

CHUYÊN ĐỀ

BẤT PHƯƠNG TRÌNH VÀ HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

A TÓM TẮT LÝ THUYẾT.

1. Bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

a) Bất phương trình bậc nhất hai ẩn và miền nghiệm của nó.

- **Bất phương trình bậc nhất hai ẩn** x, y là bất phương trình có một trong các dạng:

$ax + by + c < 0, ax + by + c > 0, ax + by + c \leq 0, ax + by + c \geq 0$ trong đó a, b, c là những số thực đã cho, a và b không đồng thời bằng 0; x và y là các ẩn số.

Mỗi cặp số $(x_0; y_0)$ sao cho $ax_0 + by_0 < c$ gọi là **một nghiệm** của bất phương trình $ax + by + c < 0$,

Nghiệm của các bất phương trình dạng $ax + by > c, ax + by \leq c, ax + by \geq c$ cũng được định nghĩa tương tự.

- Trong mặt phẳng tọa độ thì mỗi nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn được biểu diễn bởi một điểm và tập nghiệm của nó được biểu diễn bởi một tập hợp điểm. Ta gọi tập hợp điểm ấy là **miền nghiệm** của bất phương trình.

b) Cách xác định miền nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

Định lí: Trong mặt phẳng tọa độ đường thẳng $(d): ax + by + c = 0$ chia mặt phẳng thành hai nửa mặt phẳng. Một trong hai nửa mặt phẳng ấy (không kể bờ (d)) gồm các điểm có tọa độ thỏa mãn bất phương trình $ax + by + c > 0$, nửa mặt phẳng còn lại (không kể bờ (d)) gồm các điểm có tọa độ thỏa mãn bất phương trình $ax + by + c < 0$.

Vậy để xác định miền nghiệm của bất phương trình $ax + by + c < 0$, ta có quy tắc thực hành **biểu diễn hình học tập nghiệm** (hay **biểu diễn miền nghiệm**) như sau:

Bước 1. Vẽ đường thẳng $(d): ax + by + c = 0$

Bước 2. Xét một điểm $M(x_0; y_0)$ không nằm trên (d) .

- Nếu $ax_0 + by_0 + c < 0$ thì nửa mặt phẳng (không kể bờ (d)) chứa điểm M là miền nghiệm của bất phương trình $ax + by + c < 0$.
- Nếu $ax_0 + by_0 + c > 0$ thì nửa mặt phẳng (không kể bờ (d)) không chứa điểm M là miền nghiệm của bất phương trình $ax + by + c > 0$.

Chú ý: Đối với các bất phương trình dạng $ax + by + c \leq 0$ hoặc $ax + by + c \geq 0$ thì miền nghiệm là nửa mặt phẳng kể cả bờ.

2. Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn

Tương tự hệ bất phương trình một ẩn, ta có **hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn**.

Trong mặt phẳng tọa độ, ta gọi tập hợp các điểm có tọa độ thỏa mãn mọi bất phương trình trong hệ là **miền nghiệm của hệ**. Vậy miền nghiệm của hệ là giao các miền nghiệm của các bất phương trình trong hệ.

Để xác định miền nghiệm của hệ, ta dùng phương pháp biểu diễn hình học như sau:

- Với mỗi bất phương trình trong hệ, ta xác định miền nghiệm của nó và gạch bỏ (tô màu) miền còn lại.
- Sau khi làm như trên lần lượt đối với tất cả các bất phương trình trong hệ trên cùng một mặt phẳng tọa độ, miền còn lại không bị gạch (tô màu) chính là miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.

Câu 1: Câu nào sau đây **sai**?

Miền nghiệm của bất phương trình $-x + 2 + 2(y - 2) < 2(1 - x)$ là nửa mặt phẳng chứa điểm

- A.** $(0; 0)$. **B.** $(1; 1)$. **C.** $(4; 2)$. **D.** $(1; -1)$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $-x + 2 + 2(y - 2) < 2(1 - x) \Leftrightarrow -x + 2 + 2y - 4 < 2 - 2x \Leftrightarrow x + 2y < 4$.

Để thấy tại điểm $(4; 2)$ ta có: $4 + 2 \cdot 2 = 8 > 4$.

Câu 2: Câu nào sau đây **đúng**?

