

CHUYÊN ĐỀ
KHOẢNG CÁCH

§3. KHOẢNG CÁCH VÀ GÓC

1. Khoảng cách từ một điểm tới đường thẳng :

a) Công thức tính khoảng cách từ một điểm tới đường thẳng :

Cho đường thẳng $\Delta : ax + by + c = 0$ và điểm $M(x_0; y_0)$. Khi đó khoảng cách từ M đến (Δ) được tính

$$\text{bởi công thức: } d(M, (\Delta)) = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}.$$

b) Vị trí của hai điểm đối với đường thẳng.

Cho đường thẳng $\Delta: ax + by + c = 0$ và $M(x_M; y_M) \notin \Delta, N(x_N; y_N) \notin \Delta$. Khi đó:

$$- M, N \text{ cùng phía với } \Delta \Leftrightarrow (ax_M + by_M + c)(ax_N + by_N + c) > 0$$

$$- M, N \text{ khác phía với } \Delta \Leftrightarrow (ax_M + by_M + c)(ax_N + by_N + c) < 0$$

Chú ý: Phương trình đường phân giác của góc tạo bởi hai đường thẳng :

$\Delta_1 : a_1x + b_1y + c_1 = 0$ và $\Delta_2 : a_2x + b_2y + c_2 = 0$ là:

$$\frac{a_1x + b_1y + c_1}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}} = \pm \frac{a_2x + b_2y + c_2}{\sqrt{a_2^2 + b_2^2}}.$$

2. Góc giữa hai đường thẳng:

a) **Định nghĩa:** Hai đường thẳng a và b cắt nhau tạo thành bốn góc. Số đo nhỏ nhất của các góc đó được gọi là số đo của góc giữa hai đường thẳng a và b , hay đơn giản là góc giữa a và b . Khi a song song hoặc trùng với b , ta quy ước góc giữa chúng bằng 0° .

b) Công thức xác định góc giữa hai đường thẳng.

Góc xác định hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 có phương trình $\Delta_1 : a_1x + b_1y + c_1 = 0$ và

$$\Delta_2 : a_2x + b_2y + c_2 = 0 \text{ được xác định bởi công thức } \cos(\Delta_1; \Delta_2) = \frac{|a_1a_2 + b_1b_2|}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}\sqrt{a_2^2 + b_2^2}}.$$

Câu 1: Cho điểm $M(x_0; y_0)$ và đường thẳng $\Delta : ax + by + c = 0$ với $a^2 + b^2 > 0$. Khi đó khoảng cách

$d_{(M;\Delta)}$ là

A. $d_{(M;\Delta)} = \frac{ax_0 + by_0 + c}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}.$

B. $d_{(M;\Delta)} = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}.$

C. $d_{(M;\Delta)} = \frac{ax_0 + by_0 + c}{\sqrt{a^2 + b^2}}.$ D. $d_{(M;\Delta)} = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}.$

Lời giải

Chọn D.

Xem lại công thức ở sách giáo khoa.

Câu 2: Khoảng cách từ điểm $M(15;1)$ đến đường thẳng $\Delta : \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = t \end{cases}$ là

A. $\sqrt{5}.$

B. $\frac{1}{\sqrt{10}}.$

C. $\sqrt{10}.$

D. $\frac{16}{\sqrt{5}}.$

Lời giải

Chọn C.

Đường thẳng có phương trình tổng quát là: $x - 3y - 2 = 0$.

$$\text{Vậy } d(M, \Delta) = \frac{|15 - 3 - 2|}{\sqrt{1+9}} = \frac{10}{\sqrt{10}} = \sqrt{10}.$$

Câu 3: Khoảng cách từ điểm $M(5; -1)$ đến đường thẳng $\Delta: 3x + 2y + 13 = 0$ là

- A. $\frac{13}{\sqrt{2}}$. B. 2. C. $\frac{28}{\sqrt{13}}$. D. $2\sqrt{13}$.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Ta có: } d(M, \Delta) = \frac{|15 - 2 + 13|}{\sqrt{4+9}} = \frac{26}{\sqrt{13}} = 2\sqrt{13}.$$

Câu 4: Khoảng cách từ điểm $M(0; 1)$ đến đường thẳng $\Delta: 5x - 12y - 1 = 0$ là

- A. $\frac{11}{13}$. B. $\frac{13}{17}$. C. 1. D. $\sqrt{13}$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Ta có: } d(M, \Delta) = \frac{|-12 - 1|}{\sqrt{25+144}} = 1.$$

Câu 5: Cho ba điểm $A(0; 1)$, $B(12; 5)$, $C(-3; 5)$. Đường thẳng nào sau đây cách đều ba điểm A , B , C ?

- A. $5x - y + 1 = 0$. B. $2x - 6y + 21 = 0$. C. $x + y = 0$. D. $x - 3y + 4 = 0$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có } d_{(A;\Delta)} = d_{(B;\Delta)} = d_{(C;\Delta)} = 2, \text{ với } \Delta: 2x - 6y + 21 = 0.$$

Câu 6: Tìm tọa độ điểm M nằm trên trục Ox và cách đều 2 đường thẳng: $\Delta_1: 3x - 2y - 6 = 0$ và $\Delta_2: 3x - 2y + 3 = 0$

- A. $(0; \sqrt{2})$. B. $(\frac{1}{2}; 0)$. C. $(1; 0)$. D. $(\sqrt{2}; 0)$.

Lời giải

Chọn B.

