trên.

**Câu 18:** Tìm bán kính đường tròn đi qua 3 điểm  $A(0;0), B(0;6), C(8;0)$ .

- A. 6.                      B. 5.                      C. 10.                      D.  $\sqrt{5}$ .

**Lời giải**

**Chọn B.**

Gọi  $I(a;b)$  để  $I$  là tâm đường tròn đi qua ba điểm  $A(0;0), B(0;6), C(8;0)$  thì

$$IA = IB = IC = R \Leftrightarrow \begin{cases} IA = IB \\ IA = IC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 = a^2 + (6-b)^2 \\ a^2 + b^2 = (8-a)^2 + b^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 3 \end{cases}$$

Vậy tâm  $I(4;3)$ , bán kính  $R = IA = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$ .

**Câu 19:** Tìm giao điểm 2 đường tròn  $(C_1): x^2 + y^2 - 4 = 0$  và  $(C_2): x^2 + y^2 - 4x - 4y + 4 = 0$

- A.  $(\sqrt{2}; \sqrt{2})$  và  $(\sqrt{2}; -\sqrt{2})$ .                      B.  $(0; 2)$  và  $(0; -2)$ .  
C.  $(2; 0)$  và  $(0; 2)$ .                      D.  $(2; 0)$  và  $(-2; 0)$ .

**Lời giải**

**Chọn C.**

Tọa độ giao điểm của hai đường tròn là nghiệm hệ phương trình

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 4 = x^2 + y^2 - 4x - 4y + 4 \\ x^2 + y^2 - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 - y \\ ((2 - y)^2 + y^2 - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 0 \\ x = 0 \\ y = 2 \end{cases}$$

**Câu 20:** Đường tròn  $x^2 + y^2 - 2x + 10y + 1 = 0$  đi qua điểm nào trong các điểm dưới đây ?

- A. (2;1)                      B. (3;-2)                      C. (-1;3)                      D. (4;-1)

**Lời giải**

**Chọn D.**

Thay lần lượt vào phương trình ta thấy tọa độ điểm ở đáp án D thỏa mãn.

**Câu 21:** Một đường tròn có tâm  $I(1;3)$  tiếp xúc với đường thẳng  $\Delta : 3x + 4y = 0$ . Hỏi bán kính đường tròn bằng bao nhiêu ?

- A.  $\frac{3}{5}$                       B. 1                      C. 3                      D. 15.

**Lời giải**

**Chọn C.**

$$R = d(I, \Delta) = \frac{15}{5} = 3.$$

**Câu 22:** Đường tròn (C):  $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 25$  không cắt đường thẳng nào trong các đường thẳng sau đây?

- A. Đường thẳng đi qua điểm (2;6) và điểm (45;50).  
 B. Đường thẳng có phương trình  $y - 4 = 0$ .  
 C. Đường thẳng đi qua điểm (3;-2) và điểm (19;33).  
 D. Đường thẳng có phương trình  $x - 8 = 0$ .

**Lời giải**

**Chọn D.**

Tâm và bán kính đường tròn là  $I(2;1); R = 5$

Ta có đường thẳng đi qua hai điểm (2;6) và (45;50) là:  $\frac{x-2}{43} = \frac{y-6}{44} \Leftrightarrow 44x - 43y + 170 = 0$

Đường thẳng đi qua hai điểm (3;-2) và (19;33) là:  $\frac{x-3}{16} = \frac{y+2}{35} \Leftrightarrow 35x - 16y - 73 = 0$

Khoảng cách từ tâm đến các đường thẳng là

$$d_A = \frac{215}{\sqrt{3785}} < R; d_B = 3 < R; d_C = \frac{19}{\sqrt{1481}} < R; d_D = 6 > R$$

Vậy đáp án là D.

**Câu 23:** Đường tròn nào dưới đây đi qua 3 điểm  $A(2;0), B(0;6), O(0;0)$ ?

- A.  $x^2 + y^2 - 3y - 8 = 0$ .                      B.  $x^2 + y^2 - 2x - 6y + 1 = 0$ .  
 C.  $x^2 + y^2 - 2x + 3y = 0$ .                      D.  $x^2 + y^2 - 2x - 6y = 0$ .

**Lời giải**