

CHUYÊN ĐỀ
TỔNG CỦA HAI VECTO
§2 TỔNG VÀ HIỆU HAI VECTO

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Tổng hai vector

a) Định nghĩa: Cho hai vector $\vec{a}; \vec{b}$. Từ điểm A tùy ý vẽ $\vec{AB} = \vec{a}$ rồi từ B vẽ $\vec{BC} = \vec{b}$ khi đó vector \vec{AC} được gọi là tổng của hai vector $\vec{a}; \vec{b}$.

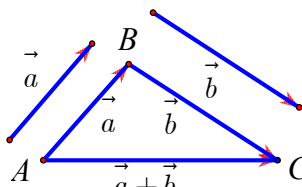
Kí hiệu $\vec{AC} = \vec{a} + \vec{b}$ (Hình 1.9)

b) Tính chất :

+ Giao hoán : $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$

+ Kết hợp : $(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$

+ Tính chất vector - không: $\vec{a} + \vec{0} = \vec{a}, \forall \vec{a}$



Hình 1.9

2. Hiệu hai vector

a) Vector đối của một vector.

Vector đối của vector \vec{a} là vector ngược hướng và cùng độ dài với vector \vec{a}

Kí hiệu $-\vec{a}$

Như vậy $\vec{a} + (-\vec{a}) = \vec{0}, \forall \vec{a}$ và $\vec{AB} = -\vec{BA}$

b) Định nghĩa hiệu hai vector:

Hiệu của hai vector \vec{a} và \vec{b} là tổng của vector \vec{a} và vector đối của vector \vec{b} . Kí hiệu là $\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$

3. Các quy tắc:

Quy tắc ba điểm : Cho A, B, C tùy ý, ta có : $\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$

Quy tắc hình bình hành : Nếu ABCD là hình bình hành thì $\vec{AB} + \vec{AD} = \vec{AC}$

Quy tắc về hiệu vector : Cho O, A, B tùy ý ta có : $\vec{OB} - \vec{OA} = \vec{AB}$

Chú ý: Ta có thể mở rộng quy tắc ba điểm cho n điểm A_1, A_2, \dots, A_n thì

$$\vec{A_1A_2} + \vec{A_2A_3} + \dots + \vec{A_{n-1}A_n} = \vec{A_1A_n}$$

Câu 1. Cho hình bình hành ABCD, với giao điểm hai đường chéo là I. Khi đó:

- A.** $\vec{AB} + \vec{IA} = \vec{BI}$. **B.** $\vec{AB} + \vec{AD} = \vec{BD}$. **C.** $\vec{AB} + \vec{CD} = \vec{0}$. **D.** $\vec{AB} + \vec{BD} = \vec{0}$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $\vec{AB} + \vec{IA} = \vec{IB}$, $\vec{AB} + \vec{AD} = \vec{AC}$, $\vec{AB} + \vec{CD} = \vec{0}$.

Câu 2. Điều kiện nào sau đây không phải là điều kiện cần và đủ để G là trọng tâm của tam giác ABC, với M là trung điểm của BC.

- A.** $\vec{MA} + \vec{MC} = \vec{0}$. **B.** $\vec{AG} + \vec{BG} + \vec{CG} = \vec{0}$. **C.** $\vec{AG} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$. **D.** $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$.

Lời giải

Chọn C.

$\vec{AG} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{AB} + \vec{GC} \neq \vec{0}$ vì hai vec-tơ này không cùng phương.

- Câu 3.** Điều kiện nào dưới đây là điều kiện cần và đủ để điểm O là trung điểm của đoạn AB .
- A. $OA = OB$. B. $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OB}$. C. $\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{BO}$. D. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \vec{0}$.

Lời giải

Chọn D.

Điều kiện cần và đủ để điểm O là trung điểm của đoạn AB là $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \vec{0}$.

- Câu 4.** Cho 4 điểm A, B, C, D . Đẳng thức nào sau đây đúng.
- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}$. B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}$.
 C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$. D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{BC}$.

Lời giải

Chọn C.

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}.$$

- Câu 5.** Chọn khẳng định đúng :
- A. Nếu G là trọng tâm tam giác ABC thì $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.
 B. Nếu G là trọng tâm tam giác ABC thì $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.
 C. Nếu G là trọng tâm tam giác ABC thì $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{AG} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.
 D. Nếu G là trọng tâm tam giác ABC thì $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = 0$.

Lời giải

Chọn B.

- Câu 6.** Chọn khẳng định sai
- A. Nếu I là trung điểm đoạn AB thì $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{BI} = \vec{0}$.
 B. Nếu I là trung điểm đoạn AB thì $\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{IB} = \overrightarrow{AB}$.
 C. Nếu I là trung điểm đoạn AB thì $\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{BI} = \vec{0}$.
 D. Nếu I là trung điểm đoạn AB thì $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$.

Lời giải

Chọn A.

$$\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{BI} = \overrightarrow{BI} + \overrightarrow{IA} = \overrightarrow{BA} \neq \vec{0}.$$

- Câu 7.** Cho các điểm phân biệt A, B, C . Đẳng thức nào sau đây đúng ?
- A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA}$. B. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AC}$. C. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AC}$. D. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BC}$.

Lời giải

Chọn B.

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AC}.$$

- Câu 8.** Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O . Khi đó $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{BO} =$
- A. $\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OB}$. B. \overrightarrow{AB} . C. $\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{DO}$. D. \overrightarrow{CD} .

Lời giải

Chọn D.

$$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{BO} = \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD}.$$

- Câu 9.** Cho tam giác ABC , trọng tâm là G . Phát biểu nào là đúng?
- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$. B. $|\overrightarrow{GA}| + |\overrightarrow{GB}| + |\overrightarrow{GC}| = 0$.
 C. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}| = \overrightarrow{AC}$. D. $|\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}| = 0$.

Lời giải

Chọn D.

$$|\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC}| = |\vec{0}| = 0$$

Câu 10. Cho các điểm phân biệt A, B, C . Đẳng thức nào sau đây đúng ?

- A. $\vec{AB} = \vec{CB} + \vec{CA}$. B. $\vec{BA} = \vec{CA} + \vec{BC}$. C. $\vec{BA} = \vec{BC} + \vec{AC}$. D. $\vec{AB} = \vec{BC} + \vec{CA}$.

Lời giải

Chọn B.

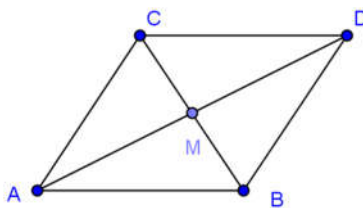
$$\vec{BA} = \vec{BC} + \vec{CA} = \vec{CA} + \vec{BC}$$

Câu 11. Cho tam giác đều ABC cạnh a . Khi đó $|\vec{AB} + \vec{AC}| =$

- A. $a\sqrt{3}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. C. $2a$. D. a .

Lời giải

Chọn A.



Dựng hình bình hành $ABCD$ và gọi M là trung điểm của BC .

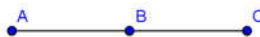
$$\text{Ta có } |\vec{AB} + \vec{AC}| = |\vec{AD}| = AD = 2AM = a\sqrt{3}$$

Câu 12. Gọi B là trung điểm của đoạn thẳng AC . Đẳng thức nào sau đây là đúng?

- A. $\vec{AB} + \vec{CB} = \vec{0}$. B. $\vec{BA} = \vec{BC}$.
C. Hai véc tơ \vec{BA}, \vec{BC} cùng hướng. D. $\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{0}$.

Lời giải

Chọn A.



Do B là trung điểm của đoạn thẳng AC nên $\vec{AB} + \vec{CB} = \vec{0}$.

Câu 13. Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng a . Khi đó $|\vec{AB} + \vec{AD}|$ bằng:

- A. $a\sqrt{2}$. B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. C. $2a$. D. a .

