

PHÉP CHIẾU SONG SONG.

Phần 1: LÝ THUYẾT TÓM TẮT

1. Phép chiếu song song.

- Cho đường thẳng Δ và mặt phẳng (α) . Lấy một điểm M trong không gian.
 - Từ M dựng đường thẳng d ($d // \Delta$ hoặc $d \equiv \Delta$). Đường thẳng $d \cap (\alpha) = \{M'\}$.
- Ta nói M' là hình chiếu của M theo phép chiếu song song là đường thẳng Δ .

Ta kí hiệu $Ch_{\Delta}(\alpha)(M) = M'$.

2. Tính chất.

- Bảo toàn sự thẳng hàng và thứ tự các điểm.
- Biến đường thẳng thành đường thẳng, biến tia thành tia, biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng.
- Biến hai đường thẳng song song thành hai đường thẳng song song hoặc trùng nhau.
- Phép chiếu song song không làm thay đổi tỉ số độ dài của hai đoạn thẳng nằm trên hai đường thẳng song song hoặc cùng nằm trên một đường thẳng.

3. Hình biểu diễn của một hình không gian trên mặt phẳng.

- Hình biểu diễn của một hình trong không gian là chiếu song song của hình đó lên mặt phẳng hoặc đồng dạng với hình chiếu đó.
- Hình biểu diễn của tam giác cân, tam giác vuông, tam giác đều thường là một tam giác bất kỳ.
- Hình biểu diễn của hình bình hành, hình thoi, hình chữ nhật, hình vuông thường là hình bình hành.
- Hình biểu diễn của hình thang là một hình thang.
- Hình biểu diễn của hình tròn là hình elip hay hình tròn.

DẠNG : Vẽ hình biểu diễn của một hình H cho trước.

Phương pháp

- Xác định các yếu tố song song của hình H .
- Xác định tỷ số điểm M chia đoạn thẳng AB .
- Hình H' là hình biểu diễn của hình H phải có tính chất.
- + Bảo đảm tính song song của hình H .
- + Bảo đảm tỷ số của điểm M chia đoạn thẳng AB .

Phần 2: BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Ví dụ minh họa:

Ví dụ 1: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC . Qua phép chiếu song song đường thẳng AA' mặt phẳng chiếu là $(A'B'C')$ biến G thành G' . Chứng minh G' là trọng tâm của tam giác $A'B'C'$.

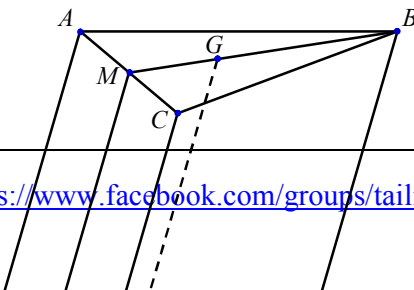
Lời giải

Gọi M là trung điểm của AC .

Do $ABC.A'B'C'$ là hình lăng trụ. Suy ra qua phép chiếu song song đường thẳng AA' biến B thành B' , biến M thành M' .

Theo đầu bài G là trọng tâm tam giác ABC . Suy ra B, M, G thẳng hàng và $\frac{BG}{BM} = \frac{2}{3}$.

Ta có B', M', G' thẳng hàng và $\frac{B'G'}{B'M'} = \frac{2}{3}$. Mặt khác M là trung điểm của AC , suy ra M' là trung điểm của $A'C'$. Suy ra G' là trọng tâm của tam giác $A'B'C'$.

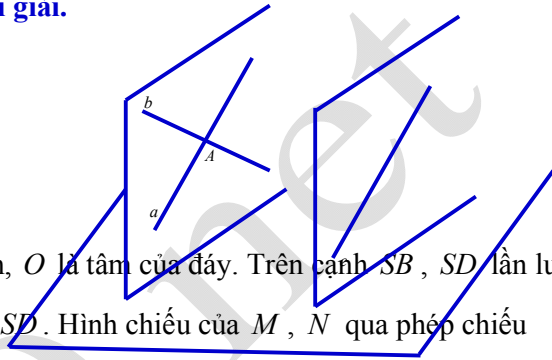


Bài tập tự luyện:

Bài 1. Hình chiếu song song của hai đường thẳng chéo nhau có thể song song với nhau không? Hình chiếu song song của hai đường thẳng cắt nhau có thể song song với nhau hay không?

Lời giải.

Hình chiếu song song của hai đường thẳng chéo nhau có thể song song với nhau.
Hình chiếu của hai đường thẳng cắt nhau thì không thể song song với nhau.



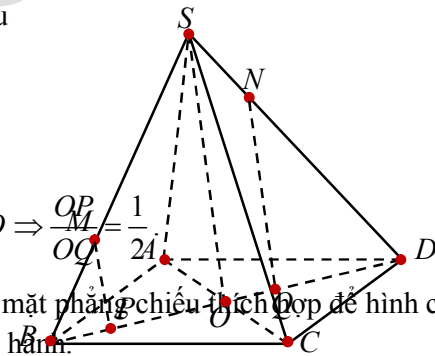
Bài 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình bình hành, O là tâm của đáy. Trên cạnh SB, SD lần lượt lấy điểm M, N sao cho $SM = 2MB, SN = \frac{1}{3}SD$. Hình chiếu của M, N qua phép chiếu song song đường thẳng SO mặt phẳng chiếu $(ABCD)$ lần lượt là P, Q . Tính tỉ số $\frac{OP}{OQ}$.

Lời giải.

Do P là hình chiếu song song của M qua phép chiếu đường thẳng $SO \Rightarrow \frac{BM}{BS} = \frac{BP}{BO}$.

$$\text{Mà } SM = 2MB \Rightarrow \frac{BP}{BO} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{OP}{OB} = \frac{2}{3}.$$

Chứng minh tương tự ta có $\frac{OQ}{OD} = \frac{1}{3}$. Ta có $BO = DO \Rightarrow \frac{OP}{OQ} = \frac{1}{2}$.

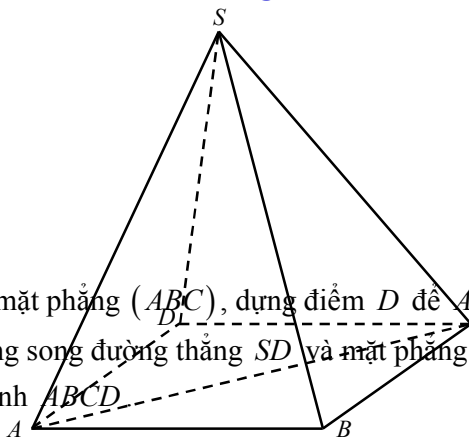


Bài 3. Hãy chọn phép chiếu song song với phương chiếu và mặt phẳng chiếu để hình chiếu song song của một tứ diện cho trước là một hình bình hành.

Lời giải.

Cho tứ diện $SABC$. Trên mặt phẳng (ABC) , dựng điểm D để $ABCD$ là hình bình hành. Khi đó qua phép chiếu song song đường thẳng SD và mặt phẳng chiếu (ABC) biến tứ diện $SABC$ thành hình bình hành $ABCD$.

Kiểm tra tự luận.



Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy là hình bình hành. Gọi O là tâm của đáy, lấy M, N là ảnh của điểm A, D qua phép chiếu song song đường thẳng SO trên mặt phẳng chiếu (SBC) . Khi đó tứ giác $BCNM$ là hình gì? Hình chóp $S.ABCD$ thêm điều kiện gì để tứ giác $BCNM$ là hình vuông?

Câu 2: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, tìm ảnh của điểm A, B'

a) Qua phép chiếu song song đường thẳng CD mặt phẳng chiếu $(BCC'B')$.

b) Qua phép chiếu song song đường thẳng CD' mặt phẳng chiếu $(ABB'A')$.

Phần 3: BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM:

Mức độ nhận biết - thông hiểu.

Câu 1: Qua phép chiếu song song, tính chất nào không được bảo toàn?

A. Chéo nhau. B. Đồng qui. C. Song song. D. Thẳng hàng.

Lời giải.

Chọn A.

Do hai đường thẳng qua phép chiếu song song ảnh của chúng sẽ cùng thuộc một mặt phẳng. Suy ra tính chất chéo nhau không được bảo toàn.

Câu 2: Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào sai?

- A. Phép chiếu song song biến đường thẳng thành đường thẳng, biến tia thành tia, biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng.
- B. Phép chiếu song song biến hai đường thẳng song song thành hai đường thẳng song song.
- C. Phép chiếu song song biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và không thay đổi thứ tự của ba điểm đó.
- D. Phép chiếu song song không làm thay đổi tỉ số độ dài của hai đoạn thẳng nằm trên hai đường thẳng song song hoặc cùng nằm trên một đường thẳng.

Lời giải.

Chọn B.

