

CHUYÊN ĐỀ

TÍCH CỦA HAI VECTO VỚI MỘT SỐ

§3 TÍCH CỦA MỘT VECTO VỚI MỘT SỐ

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Định nghĩa: Tích của vector \vec{a} với số thực $k \neq 0$ là một vector, kí hiệu là $k\vec{a}$, cùng hướng với cùng hướng với \vec{a} nếu $k > 0$, ngược hướng với \vec{a} nếu $k < 0$ và có độ dài bằng $|k||\vec{a}|$

Quy ước: $0\vec{a} = \vec{0}$ và $k\vec{0} = \vec{0}$

2. Tính chất :

- i) $(k + m)\vec{a} = k\vec{a} + m\vec{a}$ ii) $k(\vec{a} \pm \vec{b}) = k\vec{a} \pm k\vec{b}$
iii) $k(m\vec{a}) = (km)\vec{a}$ iv) $k\vec{a} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} k = 0 \\ \vec{a} = \vec{0} \end{cases}$
v) $1\vec{a} = \vec{a}, (-1)\vec{a} = -\vec{a}$

3. Điều kiện để hai vector cùng phương

- \vec{b} cùng phương \vec{a} ($\vec{a} \neq \vec{0}$) khi và chỉ khi có số k thỏa $\vec{b} = k\vec{a}$
- Điều kiện cần và đủ để A, B, C thẳng hàng là có số k sao cho $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AC}$

4. Phân tích một vector theo hai vector không cùng phương.

Cho \vec{a} không cùng phương \vec{b} . Với mọi vector \vec{x} luôn được biểu diễn $\vec{x} = m\vec{a} + n\vec{b}$ với m, n là các số thực duy nhất.

Câu 1: Chọn phát biểu *sai*?

- A. Ba điểm phân biệt A, B, C thẳng hàng khi và chỉ khi $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{BC}, k \neq 0$.
B. Ba điểm phân biệt A, B, C thẳng hàng khi và chỉ khi $\overrightarrow{AC} = k\overrightarrow{BC}, k \neq 0$.
C. Ba điểm phân biệt A, B, C thẳng hàng khi và chỉ khi $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AC}, k \neq 0$.
D. Ba điểm phân biệt A, B, C thẳng hàng khi và chỉ khi $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AC}$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có ba điểm phân biệt A, B, C thẳng hàng khi và chỉ khi $\exists k \in \mathbb{R}, k \neq 0$ sao cho $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AC}$.

Câu 2: Cho tam giác ABC với trung tuyến AM và trọng tâm G . Khi đó $\overrightarrow{GA} =$

- A. $2\overrightarrow{GM}$. B. $\frac{2}{3}\overrightarrow{GM}$. C. $-\frac{2}{3}\overrightarrow{AM}$. D. $\frac{1}{2}\overrightarrow{AM}$.

Lời giải

Chọn C.

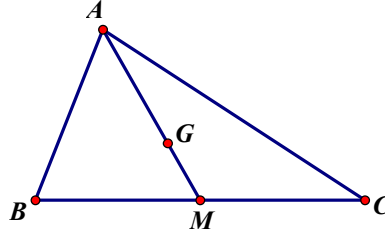
D. Đúng do $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} = 2\overrightarrow{BC} + (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}) = 2\overrightarrow{BC} + \vec{0} = 2\overrightarrow{BC}$.

Câu 9: Cho tam giác ABC , gọi M là trung điểm của BC và G là trọng tâm của tam giác ABC . Đẳng thức vector nào sau đây đúng?

- A. $2\overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{AG}$. B. $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AG}$. C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AG}$. D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{GM}$.

Lời giải

Chọn A.



Ta có $AM = \frac{3}{2}AG$

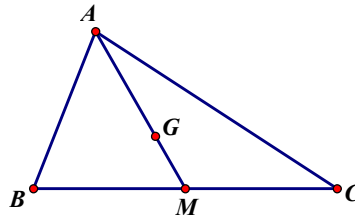
Mặt khác \overrightarrow{AM} và \overrightarrow{AG} cùng hướng $\Rightarrow \overrightarrow{AM} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AG}$ hay $2\overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{AG}$.

Câu 10: Cho tam giác ABC , gọi M là trung điểm của BC và G là trọng tâm của tam giác ABC . Câu nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = 2\overrightarrow{GM}$. B. $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = 2\overrightarrow{GA}$. C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AG}$. D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 3\overrightarrow{AM}$.

Lời giải

Chọn A.



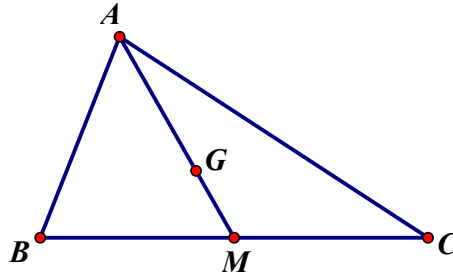
Do M là trung điểm của BC nên ta có: $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = 2\overrightarrow{GM}$.

Câu 11: Nếu G là trọng tâm tam giác ABC thì đẳng thức nào sau đây đúng.