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có: } |\vec{AB} + \vec{AD}| = |\vec{AC}| = AC = a\sqrt{2}$$

Câu 14. Cho hình chữ nhật $ABCD$ biết $AB = 4a$ và $AD = 3a$ thì độ dài $|\vec{AB} + \vec{AD}| = ?$

- A. $7a$. B. $6a$. C. $2a\sqrt{3}$. D. $5a$.

Lời giải

Chọn D.

$$|\overline{AB} + \overline{AD}| = |\overline{AC}| = AC = 5a$$

Câu 15. Cho 6 điểm A, B, C, D, E, F . Đẳng thức nào sau đây đúng.

- A. $\overline{AB} + \overline{CD} + \overline{FA} + \overline{BC} + \overline{EF} + \overline{DE} = \vec{0}$. B. $\overline{AB} + \overline{CD} + \overline{FA} + \overline{BC} + \overline{EF} + \overline{DE} = \overline{AF}$.
 C. $\overline{AB} + \overline{CD} + \overline{FA} + \overline{BC} + \overline{EF} + \overline{DE} = \overline{AE}$. D. $\overline{AB} + \overline{CD} + \overline{FA} + \overline{BC} + \overline{EF} + \overline{DE} = \overline{AD}$.

Lời giải

Chọn A.

$$\overline{AB} + \overline{CD} + \overline{FA} + \overline{BC} + \overline{EF} + \overline{DE} = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DE} + \overline{EF} + \overline{FA} = \vec{0}$$

Câu 16. Gọi G là trọng tâm tam giác vuông ABC với cạnh huyền $BC = 12$. Tổng hai vectơ $\overline{GB} + \overline{GC}$ có độ dài bằng bao nhiêu ?

- A. 2. B. 4. C. 8. D. $2\sqrt{3}$

Lời giải

Chọn B.

Dựng hình bình hành $GBDC$. Gọi M là trung điểm BC .

$$\text{Khi đó ta có } |\overline{GB} + \overline{GC}| = |\overline{GD}| = GD = 2GM = \frac{2}{3}AM = \frac{1}{3}BC = \frac{1}{3} \cdot 12 = 4$$

Câu 17. Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O . Đẳng thức nào sau đây đúng ?

- A. $\overline{AO} + \overline{BO} + \overline{CO} + \overline{DO} = \vec{0}$. B. $\overline{AO} + \overline{BO} + \overline{CO} + \overline{DO} = \vec{0}$.
 C. $\overline{AO} + \overline{OB} + \overline{CO} + \overline{DO} = \vec{0}$. D. $\overline{OA} + \overline{BO} + \overline{CO} + \overline{DO} = \vec{0}$.

Lời giải

Chọn B.

$$\overline{AO} + \overline{BO} + \overline{CO} + \overline{DO} = (\overline{AO} + \overline{CO}) + (\overline{BO} + \overline{DO}) = \vec{0} + \vec{0} = \vec{0}$$

Câu 18. Cho các điểm phân biệt A, B, C, D, E, F . Đẳng thức nào sau đây sai ?

- A. $\overline{AB} + \overline{CD} + \overline{EF} = \overline{AF} + \overline{ED} + \overline{BC}$. B. $\overline{AB} + \overline{CD} + \overline{EF} = \overline{AF} + \overline{ED} + \overline{CB}$.
 C. $\overline{AE} + \overline{BF} + \overline{DC} = \overline{DF} + \overline{BE} + \overline{AC}$. D. $\overline{AC} + \overline{BD} + \overline{EF} = \overline{AD} + \overline{BF} + \overline{EC}$.

Lời giải

Chọn B.

$$\overline{AO} + \overline{BO} + \overline{CO} + \overline{DO} = (\overline{AO} + \overline{CO}) + (\overline{BO} + \overline{DO}) = \vec{0} + \vec{0} = \vec{0}$$

Câu 19. Chỉ ra vectơ tổng $\overline{MN} + \overline{PQ} + \overline{RN} + \overline{NP} + \overline{QR}$ trong các vectơ sau:

- A. \overline{MR} . B. \overline{MQ} . C. \overline{MP} . D. \overline{MN} .

Lời giải

Chọn D.

$$\overline{MN} + \overline{PQ} + \overline{RN} + \overline{NP} + \overline{QR} = \overline{MN} + \overline{NP} + \overline{PQ} + \overline{QR} + \overline{RN} = \overline{MN}$$

Câu 20. Cho G là trọng tâm tam giác ABC vuông, cạnh huyền $BC = 12$. Độ dài vectơ $\overline{GB} + \overline{GC}$ bằng:

- A. 2. B. 8. C. 6. D. 4.

Lời giải

Chọn D.

Dựng hình bình hành $GBDC$. Gọi M là trung điểm BC .

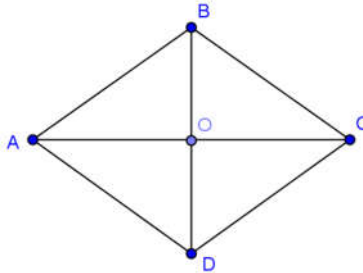
$$\text{Khi đó ta có } |\overline{GB} + \overline{GC}| = |\overline{GD}| = GD = 2GM = \frac{2}{3}AM = \frac{1}{3}BC = \frac{1}{3} \cdot 12 = 4$$

Câu 21. Cho hình thoi $ABCD$ tâm O , cạnh bằng a và góc A bằng 60° . Kết luận nào sau đây đúng:

- A. $|\overline{OA}| = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. B. $|\overline{OA}| = a$. C. $|\overline{OA}| = |\overline{OB}|$. D. $|\overline{OA}| = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn A.



Do tam giác ABC đều nên $|\overline{OA}| = \frac{AB\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

Câu 22. Cho hình bình hành $ABCD$. Đẳng thức nào sau đây **sai** ?

- A. $\overline{AB} = \overline{CD}$. B. $\overline{CA} = \overline{CB} + \overline{CD}$. C. $\overline{AB} + \overline{CD} = \vec{0}$. D. $\overline{BC} = \overline{AD}$.

Lời giải

Chọn A.

$$\overline{AB} = \overline{DC} \neq \overline{CD}$$

Câu 23. Cho 4 điểm A, B, C, O bất kì. Chọn kết quả đúng. $\overline{AB} =$

- A. $\overline{OA} + \overline{OB}$. B. $\overline{OA} - \overline{OB}$. C. \overline{BA} . D. $\overline{AO} + \overline{OB}$.

Lời giải

Chọn A.

$$\overline{AB} = \overline{AO} + \overline{OB}$$

Câu 24. Cho hình chữ nhật $ABCD$, gọi O là giao điểm của AC và BD , phát biểu nào là đúng?

- A. $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC} = \overline{OD}$. B. $\overline{AC} = \overline{BD}$.
C. $|\overline{OA} + \overline{OB} + \overline{OC} + \overline{OD}| = \vec{0}$. D. $\overline{AC} + \overline{DA} = \overline{AB}$.

Lời giải

Chọn D.

$$\overline{AC} + \overline{DA} = \overline{DC} = \overline{AB}$$

Câu 25. Cho hình bình hành $ABCD$ với I là giao điểm của 2 đường chéo. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

- A. $\overline{IA} + \overline{IC} = \vec{0}$. B. $\overline{AB} = \overline{DC}$. C. $\overline{AC} = \overline{BD}$. D. $\overline{AB} + \overline{AD} = \overline{AC}$.

Lời giải

Chọn C.

$\overline{AC} = \overline{BD}$ sai vì hai vec-tơ này không cùng phương.

Câu 26. Cho tam giác ABC . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh AB, AC, BC . Hỏi $\overline{MP} + \overline{NP}$ bằng vec-tơ nào?

- A. \overline{AM} . B. \overline{PB} . C. \overline{AP} . D. \overline{MN} .