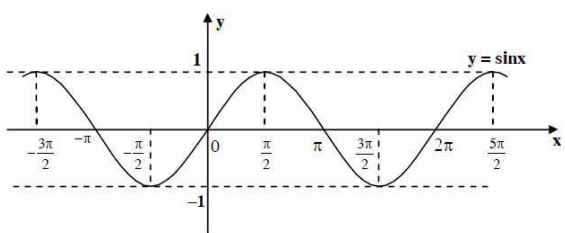
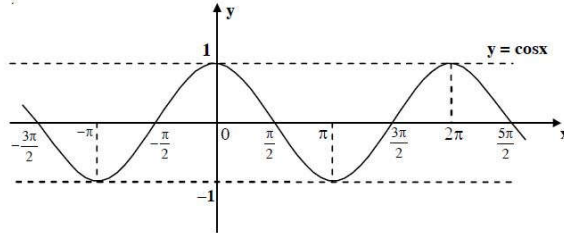
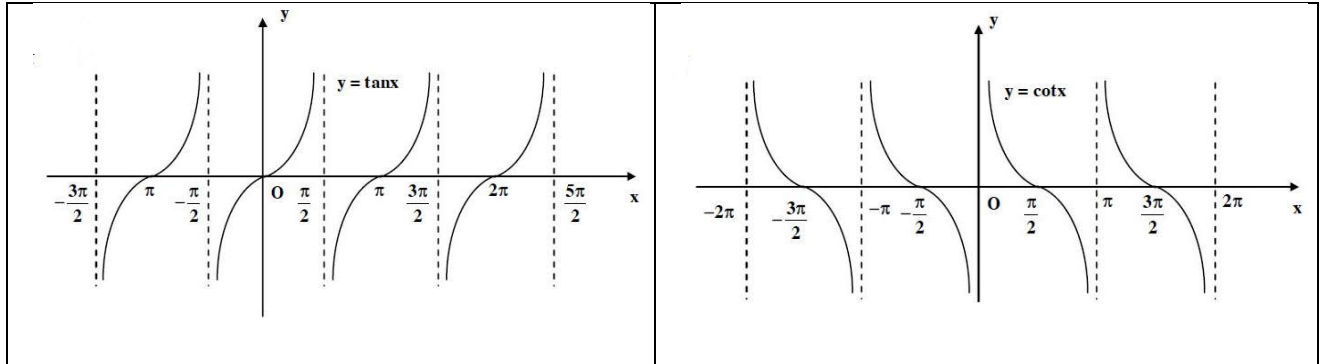


CHUYÊN ĐỀ 1: LƯỢNG GIÁC

VẤN ĐỀ 1: PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC CƠ BẢN

I. LÝ THUYẾT HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC

HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC	
<p>Hàm số $y = \sin x$</p> <p>TXĐ: $D = \mathbb{R}$ và $-1 \leq \sin x \leq 1, \forall x \in \mathbb{R}$</p> <p>Hàm số lẻ và là hàm số tuần hoàn chu kì là 2π</p> 	<p>Hàm số $y = \cos x$</p> <p>TXĐ: $D = \mathbb{R}$ và $-1 \leq \cos x \leq 1, \forall x \in \mathbb{R}$</p> <p>Hàm số chẵn và là hàm số tuần hoàn chu kì là 2π</p> 
<p>Hàm số $y = \tan x$</p> <p>TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$</p> <p>Hàm số lẻ và là hàm số tuần hoàn chu kì là π</p>	<p>Hàm số $y = \cot x$</p> <p>TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$</p> <p>Hàm số lẻ và là hàm số tuần hoàn chu kì là π</p>



II. BÀI TẬP MẪU

Dạng 1: Tập xác định của hàm số lượng giác

Ví dụ 1.

Tập xác định của hàm số $y = \frac{1 - 3 \cos x}{\sin x}$ là

A. $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$

B. $x \neq k2\pi$

C. $x \neq \frac{k\pi}{2}$

D. $x \neq k\pi$

Lời giải
Chọn D

Đkxđ của hàm số đã cho là: $\sin x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\pi$.

Ví dụ 2. Tìm tập xác định của hàm số $y = \cot^2\left(\frac{2\pi}{3} - 3x\right)$

Lời giải

Điều kiện: $\sin\left(\frac{2\pi}{3} - 3x\right) \neq 0 \Leftrightarrow \frac{2\pi}{3} - 3x \neq k\pi \Leftrightarrow x \neq \frac{2\pi}{9} - k\frac{\pi}{3}$

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{2\pi}{9} + k\frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Ví dụ 3. Tìm tập xác định của hàm số $y = \frac{\tan 2x}{\sin x + 1} + \cot\left(3x + \frac{\pi}{6}\right)$

Lời giải.

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} \sin x \neq -1 \\ \sin\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -\frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x \neq -\frac{\pi}{18} + \frac{k\pi}{3} \end{cases}$$

$$\text{Vậy TXĐ: } D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{2} + k2\pi, -\frac{\pi}{18} + \frac{k\pi}{3}; k \in \mathbb{Z} \right\}$$

Ví dụ 4. Tìm tập xác định của hàm số $y = \frac{\tan 5x}{\sin 4x - \cos 3x}$

Lời giải.

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \sin 4x - \cos 3x &= \sin 4x - \sin\left(\frac{\pi}{2} - 3x\right) \\ &= 2 \cos\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}\right) \sin\left(\frac{7x}{2} - \frac{\pi}{4}\right) \end{aligned}$$

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} \cos 5x \neq 0 \\ \cos\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}\right) \neq 0 \\ \sin\left(\frac{7x}{2} + \frac{\pi}{4}\right) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{\pi}{10} + k\frac{\pi}{5} \\ x \neq \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x \neq -\frac{\pi}{14} + \frac{k2\pi}{7} \end{cases}$$

$$\text{Vậy TXĐ: } D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{10} + \frac{k\pi}{5}; \frac{\pi}{2} + k2\pi, -\frac{\pi}{14} + \frac{k2\pi}{7} \right\}.$$

Ví dụ 5. Tìm tập xác định của hàm số $y = \sqrt{3 - 2 \cos x}$

Lời giải

hàm số xác định khi $3 - 2 \cos x \geq 0 \Leftrightarrow \cos x \leq \frac{3}{2}$ (đúng $\forall x \in \mathbb{R}$), vì $-1 \leq \cos x \leq 1, \forall x \in \mathbb{R}$.

Suy ra tập xác định là $D = \mathbb{R}$.

Ví dụ 6. Tìm tập xác định của hàm số $y = \sin \frac{\pi^2}{2x-1}$

Lời giải

hàm số xác định $\Leftrightarrow \frac{\pi^2}{2x-1}$ xác định $\Leftrightarrow 2x-1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{1}{2}$. Tập xác định của hàm số

$$D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{1}{2} \right\}$$

Ví dụ 7. Tìm tập xác định của hàm số $y = 3 \cot(2x+3)$

Lời giải

$$y = 3 \cot(2x+3) = \frac{3 \cos(2x+3)}{\sin(2x+3)} \text{ hàm số xác định } \Leftrightarrow \sin(2x+3) \neq 0 \Leftrightarrow 2x+3 \neq k\pi$$

$$\Leftrightarrow x \neq -\frac{3}{2} + \frac{k\pi}{2}, (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\text{Tập xác định của hàm số } D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{3}{2} + \frac{k\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$$

Ví dụ 8. Tìm tập xác định của hàm số $y = \frac{\sin x}{\sin^2 x - \cos^2 x}$

Lời giải

$$y = \frac{\sin x}{\sin^2 x - \cos^2 x} = \frac{\sin x}{-\cos 2x} = -\frac{\sin x}{\cos 2x} \text{ hàm số xác định } \Leftrightarrow \cos 2x \neq 0 \Leftrightarrow 2x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$$

$$\Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}. \text{ Tập xác định của hàm số } D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$$

Dạng 2: Sự đồng biến, nghịch biến của HSLG

Ví dụ 1. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$?

A. $y = \sin x$.

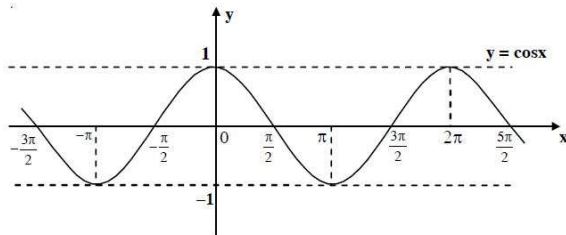
B. $y = \cos x$.

C. $y = \tan x$.

D.

$y = -\cot x$.

Lời giải



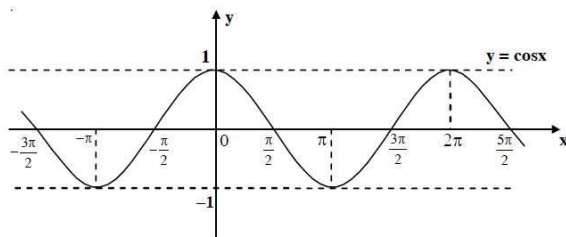
Chọn B

Do hàm số $y = \cos x$ nghịch biến trên $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

Ví dụ 2. Xét tính tăng giảm của hàm số lượng giác $y = \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$ trên $\left[-\frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}\right]$

Lời giải

Vì $x \in \left[-\frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}\right] \Rightarrow \left(x - \frac{\pi}{3}\right) \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$. Đặt $u = \left(x - \frac{\pi}{3}\right)$, đồ thị hàm số $y = \cos u$ như sau :



Khi x biến thiên trong $\left(-\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3}\right)$ thì $\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$ biến thiên trong $\left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$, nên hàm số $y = \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$ đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3}\right)$.

Khi x biến thiên trong $\left(\frac{\pi}{3}; \frac{5\pi}{6}\right)$ thì $\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$ biến thiên trong $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$, nên hàm số $y = \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$ nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{3}; \frac{5\pi}{6}\right)$.