

**CHUYÊN ĐỀ BỒI DƯỠNG TOÁN 8**

**CHUYÊN ĐỀ 18 – BỔ ĐỀ HÌNH THANG VÀ CHÙM ĐƯỜNG THẲNG ĐỒNG QUY**

**A. Kiến thức**

**1) Bổ đề hình thang:**

“Trong hình thang có hai đáy không bằng nhau, đường thẳng đi qua giao điểm của các đường chéo và đi qua giao điểm của các đường thẳng chứa hai cạnh bên thì đi qua trung điểm của hai đáy”

Chứng minh:

Gọi giao điểm của AB, CD là H, của AC, BD là G, trung điểm của AD, BC là E và F

Nối EG, FG, ta có:  $\triangle ADG \cong \triangle CBG$  (g.g), nên :

$$\frac{AD}{CB} = \frac{AG}{CG} \Rightarrow \frac{2AE}{2CF} = \frac{AG}{CG} \Rightarrow \frac{AE}{CF} = \frac{AG}{CG} \quad (1)$$

Ta lại có :  $\widehat{EAG} = \widehat{FCG}$  (SL trong ) (2)

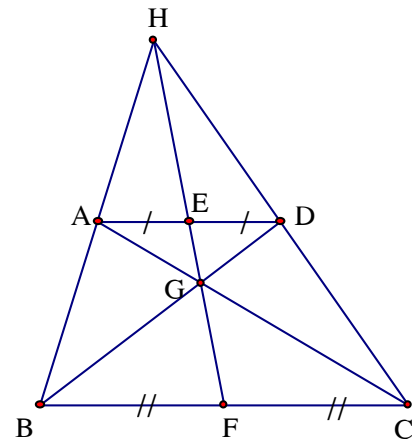
Từ (1) và (2) suy ra :  $\triangle AEG \cong \triangle CFG$  (c.g.c)

Do đó:  $\widehat{AGE} = \widehat{CGF} \Rightarrow E, G, H$  thẳng hàng (3)

Tương tự, ta có:  $\triangle AEH \cong \triangle BFH \Rightarrow \widehat{AHE} = \widehat{BHF}$

$\Rightarrow H, E, F$  thẳng hàng (4)

Từ (3) và (4) suy ra : H, E, G, F thẳng hàng

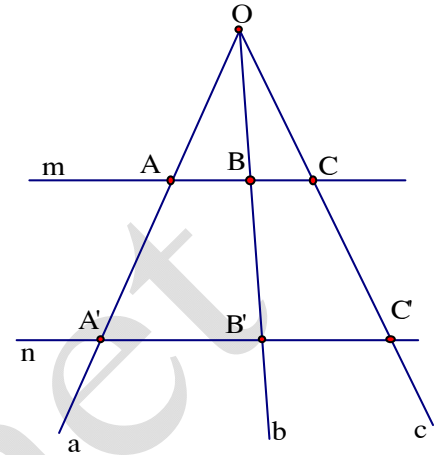


## 2) Chùm đường thẳng đồng quy:

Nếu các đường thẳng đồng quy cắt hai đường thẳng song song thì chúng định ra trên hai đường thẳng song song ấy các đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ

Nếu  $m \parallel n$ , ba đường thẳng  $a, b, c$  đồng quy ở  $O$  chúng cắt  $m$  tại  $A, B, C$  và cắt  $n$  tại  $A', B', C'$  thì

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{AC}{A'C'} \quad \text{hoặc} \quad \frac{AB}{BC} = \frac{A'B'}{B'C'} ; \quad \frac{AB}{AC} = \frac{A'B'}{A'C'}$$



\* Đảo lại:

+ Nếu ba đường thẳng trong đó có hai đường thẳng cắt nhau, định ra trên hai đường thẳng song song các cặp đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ thì ba đường thẳng đó đồng quy

+ Nếu hai đường thẳng bị cắt bởi ba đường thẳng đồng quy tạo thành các cặp đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ thì chúng song song với nhau

## B. Áp dụng:

### 1) Bài 1:

Cho tứ giác ABCD có M là trung điểm CD, N là trung điểm CB. Biết AM, AN cắt BD thành ba đoạn bằng nhau. Chứng minh rằng ABCD là hình bình hành

Giải

Gọi E, F là giao điểm của AM, AN với BD; G, H là giao điểm của MN với AD, BD

$MN \parallel BC$  (MN là đường trung bình của  $\triangle BCD$ )

$\Rightarrow$  Tứ giác HBFM là hình thang có hai cạnh bên đồng quy tại A, N là trung điểm của đáy BF nên theo bổ đề hình thang thì N là trung điểm của đáy MH

$\Rightarrow MN = NH$  (1)

Tương tự : trong hình thang CDEN thì M là trung điểm của GN  $\Rightarrow GM = MN$  (2)

Từ (1) và (2) suy ra  $GM = MN = NH$

Ta có  $\triangle BNH = \triangle CNM$  (c.g.c)  $\Rightarrow \widehat{BHN} = \widehat{CMN} \Rightarrow BH \parallel CM$  hay  $AB \parallel CD$  (a)

Tương tự:  $\triangle GDM = \triangle NCM$  (c.g.c)  $\Rightarrow \widehat{DGM} = \widehat{CNM} \Rightarrow GD \parallel CN$  hay  $AD \parallel CB$  (b)

Từ (a) và (b) suy ra tứ giác ABCD có các cặp cạnh đối song song nên là hình bình hành

## 2) Bài 2:

Cho  $\triangle ABC$  có ba góc nhọn, trực tâm H, một đường thẳng qua H cắt AB, AC thứ tự tại P, Q sao cho  $HP = HQ$ . Gọi M là trung điểm của BC. Chứng minh:  $HM \perp PQ$

