

CHUYÊN ĐỀ: ĐƯỜNG THẲNG

I: LÝ THUYẾT

1. VTCP (vector chỉ phương): kí hiệu: \vec{u} ; VTPT (vector pháp tuyến): kí hiệu: \vec{n}

2. Đt d: $\begin{cases} VTCP \vec{u} = (a; b) \\ Qua M_0(x_0; y_0) \end{cases}$ Suy ra: PTTS của đt d là: $\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \end{cases}$ (t là tham số)

3. Nếu đt d có VTCP $\vec{u} = (a; b)$ thì hệ số góc của đt d là: $k = \frac{b}{a}$

4. Đt d: $\begin{cases} VTPT \vec{n} = (a; b) \\ Qua M_0(x_0; y_0) \end{cases}$ Suy ra: PTTQ của đt d là: $a(x - x_0) + b(y - y_0) = 0$

5. Nếu đt d có PTTS: $\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \end{cases}$ thì đt d có VTCP là: $\vec{u} = (a; b)$ và VTPT là $\vec{n} = (-b; a)$

6. Nếu đt d có PTTQ: $ax + by + c = 0$ thì đt có VTPT là: $\vec{n} = (a; b)$ và VTCP là $\vec{u} = (-b; a)$

7. PT đường thẳng theo đoạn chắn:

Nếu đt d đi qua 2 điểm $M(a; 0)$, $N(0; b)$ thì PT đt d có dạng: $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$

8. Nếu đt d có PTTS là: $\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \end{cases}$ thì đt d có PTTQ là: $\frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b}$ (với a, b đều khác 0)

9. Cho $\Delta_1 : a_1x + b_1y + c_1 = 0$ và $\Delta_2 : a_2x + b_2y + c_2 = 0$

a) Nếu $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$ thì Δ_1 cắt Δ_2 hoặc Nếu hệ PT: $\begin{cases} a_1x + b_1y = -c_1 \\ a_2x + b_2y = -c_2 \end{cases}$ có n_0 thì Δ_1 cắt Δ_2

b) Nếu $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$ thì $\Delta_1 // \Delta_2$ hoặc Nếu hệ PT: $\begin{cases} a_1x + b_1y = -c_1 \\ a_2x + b_2y = -c_2 \end{cases}$ vô n_0 thì $\Delta_1 // \Delta_2$

c) Nếu $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ thì $\Delta_1 \equiv \Delta_2$ hoặc Nếu hệ PT: $\begin{cases} a_1x + b_1y = -c_1 \\ a_2x + b_2y = -c_2 \end{cases}$ vô số n_0 thì $\Delta_1 \equiv \Delta_2$

10. Cho $\Delta_1 : a_1x + b_1y + c_1 = 0$ có VTPT $\vec{n}_1 = (a_1; b_1)$

và $\Delta_2 : a_2x + b_2y + c_2 = 0$ có VTPT $\vec{n}_2 = (a_2; b_2)$

$$\text{Góc giữa 2 đt } \Delta_1 \text{ và } \Delta_2 \text{ là: } (\Delta_1, \Delta_2) = \cos \varphi = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{|a_1 a_2 + b_1 b_2|}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2} \cdot \sqrt{a_2^2 + b_2^2}}$$

11. * Nếu $\Delta_1 \perp \Delta_2 \Leftrightarrow \vec{n}_1 \perp \vec{n}_2 \Leftrightarrow a_1 a_2 + b_1 b_2 = 0$

* Nếu $\Delta_1 : y = k_1 x + m_1$ và $\Delta_2 : y = k_2 x + m_2$ thì $\Delta_1 \perp \Delta_2 \Leftrightarrow k_1 \cdot k_2 = -1$

12. Cho điểm $M_0(x_0; y_0)$ và đt $\Delta : ax + by + c = 0$

$$\text{Khoảng cách từ điểm } M_0 \text{ đến đt } d \text{ là: } d(M_0, \Delta) = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

II BÀI TẬP MẪU

Bài tập 1: Lập PTTS của đt d, biết:

a) d đi qua điểm $M(2; -3)$ và có VTCP $\vec{u} = (-5; 4)$

b) d đi qua điểm $M(-5; 6)$ và có VTPT $\vec{n} = (7; -1)$

c) d đi qua điểm $C(5; -1)$ và có hệ số góc $k = 3$

d) d đi qua 2 điểm $A(3; -4)$ và $B(-5; 2)$

Giải: a) Đt d: $\begin{cases} \text{Qua } M(2; -3) \\ \text{VTCP } \vec{u} = (-5; 4) \end{cases} \Rightarrow \text{PTTS của đt d là: } \begin{cases} x = 2 - 5t \\ y = -3 + 4t \end{cases}$

b) Đt d có VTPT $\vec{n} = (7; -1) \Rightarrow$ đt d có VTCP là: $\vec{u} = (1; 7)$

Đt d: $\begin{cases} \text{đi qua điểm } M(-5; 6) \\ \text{có VTCP } \vec{u} = (1; 7) \end{cases} \Rightarrow \text{PTTS của đt d là: } \begin{cases} x = -5 + t \\ y = 6 + 7t \end{cases}$

c) Đt d có hệ số góc $k = 3 \Rightarrow$ đt d có VTCP là: $\vec{u} = (1; 3)$

Đt d: $\begin{cases} \text{đi qua điểm } C(5; -1) \\ \text{có VTCP } \vec{u} = (1; 3) \end{cases} \Rightarrow \text{PTTS của đt d là: } \begin{cases} x = 5 + t \\ y = -1 + 3t \end{cases}$

d) Đt d có VTCP $\vec{u} = \overline{AB} = (-8; 6)$

Đt d: $\begin{cases} \text{đi qua điểm } A(3; -4) \\ \text{có VTCP } \vec{u} = (-8; 6) \end{cases} \Rightarrow \text{PTTS của đt d là: } \begin{cases} x = 3 - 8t \\ y = -4 + 6t \end{cases}$

Ghi nhớ: a) Nếu Δ có hệ số góc k thì Δ có VTCP là: $\vec{u} = (1; k)$

b) Nếu Δ có VTPT $\vec{n} = (a; b)$ thì Δ có VTCP là: $\vec{u} = (-b; a)$

Bài tập 2: Lập PTTQ của đt Δ , biết:

a) Δ đi qua điểm $A(-7; 2)$ và có VTPT $\vec{n} = (-8; 3)$

b) Δ đi qua điểm $B(4; -6)$ và có VTCP $\vec{u} = (7; -9)$

c) Δ đi qua điểm $D(2; -3)$ và có hệ số góc $k = -2$ d) Δ đi qua 2 điểm $M(3; 2)$ và $N(-7; 4)$

Giải: a) Đt Δ : $\begin{cases} \text{đi qua điểm } A(-7; 2) \\ \text{có VTPT } \vec{n} = (-8; 3) \end{cases}$

\Rightarrow PTTQ của đt Δ là: $-8(x + 7) + 3(y - 2) = 0$ hay $-8x + 3y - 62 = 0$

b) Đt Δ có VTCP $\vec{u} = (7; -9) \Rightarrow$ đt Δ có VTPT là: $\vec{n} = (9; 7)$

Đt Δ : $\begin{cases} \text{đi qua điểm } B(4; -6) \\ \text{có VTPT } \vec{n} = (9; 7) \end{cases}$

\Rightarrow PTTQ của đt Δ là: $9(x - 4) + 7(y + 6) = 0$ hay $9x + 7y + 6 = 0$

c) * *Cách 1:* Đt Δ có hệ số góc $k = -2 \Rightarrow \Delta$ có VTCP $\vec{u} = (1; -2) \Rightarrow \Delta$ có VTPT $\vec{n} = (2; 1)$

Đt Δ : $\begin{cases} \text{đi qua điểm } D(2; -3) \\ \text{có VTPT } \vec{n} = (2; 1) \end{cases}$

\Rightarrow PTTQ của đt Δ là: $2(x - 2) + 1(y + 3) = 0$ hay $2x + y - 1 = 0$

* *Cách 2:* PT đt Δ có hệ số góc $k = -2 \Rightarrow$ PTTQ của đt Δ có dạng: $y = -2x + b$

Mà đt Δ đi qua điểm $D(2; -3)$ nên: $-3 = -2 \cdot 2 + b \Rightarrow b = 1$

Vậy: PTTQ của đt Δ là: $y = -2x + 1$ hay $2x + y - 1 = 0$

d) Đt Δ có VTCP $\vec{u} = \overrightarrow{MN} = (-10; 2) \Rightarrow$ đt Δ có VTPT $\vec{n} = (2; 10)$

Đt Δ : $\begin{cases} \text{đi qua điểm } M(3; 2) \\ \text{có VTPT } \vec{n} = (2; 10) \end{cases}$

\Rightarrow PTTQ của đt Δ là: $2(x - 3) + 10(y - 2) = 0$ hay $2x + 10y - 26 = 0$ hay $x + 5y - 13 = 0$

Bài tập 3: Lập PTTS của đt Δ , biết:

a) Δ đi qua điểm $A(3; -2)$ và song song với đường thẳng $d: 2x - 3y - 3 = 0$

b) Δ đi qua điểm B(-4; 5) và vuông góc với đường thẳng d: $3x + y - 7 = 0$

c) Δ đi qua điểm C(1; -4) và song song với đt d: $\begin{cases} x = 3 - 5t \\ y = 7t \end{cases}$

d) Δ đi qua điểm D(-6; 7) và vuông góc với đt d: $\begin{cases} x = -2 + t \\ y = 3 + 6t \end{cases}$

Giải: a) VTPT của đt d là: $\vec{n} = (2; -3) \Rightarrow$ VTCP của đt Δ là: $\vec{u} = (3; 2)$

Đt Δ : $\begin{cases} \text{đi qua điểm A}(3; -2) \\ \text{có VTCP } \vec{u} = (3; 2) \end{cases} \Rightarrow$ PTTS của Δ là: $\begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = -2 + 2t \end{cases}$

b) VTPT của đt d là: $\vec{n} = (3; 1) \Rightarrow$ VTCP của đt Δ là: $\vec{u} = (3; 1)$

Đt Δ : $\begin{cases} \text{đi qua điểm B}(-4; 5) \\ \text{có VTCP } \vec{u} = (3; 1) \end{cases} \Rightarrow$ PTTS của Δ là: $\begin{cases} x = -3 + 3t \\ y = 5 + t \end{cases}$

c) VTCP của đt d là: $\vec{u} = (-5; 7) \Rightarrow$ VTCP của đt Δ là: $\vec{u} = (-5; 7)$

Đt Δ : $\begin{cases} \text{đi qua điểm C}(1; -4) \\ \text{có VTCP } \vec{u} = (-5; 7) \end{cases} \Rightarrow$ PTTS của Δ là: $\begin{cases} x = 1 - 5t \\ y = -4 + 7t \end{cases}$

d) VTCP của đt d là: $\vec{u} = (1; 6) \Rightarrow$ VTCP của đt Δ là: $\vec{u} = (6; -1)$

Đt Δ : $\begin{cases} \text{đi qua điểm D}(-6; 7) \\ \text{có VTCP } \vec{u} = (6; -1) \end{cases} \Rightarrow$ PTTS của Δ là: $\begin{cases} x = -6 + 6t \\ y = 7 - t \end{cases}$

Bài tập 4: Lập PTTQ của đt Δ , biết:

a) Δ đi qua điểm M(-1; 5) và song song với đường thẳng d: $3x - 4y + 7 = 0$

b) Δ đi qua điểm N(7; 9) và vuông góc với đường thẳng d: $x + 2y - 12 = 0$

c) Δ đi qua điểm E(2; -4) và song song với đt d: $\begin{cases} x = -1 - 3t \\ y = 2 + 5t \end{cases}$

d) Δ đi qua điểm F(-3; -8) và vuông góc với đt d: $\begin{cases} x = 5 + t \\ y = -3 - 4t \end{cases}$

