

CHUYÊN ĐỀ  
DẤU CỦA NHỊ THỨC BẬC NHẤT

A TÓM TẮT LÝ THUYẾT.

1. Nhị thức bậc nhất và dấu của nó.

a) Định nghĩa nhị thức bậc nhất:

Nhị thức bậc nhất (đối với  $x$ ) là biểu thức dạng  $ax + b$ , trong đó  $a$  và  $b$  là hai số cho trước với  $a \neq 0$ .

$x_0 = -\frac{b}{a}$  được gọi là nghiệm của nhị thức bậc nhất  $f(x) = ax + b$ .

b) Dấu của nhị thức bậc nhất

**Định lý:** Nhị thức bậc nhất  $f(x) = ax + b$  cùng dấu với hệ số  $a$  khi  $x$  lớn hơn nghiệm và trái dấu với hệ số  $a$  khi  $x$  nhỏ hơn nghiệm của nó.

2. Một số ứng dụng.

a) Giải bất phương trình tích

- Dạng  $P(x) > 0$  (1) (trong đó  $P(x)$  là tích các nhị thức bậc nhất.)
- Cách giải: Lập bảng xét dấu của  $P(x)$ . Từ đó suy ra tập nghiệm của (1).

b) Giải bất phương trình chứa ẩn ở mẫu

- Dạng  $\frac{P(x)}{Q(x)} > 0$  (2) (trong đó  $P(x)$ ,  $Q(x)$  là tích những nhị thức bậc nhất.)
- Cách giải: Lập bảng xét dấu của  $\frac{P(x)}{Q(x)}$ . Từ đó suy ra tập nghiệm của (2).

**Chú ý:** 1) Không nên qui đồng và khử mẫu.

2) Rút gọn bớt các nhị thức có lũy thừa bậc chẵn (cần lưu ý trong việc rút gọn để tránh làm mất nghiệm).

c) Giải bất phương trình chứa ẩn trong dấu giá trị tuyệt đối (GTTĐ)

• Tương tự như giải phương trình chứa ẩn trong dấu GTTĐ, ta thường sử dụng định nghĩa hoặc tính chất của GTTĐ để khử dấu GTTĐ.

**Chú ý:** Với  $B > 0$  ta có  $|A| < B \Leftrightarrow -B < A < B$ ;  $|A| > B \Leftrightarrow \begin{cases} A < -B \\ A > B \end{cases}$ .

**Câu 1.** Cho nhị thức bậc nhất  $f(x) = 23x - 20$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $f(x) > 0$  với  $\forall x \in \mathbb{R}$ .  
B.  $f(x) > 0$  với  $\forall x \in \left(-\infty; \frac{20}{23}\right)$ .  
C.  $f(x) > 0$  với  $x > -\frac{5}{2}$ .  
D.  $f(x) > 0$  với  $\forall x \in \left(\frac{20}{23}; +\infty\right)$ .

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$$5x - 1 > \frac{2x}{5} + 3 \Leftrightarrow 25x - 5 - 2x - 15 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{20}{23}.$$

**Câu 2.** Với  $x$  thuộc tập hợp nào dưới đây thì đa thức  $f(x) = x(x-6) + 5 - 2x - (10 + x(x-8))$  luôn dương?

- A.  $\emptyset$ .  
B.  $\mathbb{R}$ .  
C.  $(-\infty; 5)$ .  
D.  $(5; +\infty)$ .

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$x(x-6)+5-2x-(10+x(x-8))>0 \Leftrightarrow 0x > 5 \text{ vô nghiệm.}$$

Vậy  $x \in \emptyset$ .

- Câu 3.** Các giá trị của  $x$  thỏa mãn điều kiện đa thức  $f(x) = \frac{1}{x+2} + x - 1 - \frac{1}{x+1} - \sqrt{x^2+1}$
- A.  $x \neq -2$  và  $x \neq -1$ .    B.  $x > -1$ .    C.  $x \neq -1$ .    D.  $x \neq -2$ .

**Hướng dẫn giải**

**Chọn A.**

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} x+2 \neq 0 \\ x+1 \neq 0 \\ x^2+1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -2 \\ x \neq -1 \\ x \in \mathbb{R} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -2 \\ x \neq -1 \end{cases}.$$

- Câu 4.** Với  $x$  thuộc tập hợp nào dưới đây thì nhị thức bậc nhất  $f(x) = \frac{2}{1-x} - 1$  âm?

- A.  $(-\infty; -1)$ .    B.  $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$ .  
C.  $(1; +\infty)$ .    D.  $(-1; 1)$ .

**Hướng dẫn giải**

**Chọn B**

$$\frac{2}{1-x} - 1 < 0 \Leftrightarrow \frac{2-1+x}{1-x} < 0 \Leftrightarrow \frac{x+1}{1-x} < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -1 \\ x > 1 \end{cases}.$$

- Câu 5.** Với  $x$  thuộc tập hợp nào dưới đây thì nhị thức bậc nhất  $f(x) = (x-1)(x+3)$  không âm
- A.  $(-3, 1)$ .    B.  $[-3, 1]$ .    C.  $(-\infty, -3] \cup [1, +\infty)$ .    D.  $(-\infty, -3) \cup [1, +\infty)$ .

**Hướng dẫn giải**

**Chọn B.**

$$\text{Ta có } (x-1)(x+3) \geq 0 \Leftrightarrow -3 \leq x \leq 1. \text{ Vậy } x \in [-3, 1].$$

- Câu 6.** Với  $x$  thuộc tập hợp nào dưới đây thì nhị thức bậc nhất  $f(x) = \frac{-4x+1}{3x+1} + 3$  không dương

- A.  $\left[-\frac{4}{5}, -\frac{1}{3}\right]$     B.  $\left[-\frac{4}{5}, -\frac{1}{3}\right)$     C.  $\left(-\infty, -\frac{4}{5}\right]$     D.  $\left[-\frac{4}{5}, +\infty\right)$ .

**Hướng dẫn giải**

**Chọn A.**

$$\text{Ta có } \frac{-4x+1}{3x+1} + 3 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{5x+4}{3x+1} \leq 0 \Leftrightarrow -\frac{4}{5} \leq x \leq -\frac{1}{3}.$$

$$\text{Vậy } x \in \left[-\frac{4}{5}, -\frac{1}{3}\right].$$

- Câu 7.** Với  $x$  thuộc tập hợp nào dưới đây thì nhị thức bậc nhất  $f(x) = \frac{4}{x+3} - 2$  không dương

- A.  $(-\infty, -3) \cup [-1, +\infty)$ .    B.  $(-3, -1]$ .    C.  $[-1, +\infty)$ .    D.  $(-\infty, -1]$ .

**Hướng dẫn giải**

**Chọn A.**

$$\text{Ta có } \frac{4}{x+3} - 2 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{2x+2}{x+3} \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -3 \\ x \geq -1 \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } x \in (-\infty, -3] \cup [-1, +\infty).$$

- Câu 8.** Với  $x$  thuộc tập hợp nào dưới đây thì nhị thức bậc nhất  $f(x) = |2x-5| - 3$  không dương

A.  $1 \leq x \leq 4$ .

B.  $x = \frac{5}{2}$ .

C.  $x = 0$ .

D.  $x < 1$ .

**Hướng dẫn giải**

**Chọn A.**

Ta có  $|2x-5|-3 \leq 0 \Leftrightarrow |2x-5| \leq 3 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-5 \leq 3 \\ 2x-5 \geq -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 4 \\ x \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow 1 \leq x \leq 4$ .

Vậy  $x \in [1, 4]$ .

**Câu 9.** Với  $x$  thuộc tập hợp nào dưới đây thì nhị thức  $f(x) = \frac{x-1}{x^2+4x+3}$  không dương?

A.  $S = (-\infty; 1)$ .

B.  $S = (-3; -1) \cup [1; +\infty)$ .

C.  $S = (-\infty; -3) \cup (-1; 1]$ .

D.  $S = (-3; 1)$ .

**Hướng dẫn giải**

**Chọn C.**

$f(x) = \frac{x-1}{x^2+4x+3}$ .

Ta có  $x-1=0 \Leftrightarrow x=1$

$x^2+4x+3=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=-3 \\ x=-1 \end{cases}$

+ Xét dấu  $f(x)$ :

$x$	$-\infty$	$-3$	$-1$	$1$	$+\infty$
$x-1$	-	-	-	0	+
$x+1$	-	-	0	+	+
$x+3$	-	0	+	+	+
$f(x)$	-		+		- 0 +

+ Vậy  $f(x) \leq 0$  khi  $x \in (-\infty; -3) \cup (-1; 1]$ .

Vậy  $x \in (-\infty; -3) \cup (-1; 1]$

**Câu 10.** Với  $x$  thuộc tập hợp nào dưới đây thì nhị thức bậc nhất  $f(x) = \frac{2-x}{2x+1}$  không âm?

A.  $S = \left(-\frac{1}{2}; 2\right)$ .

B.  $S = \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup (2; +\infty)$ .

C.  $S = \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup [2; +\infty)$ .

D.  $S = \left[-\frac{1}{2}; 2\right]$ .

**Hướng dẫn giải**

**Chọn D.**

Ta có  $2-x=0 \Leftrightarrow x=2$

$2x+1=0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}$

+ Xét dấu  $f(x)$ :

$x$	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$2$	$+\infty$
$2-x$	+		+	0 -
$2x+1$	-	0	+	+
$f(x)$	-		+	0 -

+ Vậy  $f(x) \geq 0$  khi  $x \in \left(-\frac{1}{2}; 2\right]$ .

- Câu 11.** Với  $x$  thuộc tập hợp nào dưới đây thì nhị thức  $f(x) = x(x^2 - 1)$  không âm?  
**A.**  $(-\infty; -1) \cup [1; +\infty)$ .    **B.**  $[-1; 0] \cup [1; +\infty)$ .    **C.**  $(-\infty; -1] \cup [0; 1)$ .    **D.**  $[-1; 1]$ .

**Hướng dẫn giải**

**Chọn B.**

Cho  $x(x^2 - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$ .

Bảng xét dấu

$x$	$-\infty$	$-1$	$0$	$1$	$+\infty$		
$x-1$	-		-	0	+		
$x$	-		-	0	+		
$x+1$	-	0	+	+	+		
$f(x)$	-	0	+	0	-	0	+

Căn cứ bảng xét dấu ta được  $x \in [-1; 0] \cup [1; +\infty)$

- Câu 12.** Với  $x$  thuộc tập hợp nào dưới đây thì nhị thức bậc nhất  $f(x) = |2x-3|-1$  không dương?  
**A.**  $1 \leq x \leq 3$ .    **B.**  $-1 \leq x \leq 1$ .    **C.**  $1 \leq x \leq 2$ .    **D.**  $-1 \leq x \leq 2$ .

**Hướng dẫn giải**

**Chọn C**

$|2x-3|-1 \leq 0 \Leftrightarrow |2x-3| \leq 1 \Leftrightarrow -1 \leq 2x-3 \leq 1 \Leftrightarrow 1 \leq x \leq 2$ .

- Câu 13.** Với  $x$  thuộc tập hợp nào dưới đây thì  $f(x) = 5x - \frac{x+1}{5} - 4 - (2x-7)$  luôn âm  
**A.**  $\emptyset$ .    **B.**  $\mathbb{R}$ .    **C.**  $(-\infty; -1)$ .    **D.**  $(-1; +\infty)$ .

**Hướng dẫn giải**

**Chọn C.**

$5x - \frac{x+1}{5} - 4 - (2x-7) < 0 \Leftrightarrow 14x + 14 < 0 \Leftrightarrow x < -1$ .

Vậy  $x \in (-\infty; -1)$ .

- Câu 14.** Với  $x$  thuộc tập hợp nào dưới đây thì  $f(x) = x^2 - 2x + 3$  luôn dương  
**A.**  $\emptyset$ .    **B.**  $\mathbb{R}$ .    **C.**  $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$ .    **D.**  $(-1; 3)$ .

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có  $x^2 - 2x + 3 = (x-1)^2 + 2 \geq 2, \forall x \in \mathbb{R}$ . Vậy  $x \in \mathbb{R}$ .

**Câu 15.** Với  $x$  thuộc tập hợp nào dưới đây thì đa thức  $f(x) = x^2 + 9 - 6x$  luôn dương

- A.  $\mathbb{R} \setminus \{3\}$ .                      B.  $\mathbb{R}$ .                      C.  $(3; +\infty)$ .                      D.  $(-\infty; 3)$ .

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có  $x^2 + 9 - 6x > 0 \Leftrightarrow (x-3)^2 > 0 \Leftrightarrow x \neq 3$ .

Vậy  $x \in \mathbb{R} \setminus \{3\}$ .

**Câu 16.** Tìm tham số thực  $m$  để tồn tại  $x$  thỏa  $f(x) = m^2x + 3 - (mx + 4)$  âm

- A.  $m = 1$ .                      B.  $m = 0$ .                      C.  $m = 1$  hoặc  $m = 0$ .                      D.  $\forall m \in \mathbb{R}$ .

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$m^2x + 3 - (mx + 4) < 0 \Leftrightarrow (m^2 - m)x < 1$ .

+ Xét  $m^2 - m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 1 \end{cases}$  thì bất phương trình đã cho có nghiệm.

+ Xét  $m^2 - m \neq 0$  thì bất phương trình đã cho luôn có nghiệm

Vậy  $\forall m \in \mathbb{R}$  thỏa YCBT.

**Câu 17.** Với  $x$  thuộc tập hợp nào dưới đây thì đa thức  $f(x) = 2x + \frac{3}{2x-4} - \left(3 + \frac{3}{2x-4}\right)$  âm

- A.  $2x < 3$ .                      B.  $x < \frac{3}{2}$  và  $x \neq 2$ .                      C.  $x < \frac{3}{2}$ .                      D. Tất cả đều đúng.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có:  $2x + \frac{3}{2x-4} - \left(3 + \frac{3}{2x-4}\right) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 2 \\ x < \frac{3}{2} \end{cases}$ .

**Câu 18.** Với  $x$  thuộc tập hợp nào dưới đây thì đa thức  $f(x) = 2(x-1) - x - (3(x-1) - 2x - 5)$  luôn dương

- A.  $x \in \mathbb{R}$ .                      B.  $x < 3, 24$ .                      C.  $x > -2, 12$ .                      D. Vô nghiệm.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có  $2(x-1) - x - (3(x-1) - 2x - 5) > 0 \Leftrightarrow x - 2 > x - 8 \Leftrightarrow -2 > -8$  (luôn đúng).

Vậy  $x \in \mathbb{R}$ .

**Câu 19.** Với  $x$  thuộc tập hợp nào dưới đây thì nhị thức bậc nhất  $f(x) = 5(x-1) - x(7-x) - (x^2 - 2x)$

luôn dương

- A. Vô nghiệm.                      B.  $x \in \mathbb{R}$ .  
C.  $x > -2, 5$ .                      D.  $x > -2, 6$ .

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có  $5(x-1) - x(7-x) - (x^2 - 2x) > 0 \Leftrightarrow 5x - 5 - 7x + x^2 > x^2 - 2x \Leftrightarrow -5 > 0$  (vô lý).

Vậy vô nghiệm.

**Câu 20.** Với  $x$  thuộc tập hợp nào dưới đây thì đa thức  $f(x) = x^2 - 6x + 8$  không dương.