Tính chất của phép chiếu song song. Phép chiếu song song biến hai đường thẳng song song thành hai đường thẳng song song hoặc trùng nhau. Suy ra B sai : Chúng có thể trùng nhau.

Câu 3: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, qua phép chiếu song song đường thẳng CC' , mặt phẳng chiếu $(A'B'C')$ biến M thành M' . Trong đó M là trung điểm của BC . Chọn mệnh đề đúng?

- A. M' là trung điểm của $A'B'$. B. M' là trung điểm của $B'C'$.
- C. M' là trung điểm của $A'C'$. D. Cả ba đáp án trên đều sai.

Lời giải.

Chọn B.

Ta có phép chiếu song song đường thẳng CC' , biến C thành C' , biến B thành B' . Do M là trung điểm của BC suy ra M' là trung điểm của $B'C'$.

Câu 4: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, gọi I, I' lần lượt là trung điểm của $AB, A'B'$. Qua phép chiếu song song đường thẳng AI' , mặt phẳng chiếu $(A'B'C')$ biến I thành?

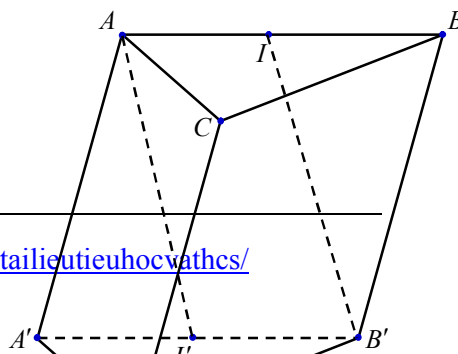
- A. A' . B. B' . C. C' . D. I' .

Lời giải.

Chọn B.

Ta có $\left. \begin{matrix} AI // B'I' \\ AI = B'I' \end{matrix} \right\} \Rightarrow AIB'I'$ là hình bình hành.

Suy ra qua phép chiếu song song đường thẳng



AI' , mặt phẳng chiếu ($A'B'C'$) biến điểm I thành điểm B' .

Câu 5: Cho tam giác ABC ở trong mặt phẳng (α) và phương l . Biết hình chiếu (theo phương l) của tam giác ABC lên mặt phẳng (P) là một đoạn thẳng. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $(\alpha) \parallel (P)$.
B. $(\alpha) \equiv (P)$.
C. $(\alpha) \parallel l$ hoặc $(\alpha) \supset l$.
D. A, B, C đều sai.

Lời giải.

Chọn C.

- Phương án A: Hình chiếu của tam giác ABC vẫn là một tam giác trên mặt phẳng (P) .
- Phương án B: Hình chiếu của tam giác ABC vẫn là tam giác ABC .
- Phương án C: Khi phương chiếu l song song hoặc được chứa trong mặt phẳng (α) . Thì hình chiếu của tam giác là đoạn thẳng trên mặt phẳng (P) . Nếu giao tuyến của hai mặt phẳng (α) và (P) là một trong ba cạnh của tam giác ABC .

Câu 6: Phép chiếu song song theo phương l không song song với a hoặc b , mặt phẳng chiếu là (P) , hai đường thẳng a và b biến thành a' và b' . Quan hệ nào giữa a và b không được bảo toàn trong phép chiếu song song?

- A. Cắt nhau. B. Trùng nhau. C. Song song. D. Chéo nhau.

Lời giải.

Chọn D.

Do a' và b' cùng được chứa trong mặt phẳng chiếu (P) . Suy ra tính chất chéo nhau không được bảo toàn.

Câu 7: Hình chiếu của hình chữ nhật không thể là hình nào trong các hình sau?

- A. Hình thang. B. Hình bình hành. C. Hình chữ nhật. D. Hình thoi.

Lời giải.

Chọn A.

Tính chất của phép chiếu song song.

Câu 8: Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hình chiếu song song của một hình chóp cụt có thể là một hình tam giác.
B. Hình chiếu song song của một hình chóp cụt có thể là một đoạn thẳng.
C. Hình chiếu song song của một hình chóp cụt có thể là một hình chóp cụt.
D. Hình chiếu song song của một hình chóp cụt có thể là một điểm.

Lời giải.

Chọn A.

Qua phép chiếu song song chỉ có thể biến hình chóp cụt thành một đa giác.

- Loại B - chỉ là một đoạn thẳng.
- Loại C - phép chiếu song song không thể là một khối đa diện.
- Loại D - chỉ là một điểm.
- Chọn A - hình chiếu là một đa giác.