Giả sử $M(m; 0)$.

$$\text{Ta có: } d(M, \Delta_1) = d(M, \Delta_2) \Leftrightarrow \frac{|3m - 6|}{\sqrt{4+9}} = \frac{|3m + 3|}{\sqrt{4+9}} \Leftrightarrow m = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Vậy } M\left(\frac{1}{2}; 0\right).$$

Câu 7: Khoảng cách từ điểm $M(2; 0)$ đến đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 4t \end{cases}$ là

- A. 2. B. C. $\frac{10}{\sqrt{5}}$. D. $\frac{\sqrt{5}}{2}$.

Lời giải

Chọn A.

Đường thẳng có phương trình tổng quát là: $4x - 3y + 2 = 0$.

$$\text{Vậy } d(M, \Delta) = \frac{|8+2|}{\sqrt{16+9}} = 2.$$

Câu 8: Khoảng cách từ điểm $M(1; -1)$ đến đường thẳng $\Delta: 3x - 4y - 17 = 0$ là

- A. $\frac{2}{5}$. B. $\frac{10}{\sqrt{5}}$. C. 2. D. $-\frac{18}{5}$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Ta có: } d(M, \Delta) = \frac{|3+4-17|}{\sqrt{16+9}} = 2.$$

Câu 9: Khoảng cách từ điểm $M(1; 0)$ đến đường thẳng $\Delta: 3x + 4y - 1 = 0$ là

- A. $\frac{2}{5}$. B. $\frac{10}{\sqrt{5}}$. C. 2. D. $\frac{2}{25}$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có: } d(M, \Delta) = \frac{|3-1|}{\sqrt{16+9}} = \frac{2}{5}.$$

Câu 10: Khoảng cách từ điểm $M(-1; 1)$ đến đường thẳng $\Delta: 3x - 4y - 3 = 0$ là

- A. $\frac{2}{5}$. B. 2. C. $\frac{4}{5}$. D. $\frac{4}{25}$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có: } d(M, \Delta) = \frac{|-3-4-3|}{\sqrt{16+9}} = 2.$$

Câu 11: Khoảng cách từ điểm $O(0; 0)$ đến đường thẳng $\Delta: \frac{x}{6} + \frac{y}{8} = 1$ là

- A. 4,8. B. $\frac{1}{10}$. C. $\frac{48}{\sqrt{14}}$. D. $\frac{1}{14}$.

Lời giải

Chọn A.

$$\Delta: \frac{x}{6} + \frac{y}{8} = 1 \Leftrightarrow 8x + 6y - 48 = 0$$

$$\text{Ta có: } d(O, \Delta) = \frac{|-48|}{\sqrt{64+36}} = 4,8.$$

Câu 12: Khoảng cách từ điểm $M(1; -1)$ đến đường thẳng $\Delta: 3x + y + 4 = 0$ là

- A. $2\sqrt{10}$. B. $\frac{3\sqrt{10}}{5}$. C. $\frac{5}{2}$. D. 1.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có: } d(M, \Delta) = \frac{|3-1+4|}{\sqrt{1+9}} = \frac{3\sqrt{10}}{5}.$$

Câu 13: Khoảng cách từ điểm $O(0;0)$ đến đường thẳng $\Delta: 4x-3y-5=0$ là

- A. 0. B. -5. C. 1. D. $\frac{1}{5}$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Ta có: } d(O, \Delta) = \frac{|-5|}{\sqrt{16+9}} = 1.$$

Câu 14: Cho hai điểm $A(1;-2)$, $B(-1;2)$. Đường trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

- A. $2x+y=0$. B. $x+2y=0$. C. $x-2y=0$. D. $x-2y+1=0$.

Lời giải

Chọn C.

Gọi là M trung điểm của đoạn $AB \Rightarrow M(0;0)$.

Đường trung trực của đoạn thẳng AB đi qua điểm M và có vpt $\overline{AB}(-2;4)$ nên có phương trình là: $x-2y=0$

Câu 15: Khoảng cách từ điểm $M(0;3)$ đến đường thẳng $\Delta: x \cos \alpha + y \sin \alpha + 3(2 - \sin \alpha) = 0$ là

- A. $\sqrt{6}$. B. 6. C. $3 \sin \alpha$. D. $\frac{3}{\sin \alpha + \cos \alpha}$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có: } d(M, \Delta) = \frac{|3 \sin \alpha + 3(2 - \sin \alpha)|}{1} = 6.$$

Câu 16: Cho đường thẳng $\Delta: 7x+10y-15=0$. Trong các điểm $M(1;-3)$, $N(0;4)$, $P(8;0)$, $Q(1;5)$ điểm nào cách xa đường thẳng Δ nhất?

- A. N . B. M . C. P . D. Q .

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Ta có: } d(M, \Delta) = \frac{|7-30-15|}{\sqrt{7^2+10^2}} = \frac{38}{\sqrt{149}}.$$

$$d(N, \Delta) = \frac{|40-15|}{\sqrt{7^2+10^2}} = \frac{25}{\sqrt{149}}$$

$$d(Q, \Delta) = \frac{|7+50-15|}{\sqrt{7^2+10^2}} = \frac{42}{\sqrt{149}}$$

$$d(P, \Delta) = \frac{|56-15|}{\sqrt{7^2+10^2}} = \frac{41}{\sqrt{149}}$$

Câu 17: Tính diện tích tam giác ABC biết $A(2;-1)$, $B(1;2)$, $C(2;-4)$

- A. $\sqrt{3}$. B. $\frac{3}{\sqrt{37}}$. C. 3. D. $\frac{3}{2}$.