CHUYÊN ĐỀ BỒI DƯỠNG TOÁN 8

CHUYÊN ĐỀ 9 – ĐỒNG DƯ

A. Định nghĩa:

Nếu hai số nguyên a và b có cùng số dư trong phép chia cho một số tự nhiên $m \neq 0$ thì ta nói a đồng dư với b theo môđun m, và có đồng dư thức: $a \equiv b \pmod{m}$

Ví dụ: $7 \equiv 10 \pmod{3}$, $12 \equiv 22 \pmod{10}$

+ Chú ý: $a \equiv b \pmod{m} \Leftrightarrow a - b \,\vdots\, m$

B. Tính chất của đồng dư thức:

1. Tính chất phản xạ: $a \equiv a \pmod{m}$

2. Tính chất đỗi xứng: $a \equiv b \pmod{m} \Rightarrow b \equiv a \pmod{m}$

3. Tính chất bắc cầu: $a \equiv b \pmod{m}$, $b \equiv c \pmod{m}$ thì $a \equiv c \pmod{m}$

4. Cộng , trừ từng vế: $\begin{cases} a \equiv b \pmod{m} \\ c \equiv d \pmod{m} \end{cases} \Rightarrow a \pm c \equiv b \pm d \pmod{m}$

Hệ quả:

a) $a \equiv b \pmod{m} \Rightarrow a + c \equiv b + c \pmod{m}$

b) $a + b \equiv c \pmod{m} \Rightarrow a \equiv c - b \pmod{m}$

c) $a \equiv b \pmod{m} \Rightarrow a + km \equiv b \pmod{m}$

5. Nhân từng vế : $\begin{cases} a \equiv b \pmod{m} \\ c \equiv d \pmod{m} \end{cases} \Rightarrow ac \equiv bd \pmod{m}$

Hệ quả:

a) $a \equiv b \pmod{m} \Rightarrow ac \equiv bc \pmod{m}$ $(c \in Z)$

b) $a \equiv b \pmod{m} \Rightarrow a^n \equiv b^n \pmod{m}$

6. Có thể nhân (chia) hai vế và môđun của một đồng dư thức với một số nguyên dương

$a \equiv b \pmod{m} \Leftrightarrow ac \equiv bc \pmod{mc}$

Chẳng hạn: $11 \equiv 3 \pmod{4} \Leftrightarrow 22 \equiv 6 \pmod{8}$

7. $\begin{cases} ac \equiv bc \pmod{m} \\ (c, m) = 1 \end{cases} \Rightarrow a \equiv b \pmod{m}$

Chẳng hạn : $\begin{cases} 16 \equiv 2 \pmod{7} \\ (2, 7) = 1 \end{cases} \Rightarrow 8 \equiv 1 \pmod{7}$

C. Các ví dụ:

1. Ví dụ 1:

Tìm số dư khi chia 92^{94} cho 15

Giải

Ta thấy $92 \equiv 2 \pmod{15} \Rightarrow 92^{94} \equiv 2^{94} \pmod{15}$ (1)

Lại có $2^4 \equiv 1 \pmod{15} \Rightarrow (2^4)^{23}. 2^2 \equiv 4 \pmod{15}$ hay $2^{94} \equiv 4 \pmod{15}$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $92^{94} \equiv 4 \pmod{15}$ tức là 92^{94} chia 15 thì dư 4

2. Ví dụ 2:

Chứng minh: trong các số có dạng $2^n - 4(n \in N)$, có vô số số chia hết cho 5

Thật vậy: