

DẤU CỦA TAM THỨC BẬC HAI – ĐẠI SỐ 10

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT.

1. Tam thức bậc hai

Tam thức bậc hai (đối với x) là biểu thức dạng $ax^2 + bx + c$. Trong đó a, b, c là những số cho trước với $a \neq 0$.

Nghiệm của phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ được gọi là **nghiệm của tam thức bậc hai**

$f(x) = ax^2 + bx + c$; $\Delta = b^2 - 4ac$ và $\Delta' = b^2 - ac$ theo thứ tự được gọi là biệt thức và biệt thức thu gọn của tam thức bậc hai $f(x) = ax^2 + bx + c$.

2. Dấu của tam thức bậc hai

Dấu của tam thức bậc hai được thể hiện trong bảng sau

$f(x) = ax^2 + bx + c, (a \neq 0)$	
$\Delta < 0$	$a.f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$
$\Delta = 0$	$a.f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{b}{2a} \right\}$
$\Delta > 0$	$a.f(x) > 0, \forall x \in (-\infty; x_1) \cup (x_2; +\infty)$
	$a.f(x) < 0, \forall x \in (x_1; x_2)$

Nhận xét: Cho tam thức bậc hai $ax^2 + bx + c$

- $ax^2 + bx + c > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$
- $ax^2 + bx + c \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$
- $ax^2 + bx + c < 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$
- $ax^2 + bx + c \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$

Câu 1: Gọi S là tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 8x + 7 \geq 0$. Trong các tập hợp sau, tập nào **không** là tập con của S ?

- A.** $(-\infty; 0]$. **B.** $[8; +\infty)$. **C.** $(-\infty; -1]$. **D.** $[6; +\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $x^2 - 8x + 7 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 7 \\ x \leq 1 \end{cases}$.

Câu 2: Bảng xét dấu nào sau đây là của tam thức $f(x) = -x^2 - x + 6$?

A.

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$
-----	-----------	------	-----	-----------

$f(x)$	-	0	+	0	-
--------	---	---	---	---	---

B.

x	$-\infty$	-2	3		$+\infty$
$f(x)$	+	0	-	0	+

C.

x	$-\infty$	-3	2		$+\infty$
$f(x)$	-	0	+	0	-

D.

x	$-\infty$	-3	2		$+\infty$
$f(x)$	+	0	-	0	+

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $-x^2 - x + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = 2 \end{cases}$

Hệ số $a = -1 < 0$

Áp dụng định lý về dấu của tam thức bậc hai ta có đáp án C là đáp án cần tìm.

Câu 3: Bảng xét dấu nào sau đây là của tam thức $f(x) = -x^2 + 6x - 9$?

A.

x	$-\infty$	3		$+\infty$
$f(x)$	+	0	-	

B.

x	$-\infty$	3		$+\infty$
$f(x)$	-	0	+	

C.

x	$-\infty$	3		$+\infty$
$f(x)$	-	0	-	

D.

x	$-\infty$	3		$+\infty$
$f(x)$	+	0	+	

Hướng dẫn giải

Chọn C

Tam thức có 1 nghiệm $x = 3$ và hệ số $a = -1 < 0$

Vậy đáp án cần tìm là C

Câu 4: Bảng xét dấu nào sau đây là của tam thức $f(x) = x^2 + 12x + 36$?

A.

x	$-\infty$	-6	$+\infty$
$f(x)$	$-$	0	$+$

B.

x	$-\infty$	-6	$+\infty$
$f(x)$	$+$	0	$-$

C.

x	$-\infty$	-6	$+\infty$
$f(x)$	$+$	0	$+$

D.

x	$-\infty$	-6	$+\infty$
$f(x)$	$-$	0	$-$

Hướng dẫn giải

Chọn C

Tam thức có một nghiệm $x = -6, a = 1 > 0$ đáp án cần tìm là C

Câu 5: Cho tam thức bậc hai $f(x) = x^2 - bx + 3$. Với giá trị nào của b thì tam thức $f(x)$ có hai nghiệm?

A. $b \in [-2\sqrt{3}; 2\sqrt{3}]$.

B. $b \in (-2\sqrt{3}; 2\sqrt{3})$.

C. $b \in (-\infty; -2\sqrt{3}) \cup [2\sqrt{3}; +\infty)$.

D. $b \in (-\infty; -2\sqrt{3}) \cup (2\sqrt{3}; +\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $f(x) = x^2 - bx + 3$ có nghiệm khi $b^2 - 12 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b < -2\sqrt{3} \\ b > 2\sqrt{3} \end{cases}$.

Câu 6: Giá trị nào của m thì phương trình $(m-3)x^2 + (m+3)x - (m+1) = 0$ (1) có hai nghiệm phân biệt?

A. $m \in \left(-\infty; -\frac{3}{5}\right) \cup (1; +\infty) \setminus \{3\}$.

B. $m \in \left(-\frac{3}{5}; 1\right)$.

C. $m \in \left(-\frac{3}{5}; +\infty\right)$.

D. $m \in \mathbb{R} \setminus \{3\}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có (1) có hai nghiệm phân biệt khi $\begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta' > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 3 \\ 5m^2 - 2m - 3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 3 \\ m < -\frac{5}{3} \\ m > 1 \end{cases}$.

Câu 7: Tìm tập xác định của hàm số $y = \sqrt{2x^2 - 5x + 2}$.

- A.** $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right]$. **B.** $[2; +\infty)$. **C.** $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right] \cup [2; +\infty)$. **D.** $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$$\text{Điều kiện } 2x^2 - 5x + 2 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x \leq \frac{1}{2} \end{cases}$$

Vậy tập xác định của hàm số là $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right] \cup [2; +\infty)$.

Câu 8: Các giá trị m để tam thức $f(x) = x^2 - (m+2)x + 8m+1$ đổi dấu 2 lần là

- A.** $m \leq 0$ hoặc $m \geq 28$. **B.** $m < 0$ hoặc $m > 28$. **C.** $0 < m < 28$. **D.** $m > 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

để tam thức $f(x) = x^2 - (m+2)x + 8m+1$ đổi dấu 2 lần khi và chỉ khi

$$\Delta > 0 \Leftrightarrow (m+2)^2 - 4(8m+1) > 0 \Leftrightarrow m^2 - 28m > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 28 \\ m < 0 \end{cases}$$

Câu 9: Tập xác định của hàm số $f(x) = \sqrt{2x^2 - 7x - 15}$ là

- A.** $\left(-\infty; -\frac{3}{2}\right) \cup (5; +\infty)$. **B.** $\left(-\infty; -\frac{3}{2}\right] \cup [5; +\infty)$.
C. $\left(-\infty; -\frac{3}{2}\right] \cup [5; +\infty)$. **D.** $\left(-\infty; \frac{3}{2}\right] \cup [5; +\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$$\text{Điều kiện } 2x^2 - 7x - 15 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 5 \\ x \leq -\frac{3}{2} \end{cases}$$

Vậy tập xác định của hàm số là $\left(-\infty; -\frac{3}{2}\right] \cup [5; +\infty)$.

Câu 10: Dấu của tam thức bậc 2: $f(x) = -x^2 + 5x - 6$ được xác định như sau

- A.** $f(x) < 0$ với $2 < x < 3$ và $f(x) > 0$ với $x < 2$ hoặc $x > 3$.
B. $f(x) < 0$ với $-3 < x < -2$ và $f(x) > 0$ với $x < -3$ hoặc $x > -2$.

C. $f(x) > 0$ với $2 < x < 3$ và $f(x) < 0$ với $x < 2$ hoặc $x > 3$.

D. $f(x) > 0$ với $-3 < x < -2$ và $f(x) < 0$ với $x < -3$ hoặc $x > -2$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có bảng xét dấu

x	$-\infty$	2	3	$+\infty$
$f(x)$	-	0	+	0

Vậy $f(x) > 0$ với $2 < x < 3$ và $f(x) < 0$ với $x < 2$ hoặc $x > 3$.

Câu 11: Tập nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2 - 4x + 3 > 0 \\ x^2 - 6x + 8 > 0 \end{cases}$ là

A. $(-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$. **B.** $(-\infty; 1) \cup (4; +\infty)$. **C.** $(-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$. **D.** $(1; 4)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } \begin{cases} x^2 - 4x + 3 > 0 \\ x^2 - 6x + 8 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 1 \\ x > 3 \\ x < 2 \\ x > 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 1 \\ x > 4 \end{cases}$$

Câu 12: Hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2 + 4x + 3 \geq 0 \\ 2x^2 - x - 10 \leq 0 \\ 2x^2 - 5x + 3 > 0 \end{cases}$ có nghiệm là

A. $-1 \leq x < 1$ hoặc $\frac{3}{2} < x \leq \frac{5}{2}$.

B. $-2 \leq x < 1$.

C. $-4 \leq x < -3$ hoặc $-1 \leq x < 3$.

D. $-1 \leq x \leq 1$ hoặc $\frac{3}{2} < x \leq \frac{5}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } \begin{cases} x^2 + 4x + 3 \geq 0 \\ 2x^2 - x - 10 \leq 0 \\ 2x^2 - 5x + 3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -3 \\ x \geq 1 \\ -2 \leq x \leq \frac{5}{2} \\ x < 1 \\ x > \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 \leq x < 1 \\ \frac{3}{2} < x < \frac{5}{2} \end{cases}$$