Giải: a) * Cách 1: VTPT của d là: $\vec{n} = (3; -4) \Rightarrow$ VTPT của đt Δ là: $\vec{n} = (3; -4)$

$$\text{Đt } \Delta: \begin{cases} \text{đi qua điểm } M(-1;5) \\ \text{có VTPT } \vec{n} = (3;-4) \end{cases} \Rightarrow \text{PTTQ của đt } \Delta \text{ là: } 3(x+1) - 4(y-5) = 0 \text{ hay } 3x - 4y + 23 = 0$$

* Cách 2: Đt Δ song song với đt d nên PTTQ của đt Δ có dạng: $3x - 4y + C = 0$

Mà: đt Δ đi qua điểm $M(-1; 5)$, nên: $3 \cdot (-1) - 4 \cdot 5 + C = 0 \Rightarrow -23 + C = 0 \Rightarrow C = 23$

Vậy: PTTQ của đt Δ cần tìm là: $3x - 4y + 23 = 0$

b) * Cách 1: VTPT của đt d là: $\vec{n} = (1;2) \Rightarrow$ VTPT của đt Δ là: $\vec{n} = (2;-1)$

$$\text{Đt } \Delta: \begin{cases} \text{đi qua điểm } N(7;9) \\ \text{có VTPT } \vec{n} = (2;-1) \end{cases} \Rightarrow \text{PTTQ của đt } \Delta \text{ là: } 2(x-7) - 1(y-9) = 0 \text{ hay } 2x - y - 5 = 0$$

* Cách 2: Đt Δ vuông góc với đt d nên PTTQ của đt Δ có dạng: $2x - y + C = 0$

Mà: đt Δ đi qua điểm $N(7; 9)$, nên: $2 \cdot 7 - 9 + C = 0 \Rightarrow 5 + C = 0 \Rightarrow C = -5$

Vậy: PTTQ của đt Δ cần tìm là: $2x - y - 5 = 0$

c) VTCP của đt d là: $\vec{u} = (-3;5) \Rightarrow$ VTPT của đt Δ là: $\vec{n} = (5;3)$

$$\text{Đt } \Delta: \begin{cases} \text{đi qua điểm } E(2;-4) \\ \text{có VTPT } \vec{n} = (5;3) \end{cases} \Rightarrow \text{PTTQ của đt } \Delta \text{ là: } 5(x-2) + 3(y+4) = 0 \text{ hay } 5x + 3y + 2 = 0$$

d) VTCP của đt d là: $\vec{u} = (1;-4) \Rightarrow$ VTPT của đt Δ là: $\vec{n} = (1;-4)$

$$\text{Đt } \Delta: \begin{cases} \text{đi qua điểm } F(-3;-8) \\ \text{có VTPT } \vec{n} = (1;-4) \end{cases} \Rightarrow \text{PTTQ của đt } \Delta \text{ là: } 1(x+3) - 4(y+8) = 0 \text{ hay } x - 4y - 29 = 0$$

Bài tập 5: Lập PT của đt d , biết:

a) d đi qua 2 điểm $A(3; 0)$ và $B(0; -5)$

b) d đi qua 2 điểm $M(-4; 0)$ và $N(0; 7)$

Giải: a) PT đt d là: $\frac{x}{3} - \frac{y}{5} = 1 \Leftrightarrow 5x - 3y - 15 = 0$

b) PT đt d là: $-\frac{x}{4} + \frac{y}{7} = 1 \Leftrightarrow -7x + 4y - 28 = 0$

Bài tập 6: Cho ΔABC có $A(-4; 1)$, $B(2; 4)$, $C(6; -2)$

a) Tính $\cos A$, từ đó suy ra số đo góc A của Δ

b) Viết PTTQ của các cạnh AB , BC của Δ