Miền nghiệm của bất phương trình $3(x - 1) + 4(y - 2) < 5x - 3$ là nửa mặt phẳng chứa điểm

- A.** $(0; 0)$. **B.** $(-4; 2)$. **C.** $(-2; 2)$. **D.** $(-5; 3)$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $3(x - 1) + 4(y - 2) < 5x - 3 \Leftrightarrow 3x - 3 + 4y - 8 < 5x - 3 \Leftrightarrow 2x - 4y + 8 > 0$
 $\Leftrightarrow x - 2y + 4 > 0$

Để thấy tại điểm $(0; 0)$ ta có: $0 - 2 \cdot 0 + 4 = 4 > 0$.

Câu 3: Câu nào sau đây **sai**?

Miền nghiệm của bất phương trình $x + 3 + 2(2y + 5) < 2(1 - x)$ là nửa mặt phẳng chứa điểm

- A.** $(-3; -4)$. **B.** $(-2; -5)$. **C.** $(-1; -6)$. **D.** $(0; 0)$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $x + 3 + 2(2y + 5) < 2(1 - x) \Leftrightarrow x + 3 + 4y + 10 < 2 - 2x \Leftrightarrow 3x + 4y + 8 < 0$.

Để thấy tại điểm $(0; 0)$ ta có: $3 \cdot 0 + 4 \cdot 0 + 8 > 0$ (mâu thuẫn).

Câu 4: Câu nào sau đây **đúng**?

Miền nghiệm của bất phương trình $4(x - 1) + 5(y - 3) > 2x - 9$ là nửa mặt phẳng chứa điểm

- A.** $(0; 0)$. **B.** $(1; 1)$. **C.** $(-1; 1)$. **D.** $(2; 5)$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $4(x-1)+5(y-3) > 2x-9 \Leftrightarrow 4x-4+5y-15 > 2x-9 \Leftrightarrow 2x+5y-10 > 0$.

Để thấy tại điểm $(2;5)$ ta có: $2.2+5.5-10 > 0$ (đúng).

Câu 5: Câu nào sau đây đúng?.

Miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y}{3} - 1 \geq 0 \\ 2(x-1) + \frac{3y}{2} \leq 4 \\ x \geq 0 \end{cases}$$
 là phần mặt phẳng chứa điểm

A. $(2;1)$. **B.** $(0;0)$. **C.** $(1;1)$. **D.** $(3;4)$.

Lời giải

Chọn A.

Nhận xét: chỉ có điểm $(2;1)$ thỏa mãn hệ.

Câu 6: Điểm nào sau đây **không** thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} 2x+3y-1 > 0 \\ 5x-y+4 < 0 \end{cases} ?$$

A. $(-1;4)$. **B.** $(-2;4)$. **C.** $(0;0)$. **D.** $(-3;4)$.

Lời giải

Chọn C.

Nhận xét : chỉ có điểm $(0;0)$ không thỏa mãn hệ.

Câu 7: Điểm nào sau đây thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} 2x-5y-1 > 0 \\ 2x+y+5 > 0 \\ x+y+1 < 0 \end{cases}$$

A. $(0;0)$. **B.** $(1;0)$. **C.** $(0;-2)$. **D.** $(0;2)$.

Lời giải

Chọn C.

Nhận xét: chỉ có điểm $(0;-2)$ thỏa mãn hệ.

Câu 8: Miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} x-y > 0 \\ x-3y+3 < 0 \\ x+y-5 > 0 \end{cases}$$
 là phần mặt phẳng chứa điểm

A. $(5;3)$. **B.** $(0;0)$. **C.** $(1;-1)$. **D.** $(-2;2)$.

Lời giải

Chọn A.

Nhận xét: chỉ có điểm $(5;3)$ thỏa mãn hệ.

Câu 9: Miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} 3x+y \geq 9 \\ x \geq y-3 \\ 2y \geq 8-x \\ y \leq 6 \end{cases}$$
 là phần mặt phẳng chứa điểm

- A. (0;0). B. (1;2). C. (2;1). D. (8;4).

Lời giải

Chọn D.

Nhận xét: chỉ có cặp số (8;4) thỏa bất phương trình $3x + y \geq 9$.

Câu 10: Miền nghiệm của bất phương trình $3x + 2(y + 3) > 4(x + 1) - y + 3$ là phần mặt phẳng chứa điểm nào?

- A. (3;0). B. (3;1). C. (1;1). D. (0;0).

Lời giải

Chọn C.

Nhận xét: chỉ có cặp số (1;1) thỏa bất phương trình.

Câu 11: Miền nghiệm của bất phương trình $5(x + 2) - 9 < 2x - 2y + 7$ là phần mặt phẳng **không** chứa điểm nào?

- A. (-2;1). B. (2;3). C. (2;-1). D. (0;0).

Lời giải

Chọn C.

Nhận xét: chỉ có cặp số (2;3) không thỏa bất phương trình.

Câu 12: Trong các cặp số sau đây, cặp nào **không** là nghiệm của bất phương trình $2x + y < 1$?

- A. (-2;1). B. (3;-7). C. (0;1). D. (0;0).

Lời giải

Chọn C.

Nhận xét: chỉ có cặp số (0;1) không thỏa bất phương trình.

Câu 13: Trong các cặp số sau đây, cặp nào **không** là nghiệm của bất phương trình $x - 4y + 5 \geq 0$?

- A. (-5;0). B. (-2;1). C. (1;-3). D. (0;0).

Lời giải

Chọn B.

Ta thay cặp số (-2;1) vào bất phương trình $x - 4y + 5 \geq 0$ được $-2 - 4 + 5 \geq 0$ (sai) do đó cặp số (-2;1) không là nghiệm của bất phương trình $x - 4y + 5 \geq 0$.

Câu 14: Miền nghiệm của bất phương trình $-3x + y + 2 \leq 0$ không chứa điểm nào sau đây?

- A. A(1; 2). B. B(2; 1). C. C $\left(1; \frac{1}{2}\right)$. D. D(3; 1).

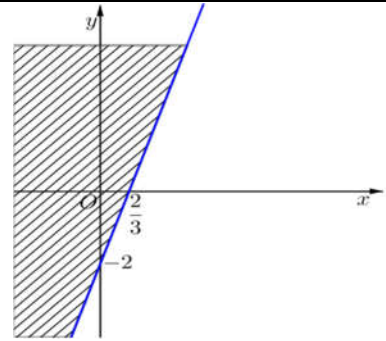
Hướng dẫn giải

Chọn A.

Trước hết, ta vẽ đường thẳng $(d): -3x + y + 2 = 0$.

Ta thấy $(0; 0)$ không là nghiệm của bất phương trình.

Vậy miền nghiệm là nửa mặt phẳng bờ (d) không chứa điểm $(0; 0)$.



Câu 15: Miền nghiệm của bất phương trình $x + 3 + 2(2y + 5) < 2(1 - x)$ không chứa điểm nào sau đây?

- A. $A(-1; -2)$. B. $B\left(-\frac{1}{11}; -\frac{2}{11}\right)$.
 C. $C(0; -3)$. D. $D(-4; 0)$.

Hướng dẫn giải

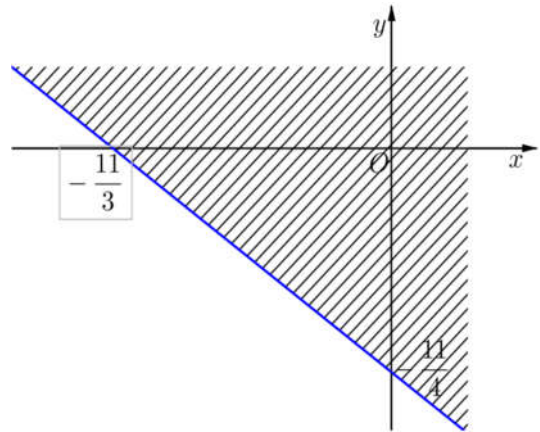
Chọn B.

Đầu tiên, thu gọn bất phương trình đề bài đã cho về thành $3x + 4y + 11 < 0$.

Ta vẽ đường thẳng $(d): 3x + 4y + 11 = 0$.

Ta thấy $(0; 0)$ không là nghiệm của bất phương trình.

Vậy miền nghiệm là nửa mặt phẳng (không kể bờ (d)) không chứa điểm $(0; 0)$.



Câu 16: Miền nghiệm của bất phương trình $2x + y > 1$ không chứa điểm nào sau đây?

- A. $A(1; 1)$. B. $B(2; 2)$. C. $C(3; 3)$. D. $D(-1; -1)$.

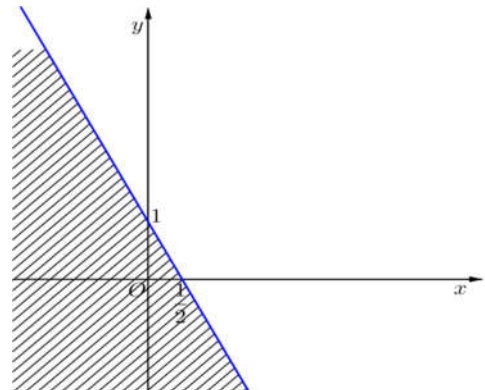
Hướng dẫn giải

Chọn D.

Trước hết, ta vẽ đường thẳng $(d): 2x + y = 1$.

Ta thấy $(0; 0)$ không là nghiệm của bất phương trình đã cho.

Vậy miền nghiệm của bất phương trình là nửa mặt phẳng (không kể bờ (d)) không chứa điểm $(0; 0)$.



Câu 17: Miền nghiệm của bất phương trình $(1 + \sqrt{3})x - (1 - \sqrt{3})y \geq 2$ chứa điểm nào sau đây?

- A. $A(1; -1)$. B. $B(-1; -1)$. C. $C(-1; 1)$. D. $D(-\sqrt{3}; \sqrt{3})$.

Hướng dẫn giải

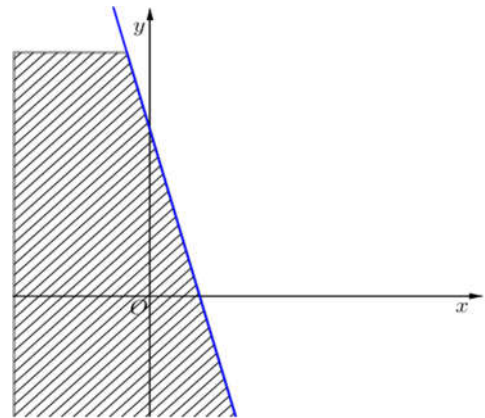
Chọn A.

Trước hết, ta vẽ đường thẳng

$$(d): (1 + \sqrt{3})x - (1 - \sqrt{3})y = 2.$$

Ta thấy $(0; 0)$ không là nghiệm của bất phương trình đã cho.

Vậy miền nghiệm là nửa mặt phẳng bờ (d) không chứa điểm $(0; 0)$.



Câu 18: Miền nghiệm của bất phương trình $x - 2 + 2(y - 1) > 2x + 4$ chứa điểm nào sau đây?

- A. $A(1; 1)$. B. $B(1; 5)$. C. $C(4; 3)$. D. $D(0; 4)$.

Hướng dẫn giải

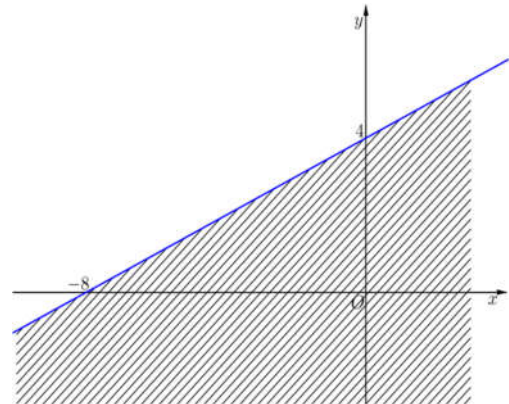
Chọn B.

Đầu tiên ta thu gọn bất phương trình đã cho về thành $-x + 2y - 8 > 0$.

Vẽ đường thẳng $(d): -x + 2y - 8 = 0$.

Ta thấy $(0; 0)$ không là nghiệm của bất phương trình đã cho.

Vậy miền nghiệm cần tìm là nửa mặt phẳng (không kể bờ (d)) không chứa điểm $(0; 0)$.



Câu 19: Miền nghiệm của bất phương trình $2x - \sqrt{2}y + \sqrt{2} - 2 \leq 0$ chứa điểm nào sau đây?

- A. $A(1; 1)$. B. $B(1; 0)$. C. $C(\sqrt{2}; \sqrt{2})$. D. $D(\sqrt{2}; -\sqrt{2})$.

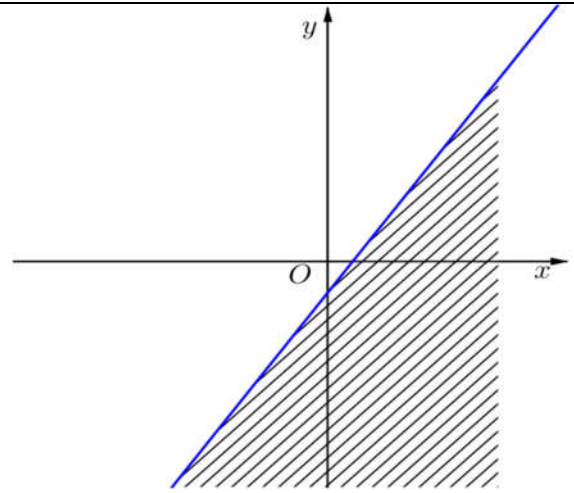
Hướng dẫn giải

Chọn A.

Trước hết, ta vẽ đường thẳng
(d): $2x - \sqrt{2}y + \sqrt{2} - 2 = 0$.

