CHUYÊN ĐỀ BỒI DƯỠNG TOÁN 8

CHUYÊN ĐỀ 8 – CHỮ SỐ TẬN CÙNG

A. Kiến thức:

1. Một số tính chất:

a) Tính chất 1:

+ Các số có chữ số tận cùng là 0; 1; 5; 6 khi nâng lên luỹ thừa bậc bất kỳ nào thì chữ số tận cùng không thay đổi

+ Các số có chữ số tận cùng là 4; 9 khi nâng lên luỹ thừa bậc lẻ thì chữ số tận cùng không thay đổi

+ Các số có chữ số tận cùng là 3; 7; 9 khi nâng lên luỹ thừa bậc 4n ($n \in N$) thì chữ số tận cùng là 1

+ Các số có chữ số tận cùng là 2; 4; 8 khi nâng lên luỹ thừa bậc 4n ($n \in N$) thì chữ số tận cùng là 6

b) Tính chất 2: Một số tự nhiên bất kỳ khi nâng lên luỹ thừa bậc 4n + 1 ($n \in N$) thì chữ số tận cùng không thay đổi

c) Tính chất 3:

+ Các số có chữ số tận cùng là 3 khi nâng lên luỹ thừa bậc 4n + 3 ($n \in N$) thì chữ số tận cùng là 7; Các số có chữ số tận cùng là 7 khi nâng lên luỹ thừa bậc 4n + 3 ($n \in N$) thì chữ số tận cùng là 3

+ Các số có chữ số tận cùng là 2 khi nâng lên luỹ thừa bậc 4n + 3 (n $\in$ N) thì chữ số tận cùng là 8; Các số có chữ số tận cùng là 8 khi nâng lên luỹ thừa bậc 4n + 3 (n $\in$ N) thì chữ số tận cùng là 2

+ Các số có chữ số tận cùng là 0; 1; 4; 5; 6; 9 khi nâng lên luỹ thừa bậc 4n + 3 (n $\in$ N) thì chữ số tận cùng là không đổi

2. Một số phương pháp:

+ Tìm chữ số tận cùng của $x = a^m$ thì ta xét chữ số tận cùng của a:

- Nếu chữ số tận cùng của a là các chữ số: 0; 1; 5; 6 thì chữ số tận cùng của x là 0; 1; 5; 6

- Nếu chữ số tận cùng của a là các chữ số: 3; 7; 9 thì :

* Vì $a^m = a^{4n + r} = a^{4n} . a^r$

Nếu r là 0; 1; 2; 3 thì chữ số tận cùng của x là chữ số tận cùng của a^r

Nếu r là 2; 4; 8 thì chữ số tận cùng của x là chữ số tận cùng của $6.a^r$

B. Một số ví dụ:

Bài 1:

Tìm chữ số tận cùng của

a) 243^6 ; 167^{2010}

b) $\left(7^9\right)^9$; $\left(14^{14}\right)^{14}$; $\left[\left(4^5\right)^6\right]^7$

Giải

a) $243^6 = 243^{4+2} = 243^4 . 243^2$

243^2 có chữ số tận cùng là 9 nên chữ số tận cùng của 243^6 là 9

Ta có 2010 = 4.502 + 2 nên $167^{2010} = 167^{4.502+2} = 167^{4.502}.167^2$

$167^{4.502}$ có chữ số tận cùng là 6; 167^2 có chữ số tận cùng là 9 nên chữ số tận cùng của 167^{2010} là chữ số tận cùng của tích 6.9 là 4

b) Ta có:

+) $9^9 - 1 = (9-1)(9^8 + 9^7 + ...+ 9 + 1) = 4k \ (k \in N) \Rightarrow 9^9 = 4k + 1 \Rightarrow \left(7^9\right)^9 = 7^{4k+1}$

$= 7^{4k}.7$ nên có chữ số tận cùng là 7

$14^{14} = (12+2)^{14} = 12^{14} + 12.14^{13}.2 + ...+ 12.12.2^{13} + 2^{14}$ chia hết cho 4, vì các hạng tử trước 2^{14} đều có nhân tử 12 nên chia hết cho 4; hạng tử $2^{14} = 4^7$ chia hết cho 4 hay

$14^{14} = 4k \Rightarrow \left(14^{14}\right)^{14} = 14^{4k}$ có chữ số tận cùng là 6

+) 5^6 có chữ số tận cùng là 5 nên $\left(5^6\right)^7 = 5.(2k+1) \Rightarrow 5.(2k+1) - 1 = 4q \ (k, q \in N)$

$\Rightarrow 5.(2k+1) = 4q + 1 \Rightarrow \left[\left(4^5\right)^6\right]^7 = 4^{4q+1} = 4^{4q} . 4$ có chữ số tận cùng là chữ số tận cùng tích 6. 4 là 4

Bài 2: Tìm chữ số tận cùng của

$A = 2^1 + 3^5 + 4^9 + 5^{13} + ... + 2004^{8009}$