

CHUYÊN ĐỀ: LƯỢNG GIÁC LỚP 10

VẤN ĐỀ I. CUNG VÀ GÓC LƯỢNG GIÁC

I: LÝ THUYẾT

1. Đơn vị đo góc và cung: $1^\circ = 60$ phút; 1 phút = 60 giây; $\pi = 180^\circ$; $\pi \approx 3.14$

* Độ: kí hiệu a° * Radian: kí hiệu α

a) Đổi radian ra độ: $a^\circ = \frac{\alpha \cdot 180^\circ}{\pi}$ b) Đổi độ ra radian: $\alpha = \frac{\pi \cdot a^\circ}{180^\circ}$

2) Độ dài của 1 cung tròn: $l = R\alpha$ (R là bán kính đường tròn, α tính bằng radian)

3) Số đo của các cung lượng giác có điểm đầu A và điểm cuối B

Kí hiệu: $Sđ\widehat{AB} = \alpha + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$) hoặc $Sđ\widehat{AB} = a^\circ + k360^\circ$ ($k \in \mathbb{Z}$)

4) Đường tròn lượng giác là đường tròn định hướng có bán kính $R = 1$, có tâm là gốc tọa độ O

+ Đường tròn lượng giác cắt hai trục tọa độ tại: $A(1; 0)$, $A'(-1; 0)$, $B(0; 1)$, $B'(0; -1)$

+ $Sđ\widehat{AM} = Sđ(OA, OM) = \alpha$ (A là điểm gốc, M là điểm ngọn)

II: BÀI TẬP MẪU

Bài 1: Đổi số đo của các góc sau đây ra radian:

a) 60° b) 45° c) 24° d) $65^\circ 14'$ e) -27° f) $-137^\circ 38'$

Giải: a) $\alpha = \frac{\pi \cdot 60^\circ}{180^\circ} = \frac{\pi}{3} \approx 1,0472$

b) $\alpha = \frac{\pi \cdot 45^\circ}{180^\circ} = \frac{\pi}{4} \approx 0,7854$

c) $\alpha = \frac{\pi \cdot 24^\circ}{180^\circ} = \frac{2\pi}{15} \approx 0,4189$

d) $\alpha = \frac{\pi \cdot 65^\circ 14'}{180^\circ} \approx 1,1385$

e) $\alpha = \frac{\pi \cdot (-27^\circ)}{180^\circ} = -\frac{3\pi}{20} \approx -0,4712$

f) $\alpha = \frac{\pi \cdot (-137^\circ 38')}{180^\circ} \approx -2,4022$

* Dùng máy tính bỏ túi (570MS, 570ES) (Đổi về hệ: Rad)

Bấm: a° (độ)/SHIFT /DRG/1⁰/=/S \Leftrightarrow D

VD: a) Bấm: 60° / SHIFT/ DRG/1⁰/=/ S \Leftrightarrow D: 1,0472

Bài 2: Đổi số đo của các góc sau đây ra độ, phút, giây:

a) $\frac{\pi}{3}$ b) $\frac{\pi}{17}$ c) $\frac{2}{3}$ d) $-\frac{2\pi}{7}$ e) -5 f) $\frac{2\pi}{3}$

Giải: a) $a^{\circ} = \frac{\frac{\pi}{3} \cdot 180^{\circ}}{\pi} = 60^{\circ}$ b) $a^{\circ} = \frac{\frac{\pi}{17} \cdot 180^{\circ}}{\pi} = 10^{\circ}35'$ c) $a^{\circ} = \frac{\frac{2}{3} \cdot 180^{\circ}}{\pi} = 38^{\circ}12'$

d) $a^{\circ} = \frac{-\frac{2\pi}{7} \cdot 180^{\circ}}{\pi} = -51^{\circ}25'$ e) $a^{\circ} = \frac{-5 \cdot 180^{\circ}}{\pi} = -286^{\circ}29'$ f) $a^{\circ} = \frac{\frac{2\pi}{3} \cdot 180^{\circ}}{\pi} = 120^{\circ}$

* Dùng máy tính bỏ túi (570MS, 570ES) (Đổi về hệ: Deg)

Bấm: α (radian)/SHIFT /DRG/2^r/= /S \Leftrightarrow D (phân số: dùng dấu ÷ và để trong ngoặc đơn)

VD: b) Bấm: $(\pi \div 17)$ / SHIFT / DRG/2^r/= / S \Leftrightarrow D / "''': $10^{\circ}35'$

Bài 3: Một đường tròn có bán kính là 15cm. Tìm độ dài các cung trên đường tròn đó có số đo:

a) $\frac{\pi}{16}$ b) 25° c) 40° d) 3

Giải: a) Độ dài cung $\frac{\pi}{16}$ là: $l = 15 \cdot \frac{\pi}{16} \approx 2,95\text{cm}$

b) Đổi: $25^{\circ} = 0,4363$. Độ dài cung 25° là: $l = 15 \cdot 0,4363 \approx 6,55\text{cm}$

c) Đổi: $40^{\circ} = 0,6981$. Độ dài cung 40° là: $l = 15 \cdot 0,6981 \approx 10,47\text{cm}$

d) Độ dài cung 3 là: $l = 15 \cdot 3 = 45\text{cm}$

III: BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1: Đổi số đo của các góc sau đây ra radian:

a) 30° b) 20° c) -45° d) $40^{\circ}25'$ e) -27° f) $-53^{\circ}30'$

Bài 2: Đổi số đo của các góc sau đây ra độ, phút, giây:

a) $\frac{\pi}{6}$ b) $\frac{\pi}{18}$ c) $\frac{3}{4}$ d) $-\frac{5\pi}{6}$ e) -2 f) $\frac{3\pi}{16}$

Bài 3: Một đường tròn có bán kính là 15cm. Tìm độ dài các cung trên đường tròn đó có số đo:

a) $\frac{\pi}{15}$

b) 1,5

c) 37^0

d) $\frac{4}{3}$

hoc360.net

VẤN ĐỀ II. GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA MỘT CUNG VÀ CÔNG THỨC LƯỢNG GIÁC:

I: LÝ THUYẾT

1. a) $\sin(\alpha + k2\pi) = \sin \alpha$ ($k \in \mathbb{Z}$)
 b) $\cos(\alpha + k2\pi) = \cos \alpha$ ($k \in \mathbb{Z}$)
 c) $\tan(\alpha + k\pi) = \tan \alpha$ ($k \in \mathbb{Z}$)
 d) $\cot(\alpha + k\pi) = \cot \alpha$ ($k \in \mathbb{Z}$)
2. a) $-1 \leq \cos \alpha \leq 1$
 b) $-1 \leq \sin \alpha \leq 1$
3. Bảng dấu các giá trị lượng giác

Góc phần tư	I	II	III	IV
	$0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$	$\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$
GTLG	$0^\circ < \alpha < 90^\circ$	$90^\circ < \alpha < 180^\circ$	$180^\circ < \alpha < 270^\circ$	$270^\circ < \alpha < 360^\circ$
$\sin \alpha$	+	+	-	-
$\cos \alpha$	+	-	-	+
$\tan \alpha$	+	-		-
$\cot \alpha$	+	-	+	-

4. Các công thức lượng giác:

1) $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ ($\alpha \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$)	2) $\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$ ($\alpha \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$)
3) $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$	4) $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$
5) $1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$	5) $\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1$

5. Giá trị lượng giác của các cung có liên quan đặc biệt:

a) *Cung đối nhau:* α và $-\alpha$

b) *Cung bù nhau:* α và $\pi - \alpha$

1) $\cos(-\alpha) = \cos \alpha$

2) $\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$

1) $\sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha$

2) $\cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha$

$$3) \tan(-\alpha) = -\tan \alpha$$

$$4) \cos(-\alpha) = -\cot \alpha$$

$$3) \tan(\pi - \alpha) = -\tan \alpha$$

$$4) \cot(\pi - \alpha) = -\cot \alpha$$

c) *Cung hơn kém π : α và $\alpha + \pi$*

$$1) \cos(\alpha + \pi) = -\cos \alpha$$

$$2) \sin(\alpha + \pi) = -\sin \alpha$$

$$3) \tan(\alpha + \pi) = \tan \alpha$$

$$4) \cos(\alpha + \pi) = \cot \alpha$$

d) *Cung phụ nhau: α và $\frac{\pi}{2} - \alpha$*

$$1) \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos \alpha$$

$$2) \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin \alpha$$

$$3) \tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cot \alpha$$

$$4) \cot\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \tan \alpha$$

6. Công thức cộng:

$$1) \cos(a - b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$$

$$2) \cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$$

$$3) \sin(a - b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$$

$$4) \sin(a + b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$$

$$5) \tan(a - b) = \frac{\tan a - \tan b}{1 + \tan a \tan b}$$

$$6) \tan(a + b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b}$$

7. Công thức nhân đôi: