

## CHUYÊN ĐỀ: ELIP

### I: LÝ THUYẾT

1. Nếu  $M \in (E)$  thì  $F_1M + F_2M = 2a$

2. Phương trình chính tắc (PTCT) của (E):  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $a > b$ )

a)  $a^2 = b^2 + c^2$

b) Tiêu điểm:  $F_1(-c; 0), F_2(c; 0)$

c) \* Đỉnh trục lớn:  $A_1(-a; 0), A_2(a; 0)$

\* Đỉnh trục nhỏ:  $B_1(0; -b), B_2(0; b)$

d) \* Độ dài trục lớn:  $A_1A_2 = 2a$

\* Độ dài trục nhỏ:  $B_1B_2 = 2b$

e) Tiêu cự:  $F_1F_2 = 2c$

g) PT cạnh hình chữ nhật cơ sở:  $x = \pm a, y = \pm b$

### II: PHƯƠNG PHÁP LÀM BÀI TẬP

1. Xác định các thành phần của elip khi biết PTCT của (E):  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

B1: Tìm  $a, b$  và  $c = \sqrt{a^2 - b^2}$

B2: Liệt kê các thành phần của elip

**Bài 1:** Cho PTCT của (E):  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ . Xác định độ dài các trục, tọa độ các tiêu điểm, tọa độ

các đỉnh và tiêu điểm của (E)

**Giải:** Ta có:  $\begin{cases} a^2 = 25 \\ b^2 = 16 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 5 \\ b = 4 \end{cases}$  suy ra:  $c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{25 - 16} = \sqrt{9} = 3$

a) Độ dài trục lớn:  $A_1A_2 = 2a = 2.5 = 10$ , Độ dài trục nhỏ:  $B_1B_2 = 2b = 2.4 = 8$

b) Tiêu điểm:  $F_1(-3; 0), F_2(3; 0)$

c) Đỉnh trục lớn:  $A_1(-5; 0), A_2(5; 0)$ , Đỉnh trục nhỏ:  $B_1(0; -4), B_2(0; 4)$

d) Tiêu cự:  $F_1F_2 = 2c = 2.3 = 6$

**Bài 2:** Cho elip (E):  $4x^2 + 9y^2 = 36$ . Xác định độ dài các trục, tọa độ các tiêu điểm, tọa độ các đỉnh và tiêu điểm của (E)

**Giải:** Từ (E):  $4x^2 + 9y^2 = 36 \Leftrightarrow \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$  (chia 2 vế cho 36)

Ta có:  $\begin{cases} a^2 = 9 \\ b^2 = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 2 \end{cases}$  suy ra:  $c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{9 - 4} = \sqrt{5}$

a) Độ dài trục lớn:  $A_1A_2 = 2a = 2.3 = 6$ , Độ dài trục nhỏ:  $B_1B_2 = 2b = 2.2 = 4$

b) Tiêu điểm:  $F_1(-\sqrt{5}; 0)$ ,  $F_2(\sqrt{5}; 0)$

c) Đỉnh trục lớn:  $A_1(-3; 0)$ ,  $A_2(3; 0)$ , Đỉnh trục nhỏ:  $B_1(0; -2)$ ,  $B_2(0; 2)$

d) Tiêu cự:  $F_1F_2 = 2c = 2\sqrt{5}$

## 2. Lập PTCT của elip

B1: Tìm a và b (hoặc  $a^2$  và  $b^2$ )

Vdct liên quan:  $c^2 = a^2 - b^2 \Rightarrow \begin{cases} a^2 = c^2 + b^2 \\ b^2 = a^2 - c^2 \end{cases}$  **Chú ý:**  $a > b > 0$

B2: Thay a, b (hoặc  $a^2$  và  $b^2$ ) vào PTCT của (E):  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