- A. $\overrightarrow{AG} = \frac{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}}{2}$. B. $\overrightarrow{AG} = \frac{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}}{3}$.
 C. $\overrightarrow{AG} = \frac{3(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})}{2}$. D. $\overrightarrow{AG} = \frac{2(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})}{3}$.

Lời giải

Chọn B.



Gọi M là trung điểm của BC nên ta có

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AM}$$

$$\text{Mà } \overrightarrow{AM} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AG} \Rightarrow \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2 \cdot \frac{3}{2}\overrightarrow{AG} = 3\overrightarrow{AG} \Rightarrow \overrightarrow{AG} = \frac{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}}{3}.$$

Câu 12: Điều kiện nào dưới đây là điều kiện cần và đủ để điểm O là trung điểm của đoạn AB .

A. $OA = OB$.

B. $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OB}$.

C. $\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{BO}$.

D. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \vec{0}$.

Lời giải

Chọn D.

Điểm O là trung điểm của đoạn AB khi và chỉ khi $OA = OB$; \overrightarrow{OA} và ngược hướng.

Vậy $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \vec{0}$.

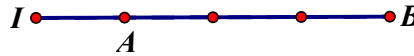
Câu 13: Đẳng thức nào sau đây mô tả đúng hình vẽ bên:

A. $3\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{AB} = \vec{0}$.

B. $3\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$.

C. $\overrightarrow{BI} + 3\overrightarrow{BA} = \vec{0}$.

D. $\overrightarrow{AI} + 3\overrightarrow{AB} = \vec{0}$.



Lời giải

Chọn A.

Ta có $AB = 3AI$; \overrightarrow{AI} và \overrightarrow{AB} ngược hướng nên $\overrightarrow{AB} = -3\overrightarrow{AI} \Leftrightarrow 3\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{AB} = \vec{0}$

Vậy $3\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{AB} = \vec{0}$.

Câu 14: Cho tam giác ABC có trung tuyến BM và trọng tâm G . Khi đó $\overrightarrow{BG} =$

A. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$.

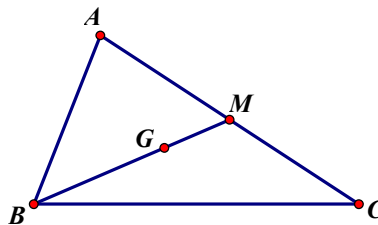
B. $\frac{1}{2}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC})$.

C. $\frac{1}{3}\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$.

D. $\frac{1}{3}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC})$.

Lời giải

Chọn D.



Ta có

$$\overrightarrow{BG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BM} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}) = \frac{1}{3}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}).$$

Câu 15: Gọi CM là trung tuyến của tam giác ABC và D là trung điểm của CM . Đẳng thức nào sau đây đúng?

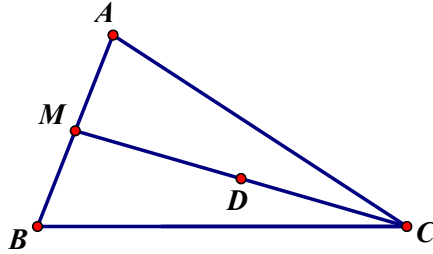
A. $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + 2\overrightarrow{DC} = \vec{0}$.

B. $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} + 2\overrightarrow{DB} = \vec{0}$.

C. $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + 2\overrightarrow{CD} = \vec{0}$.

D. $\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DB} + 2\overrightarrow{DA} = \vec{0}$.

Lời giải

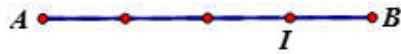


Chọn A.

Ta có

$$\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + 2\overrightarrow{DC} = 2\overrightarrow{DM} + 2\overrightarrow{DC} = 2(\overrightarrow{DM} + \overrightarrow{DC}) = 2\vec{0} = \vec{0}.$$

Câu 16: Cho đoạn thẳng AB và điểm I thỏa mãn $\overrightarrow{IB} + 3\overrightarrow{IA} = \vec{0}$. Hình nào sau đây mô tả đúng giả thiết này?



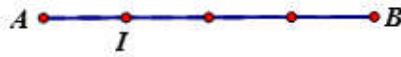
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

A. Hình 1.

B. Hình 2.

C. Hình 3.

D. Hình 4.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $\overrightarrow{IB} + 3\overrightarrow{IA} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{IB} = -3\overrightarrow{IA}$.

Do đó $IB = 3.IA$; \overrightarrow{IA} và \overrightarrow{IB} ngược hướng. Chọn Hình 4.

Câu 17: Cho tam giác ABC có D, M lần lượt là trung điểm của AB, CD . Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} + 2\overrightarrow{MB} = \vec{0}$.

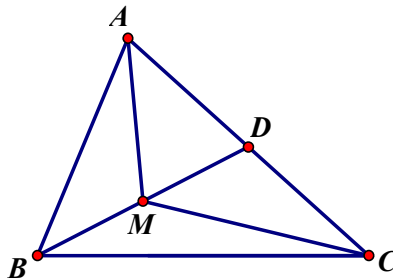
B. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = \vec{0}$.

C. $\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$.

D. $\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{BM} = \vec{0}$.

Lời giải

Chọn A.



Ta có