Ta thấy $(0; 0)$ là nghiệm của bất phương trình đã cho.

Vậy miền nghiệm cần tìm là nửa mặt phẳng bờ (d) chứa điểm $(0; 0)$.



Câu 20: Trong các cặp số sau, cặp nào **không** là nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x + y - 2 \leq 0 \\ 2x - 3y + 2 > 0 \end{cases}$ là

A. $(0; 0)$.

B. $(1; 1)$.

C. $(-1; 1)$.

D. $(-1; -1)$.

Lời giải

Chọn C.

Ta thay cặp số $(-1; 1)$ vào hệ ta thấy không thỏa mãn.

Câu 21: Cho bất phương trình $2x + 4y < 5$ có tập nghiệm là S . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $(1; 1) \in S$.

B. $(1; 10) \in S$.

C. $(1; -1) \in S$.

D. $(1; 5) \in S$.

Lời giải

Chọn C.

Ta thấy $(1; -1)$ thỏa mãn hệ phương trình do đó $(1; -1)$ là một cặp nghiệm của hệ phương trình.

Câu 22: Cho bất phương trình $x - 2y + 5 > 0$ có tập nghiệm là S . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $(2; 2) \in S$.

B. $(1; 3) \in S$.

C. $(-2; 2) \in S$.

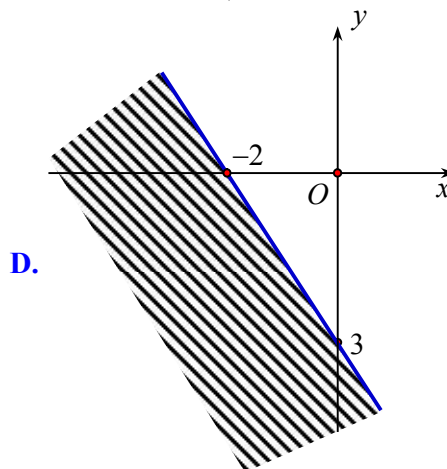
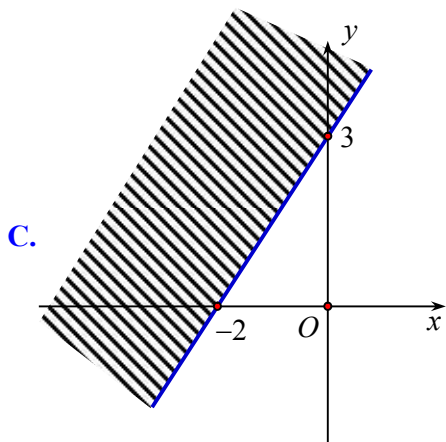
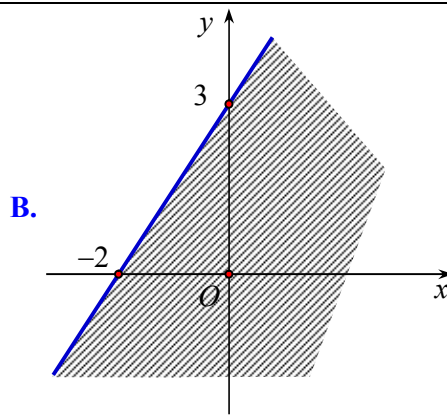
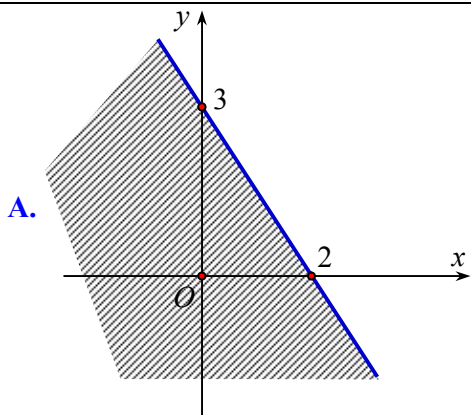
D. $(-2; 4) \in S$.

Lời giải

Chọn A.

Ta thấy $(2; 2) \in S$ vì $2 - 2 \cdot 2 + 5 > 0$.

Câu 23: Miền nghiệm của bất phương trình $3x - 2y > -6$ là



Hướng dẫn giải

Chọn C.

Trước hết, ta vẽ đường thẳng $(d): 3x - 2y = -6$.

Ta thấy $(0; 0)$ là nghiệm của bất phương trình đã cho. Vậy miền nghiệm cần tìm là nửa mặt phẳng bờ (d) chứa điểm $(0; 0)$.

Câu 24: Miền nghiệm của bất phương trình $3x + 2y > 6$ là