**Bài 2:** Lập PTCT của (E), biết:

a) Độ dài 2 trục lớn và nhỏ lần lượt là 10 và 8

b) Độ dài trục lớn bằng 12 và tiêu cự bằng 6

c) Có 1 tiêu điểm  $F_1(-\sqrt{2}; 0)$  và đi qua điểm  $M(\sqrt{2}; 1)$

d) Đi qua điểm  $A(2; -\frac{5}{3})$  và tỉ số  $\frac{c}{a}$  bằng  $\frac{2}{3}$

e) Độ dài trục lớn bằng 26 và tỉ số  $\frac{c}{a}$  bằng  $\frac{5}{13}$

f) Độ dài trục lớn bằng 12 và đi qua  $M(-2\sqrt{5}; 2)$

**Giải:** a) Ta có:  $2a = 10 \Rightarrow a = 5$  và  $2b = 8 \Rightarrow b = 4$

Vậy: PTCT của (E) là:  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$

b) Ta có:  $2a = 12 \Rightarrow a = 6$  và  $2c = 6 \Rightarrow c = 3$  Suy ra:  $b^2 = a^2 - c^2 = 6^2 - 3^2 = 36 - 9 = 27$

Vậy: PTCT của (E) là:  $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{27} = 1$

c) Từ tiêu điểm  $F_1(-\sqrt{2}; 0) \Rightarrow c = \sqrt{2}$ . Gọi PTCT của (E) có dạng:  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

Ta có:  $M(\sqrt{2}; 1) \in (E)$ , nên:  $\frac{2}{a^2} + \frac{1}{b^2} = 1$  mà  $a^2 = b^2 + c^2 = b^2 + 2$

Suy ra:  $\frac{2}{b^2+2} + \frac{1}{b^2} = 1 \Leftrightarrow 2b^2 + b^2 + 2 = b^2(b^2 + 2) \Leftrightarrow b^4 - b^2 - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b^2 = -1(\text{loại}) \\ b^2 = 2 \end{cases}$

$\Rightarrow a^2 = 2 + 2 = 4$ . Vậy: PTCT của (E) là:  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{2} = 1$

d) Gọi PTCT của (E) có dạng:  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  Ta có:  $A(2; -\frac{5}{3}) \in (E)$ , nên:  $\frac{4}{a^2} + \frac{\frac{25}{9}}{b^2} = 1$

Từ tỉ số  $\frac{c}{a} = \frac{2}{3} \Rightarrow c = \frac{2}{3}a$  mà  $b^2 = a^2 - c^2 = a^2 - \frac{4}{9}a^2 = \frac{5}{9}a^2$

Suy ra:  $\frac{4}{a^2} + \frac{\frac{25}{9}}{\frac{5}{9}a^2} = 1 \Leftrightarrow 4 \cdot \frac{5}{9}a^2 + \frac{25}{9}a^2 = a^2 \cdot \frac{5}{9}a^2 \Leftrightarrow \frac{5}{9}a^4 - 5a^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 9 \\ a^2 = 0(\text{loại}) \end{cases}$

$\Rightarrow b^2 = \frac{5}{9}a^2 = \frac{5}{9} \cdot 9 = 5$ . Vậy: PTCT của (E) là:  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$

e) Ta có:  $2a = 26 \Rightarrow a = 13$  và tỉ số  $\frac{c}{a} = \frac{5}{13} \Rightarrow c = \frac{5}{13}a = \frac{5}{13} \cdot 13 = 5$

Suy ra:  $b^2 = a^2 - c^2 = 13^2 - 5^2 = 169 - 25 = 144$ . Vậy: PTCT của (E) là:  $\frac{x^2}{169} + \frac{y^2}{144} = 1$

f) Ta có:  $2a = 12 \Rightarrow a = 6$

Gọi PTCT của (E) có dạng:  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  Ta có:  $M(-2\sqrt{5}; 2) \in (E)$ , nên:  $\frac{20}{a^2} + \frac{4}{b^2} = 1$

$\Leftrightarrow \frac{20}{36} + \frac{4}{b^2} = 1 \Leftrightarrow 20b^2 + 144 = 36b^2 \Leftrightarrow 16b^2 = 144 \Leftrightarrow b^2 = 9$

Vậy: PTCT của (E) là:  $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{9} = 1$

**Bài 3:** Lập PTCT của (E), biết: