

**CHUYÊN ĐỀ  
PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG**

**§1. PHƯƠNG TRÌNH TỔNG QUÁT CỦA ĐƯỜNG THẲNG**

**A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT.**

**1. Vectơ pháp tuyến và phương trình tổng quát của đường thẳng :**

**a. Định nghĩa :** Cho đường thẳng  $\Delta$ . Vectơ  $\vec{n} \neq \vec{0}$  gọi là *vectơ pháp tuyến* (VTPT) của  $\Delta$  nếu giá của  $\vec{n}$  vuông góc với  $\Delta$ .

**Nhận xét :**

- Nếu  $\vec{n}$  là VTPT của  $\Delta$  thì  $k\vec{n}$  ( $k \neq 0$ ) cũng là VTPT của  $\Delta$ .

**b. Phương trình tổng quát của đường thẳng**

Cho đường thẳng  $\Delta$  đi qua  $M_0(x_0; y_0)$  và có VTPT  $\vec{n} = (a; b)$ .

Khi đó  $M(x; y) \in \Delta \Leftrightarrow \overrightarrow{MM_0} \perp \vec{n} \Leftrightarrow \overrightarrow{MM_0} \cdot \vec{n} = 0 \Leftrightarrow a(x - x_0) + b(y - y_0) = 0$

$\Leftrightarrow ax + by + c = 0$  ( $c = -ax_0 - by_0$ ) (1)

(1) gọi là *phương trình tổng quát* của đường thẳng  $\Delta$ .

**Chú ý :**

- Nếu đường thẳng  $\Delta : ax + by + c = 0$  thì  $\vec{n} = (a; b)$  là VTPT của  $\Delta$ .

**c) Các dạng đặc biệt của phương trình tổng quát**

- $\Delta$  song song hoặc trùng với trục  $Ox \Leftrightarrow \Delta : by + c = 0$
- $\Delta$  song song hoặc trùng với trục  $Oy \Leftrightarrow \Delta : ax + c = 0$
- $\Delta$  đi qua gốc tọa độ  $\Leftrightarrow \Delta : ax + by = 0$
- $\Delta$  đi qua hai điểm  $A(a; 0), B(0; b) \Leftrightarrow \Delta : \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$  với ( $ab \neq 0$ )
- Phương trình đường thẳng có hệ số góc  $k$  là  $y = kx + m$  với  $k = \tan \alpha$ ,  $\alpha$  là góc hợp bởi tia  $Mt$  của  $\Delta$  ở phía trên trục  $Ox$  và tia  $Mx$

**2. Vị trí tương đối của hai đường thẳng.**

Cho hai đường thẳng  $d_1 : a_1x + b_1y + c_1 = 0$ ;  $d_2 : a_2x + b_2y + c_2 = 0$

- $d_1$  cắt  $d_2$  khi và chỉ khi  $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} \neq 0$
- $d_1 // d_2$  khi và chỉ khi  $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = 0$  và  $\begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix} \neq 0$ , hoặc  $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = 0$  và  $\begin{vmatrix} c_1 & a_1 \\ c_2 & a_2 \end{vmatrix} \neq 0$
- $d_1 \equiv d_2$  khi và chỉ khi  $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} c_1 & a_1 \\ c_2 & a_2 \end{vmatrix} = 0$

**Chú ý:** Với trường hợp  $a_2 \cdot b_2 \cdot c_2 \neq 0$  khi đó

+ Nếu  $\frac{a_1}{b_1} \neq \frac{a_2}{b_2}$  thì hai đường thẳng cắt nhau.

+ Nếu  $\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$  thì hai đường thẳng song song nhau.

+ Nếu  $\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$  thì hai đường thẳng trùng nhau.

## §2. PHƯƠNG TRÌNH THAM SỐ CỦA ĐƯỜNG THẲNG

### 1. Vectơ chỉ phương và phương trình tham số của đường thẳng :

#### a. Định nghĩa vectơ chỉ phương :

Cho đường thẳng  $\Delta$ . Vectơ  $\vec{u} \neq \vec{0}$  gọi là vectơ chỉ phương (VTCP) của đường thẳng  $\Delta$  nếu giá của nó song song hoặc trùng với  $\Delta$ .

**Nhận xét :**

- Nếu  $\vec{u}$  là VTCP của  $\Delta$  thì  $k\vec{u}$  ( $k \neq 0$ ) cũng là VTCP của  $\Delta$ .

- VTPT và VTCP vuông góc với nhau. Do vậy nếu  $\Delta$  có VTCP  $\vec{u} = (a; b)$  thì  $\vec{n} = (-b; a)$  là một VTPT của  $\Delta$ .

#### b. Phương trình tham số của đường thẳng :

Cho đường thẳng  $\Delta$  đi qua  $M_0(x_0; y_0)$  và  $\vec{u} = (a; b)$  là VTCP.

$$\text{Khi đó } M(x; y) \in \Delta \Leftrightarrow \overrightarrow{MM_0} = t\vec{u} \Leftrightarrow \begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \end{cases} \quad t \in R. \quad (1)$$

Hệ (1) gọi là phương trình tham số của đường thẳng  $\Delta$ ,  $t$  gọi là tham số

**Nhận xét :** Nếu  $\Delta$  có phương trình tham số là (1) khi đó  $A \in \Delta \Leftrightarrow A(x_0 + at; y_0 + bt)$

### 2. Phương trình chính tắc của đường thẳng.

Cho đường thẳng  $\Delta$  đi qua  $M_0(x_0; y_0)$  và  $\vec{u} = (a; b)$  (với  $a \neq 0, b \neq 0$ ) là vectơ chỉ phương thì phương

trình  $\frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b}$  được gọi là phương trình chính tắc của đường thẳng  $\Delta$ .

**Câu 1:** Cho phương trình:  $ax + by + c = 0$  (1) với  $a^2 + b^2 > 0$ . Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. (1) là phương trình tổng quát của đường thẳng có vectơ pháp tuyến là  $\vec{n} = (a; b)$ .
- B.  $a = 0$  (1) là phương trình đường thẳng song song hoặc trùng với trục  $ox$ .
- C.  $b = 0$  (1) là phương trình đường thẳng song song hoặc trùng với trục  $oy$ .
- D. Điểm  $M_0(x_0; y_0)$  thuộc đường thẳng (1) khi và chỉ khi  $ax_0 + by_0 + c \neq 0$ .

**Lời giải**

**Chọn D.**

Ta có điểm  $M_0(x_0; y_0)$  thuộc đường thẳng (1) khi và chỉ khi  $ax_0 + by_0 + c = 0$ .

**Câu 2:** Mệnh đề nào sau đây sai? Đường thẳng  $(d)$  được xác định khi biết.

- A. Một vectơ pháp tuyến hoặc một vectơ chỉ phương.
- B. Hệ số góc và một điểm thuộc đường thẳng.
- C. Một điểm thuộc  $(d)$  và biết  $(d)$  song song với một đường thẳng cho trước.
- D. Hai điểm phân biệt thuộc  $(d)$ .

**Lời giải**

**Chọn A.**

Nếu chỉ có vecto pháp tuyến hoặc một vecto chỉ phương thì thiếu điểm đi qua để viết đường thẳng.

**Câu 3:** Cho tam giác  $ABC$ . Hỏi mệnh đề nào sau đây sai?

- A.  $\overrightarrow{BC}$  là một vecto pháp tuyến của đường cao AH.
- B.  $\overrightarrow{BC}$  là một vecto chỉ phương của đường thẳng BC.
- C. Các đường thẳng AB, BC, CA đều có hệ số góc.
- D. Đường trung trực của  $AB$  có  $\overrightarrow{AB}$  là vecto pháp tuyến.

**Lời giải**

**Chọn C.**

**Câu 4:** Đường thẳng  $(d)$  có vecto pháp tuyến  $\vec{n} = (a; b)$ . Mệnh đề nào sau đây sai?

- A.  $\vec{u}_1 = (b; -a)$  là vecto chỉ phương của  $(d)$ .
- B.  $\vec{u}_2 = (-b; a)$  là vecto chỉ phương của  $(d)$ .
- C.  $\vec{n}' = (ka; kb) k \in R$  là vecto pháp tuyến của  $(d)$ .
- D.  $(d)$  có hệ số góc  $k = \frac{-b}{a}$  ( $b \neq 0$ ).

**Lời giải**

**Chọn D.**

Phương trình đường thẳng có vecto pháp tuyến  $\vec{n} = (a; b)$  là

$$ax + by + c = 0 \Leftrightarrow y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b} (b \neq 0)$$

Suy ra hệ số góc  $k = -\frac{a}{b}$ .

**Câu 5:** Đường thẳng đi qua  $A(-1; 2)$ , nhận  $\vec{n} = (2; -4)$  làm véc tơ pháp tuyến có phương trình là:

- A.  $x - 2y - 4 = 0$
- B.  $x + y + 4 = 0$
- C.  $-x + 2y - 4 = 0$
- D.  $x - 2y + 5 = 0$

**Lời giải**

**Chọn D**

Gọi  $(d)$  là đường thẳng đi qua và nhận  $\vec{n} = (2; -4)$  làm VTPT

$$\Rightarrow (d): x + 1 - 2(y - 2) = 0 \Leftrightarrow x - 2y + 5 = 0$$

**Câu 6:** Cho đường thẳng  $(d): 2x + 3y - 4 = 0$ . Vecto nào sau đây là vecto pháp tuyến của  $(d)$ ?

- A.  $\vec{n}_1 = (3; 2)$ .
- B.  $\vec{n}_2 = (-4; -6)$ .
- C.  $\vec{n}_3 = (2; -3)$ .
- D.  $\vec{n}_4 = (-2; 3)$ .

**Lời giải**

**Chọn B.**

Ta có  $(d): 2x + 3y - 4 = 0 \Rightarrow VTPT \vec{n} = (2; 3) = (-4; -6)$

**Câu 7:** Cho đường thẳng  $(d): 3x - 7y + 15 = 0$ . Mệnh đề nào sau đây sai?

- A.  $\vec{u} = (7; 3)$  là vecto chỉ phương của  $(d)$ .
- B.  $(d)$  có hệ số góc  $k = \frac{3}{7}$ .
- C.  $(d)$  không đi qua góc tọa độ.

**D.**  $(d)$  đi qua hai điểm  $M\left(-\frac{1}{3}; 2\right)$  và  $N(5; 0)$ .

**Lời giải**

**Chọn D.**

Giả sử  $N(5; 0) \in d : 3x - 7y + 15 = 0 \Rightarrow 3 \cdot 5 - 7 \cdot 0 + 15 = 0$  (vì).

**Câu 8:** Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm  $A(-2; 4); B(-6; 1)$  là:

**A.**  $3x + 4y - 10 = 0$ .    **B.**  $3x - 4y + 22 = 0$ .    **C.**  $3x - 4y + 8 = 0$ .    **D.**  $3x - 4y - 22 = 0$

**Lời giải**

**Chọn B.**

Ta có  $(AB) : \frac{x - x_A}{x_B - x_A} = \frac{y - y_A}{y_B - y_A} \Leftrightarrow \frac{x + 2}{-4} = \frac{y - 4}{-3} \Leftrightarrow 3x - 4y + 22 = 0$

**Câu 9:** Cho đường thẳng  $(d) : 3x + 5y - 15 = 0$ . Phương trình nào sau đây không phải là một dạng khác của  $(d)$ .

**A.**  $\frac{x}{5} + \frac{y}{3} = 1$ .    **B.**  $y = -\frac{3}{5}x + 3$     **C.**  $\begin{cases} x = t \\ y = 5 \end{cases} (t \in \mathbb{R})$     **D.**  $\begin{cases} x = 5 - \frac{5}{3}t \\ y = t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ .

**Lời giải**

**Chọn C.**

Ta có đường thẳng  $(d) : 3x + 5y - 15 = 0$  có VTPT  $\begin{cases} \vec{n} = (3; 5) \\ \text{qua } A(5; 0) \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} VTCP \vec{u} = \left(-\frac{5}{3}; 1\right) \\ \text{qua } A(5; 0) \end{cases} \Rightarrow (d) : \begin{cases} x = 5 - \frac{5}{3}t \\ y = t \end{cases}$  Suy ra D đúng.

$(d) : 3x + 5y - 15 = 0 \Leftrightarrow 3x + 5y = 15 \Leftrightarrow \frac{x}{5} + \frac{y}{3} = 1$  Suy ra A đúng.

$(d) : 3x + 5y - 15 = 0 \Leftrightarrow -5y = 3x - 15 \Leftrightarrow y = -\frac{3}{5}x + 3$  Suy ra B đúng.

**Câu 10:** Cho đường thẳng  $(d) : x - 2y + 1 = 0$ . Nếu đường thẳng  $(\Delta)$  đi qua  $M(1; -1)$  và song song với  $(d)$  thì  $(\Delta)$  có phương trình

**A.**  $x - 2y - 3 = 0$     **B.**  $x - 2y + 5 = 0$     **C.**  $x - 2y + 3 = 0$     **D.**  $x + 2y + 1 = 0$

**Lời giải**

**Chọn A.**

Ta có  $(\Delta) // (d) : x - 2y + 1 = 0 \Rightarrow (\Delta) : x - 2y + c = 0 (c \neq 1)$

Ta lại có  $M(1; -1) \in (\Delta) \Rightarrow 1 - 2(-1) + c = 0 \Leftrightarrow c = -3$

Vậy  $(\Delta) : x - 2y - 3 = 0$

**Câu 11:** Cho ba điểm  $A(1; -2), B(5; -4), C(-1; 4)$ . Đường cao  $AA'$  của tam giác ABC có phương trình

**A.**  $3x - 4y + 8 = 0$     **B.**  $3x - 4y - 11 = 0$     **C.**  $-6x + 8y + 11 = 0$     **D.**  $8x + 6y + 13 = 0$

**Lời giải**

**Chọn B.**

Ta có  $\overline{BC} = (-6; 8)$

Gọi  $AA'$  là đường cao của tam giác  $\Delta ABC \Rightarrow AA'$  nhận  $\begin{cases} VTPT \vec{n} = \overline{BC} = (-6; 8) \\ qua A(1; -2) \end{cases}$

Suy ra  $AA': -6(x-1) + 8(y+2) = 0 \Leftrightarrow -6x + 8y + 22 = 0 \Leftrightarrow 3x - 4y - 11 = 0$ .

**Câu 12:** Cho hai đường thẳng  $(d_1): mx + y = m + 1, (d_2): x + my = 2$  cắt nhau khi và chỉ khi :

- A.  $m \neq 2$ .                      B.  $m \neq \pm 1$ .                      C.  $m \neq 1$ .                      D.  $m \neq -1$ .

**Lời giải**

**Chọn C.**

$(d_1) \cap (d_2) \Leftrightarrow \begin{cases} mx + y = m + 1(1) \\ x + my = 2(2) \end{cases}$  có một nghiệm

Thay (2) vào (1)  $\Rightarrow m(2 - my) + y = m + 1 \Leftrightarrow (1 - m^2)y = 1 - m(*)$

Hệ phương trình có một nghiệm  $\Leftrightarrow (*)$  có một nghiệm  $\Leftrightarrow \begin{cases} 1 - m^2 \neq 0 \\ m - 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \neq 1$ .

**Câu 13:** Cho hai điểm  $A(4; 0), B(0; 5)$ . Phương trình nào sau đây không phải là phương trình của đường thẳng AB?

- A.  $\begin{cases} x = 4 - 4t \\ y = 5t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$     B.  $\frac{x}{4} + \frac{y}{5} = 1$     C.  $\frac{x-4}{-4} = \frac{y}{5}$     D.  $y = \frac{-5}{4}x + 15$

**Lời giải**

**Chọn D.**

Phương trình đoạn chắn  $(AB): \frac{x}{4} + \frac{y}{5} = 1$  loại B

$(AB): \frac{x}{4} + \frac{y}{5} = 1 \Leftrightarrow 5x + 4y - 20 = 0 \Rightarrow \begin{cases} VTPT \vec{n} = (5; 4) \Rightarrow VTCP \vec{u} = (-4; 5) \\ qua A(4; 0) \end{cases}$

$\Rightarrow (AB): \begin{cases} x = 4 - 4t \\ y = 5t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$  loại A

$(AB): \frac{x}{4} + \frac{y}{5} = 1 \Leftrightarrow \frac{y}{5} = 1 - \frac{x}{4} \Leftrightarrow \frac{y}{5} = \frac{x-4}{-4}$  loại C

$(AB): \frac{x}{4} + \frac{y}{5} = 1 \Leftrightarrow \frac{y}{5} = 1 - \frac{x}{4} \Leftrightarrow y = -\frac{5}{4}x + 5$  chọn D

**Câu 14:** Đường thẳng  $(\Delta): 3x - 2y - 7 = 0$  cắt đường thẳng nào sau đây?

- A.  $(d_1): 3x + 2y = 0$     B.  $(d_2): 3x - 2y = 0$     C.  $(d_3): -3x + 2y - 7 = 0$ .    D.

$(d_4): 6x - 4y - 14 = 0$ .

**Lời giải**

**Chọn A.**

Ta nhận thấy  $(\Delta)$  song song với các đường  $(d_2); (d_3); (d_4)$

**Câu 15:** Mệnh đề nào sau đây đúng? Đường thẳng  $(d): x - 2y + 5 = 0$  :

- A. Đi qua  $A(1; -2)$ .