

# CHUYÊN ĐỀ: BẤT PHƯƠNG TRÌNH, HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH

## VẤN ĐỀ I: BẤT PHƯƠNG TRÌNH VÀ HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH MỘT ẨN

**Bài 1:** Giải các bất phương trình sau:

$$a) \frac{3x+1}{2} - \frac{3-x}{3} \leq \frac{x+1}{4} - \frac{2x-1}{3}$$

$$b) -2x + \frac{3}{5} > \frac{3(2x-7)}{3}$$

$$c) (x+2)(2x-1) - 2 \leq x^2 + (x-1)(x+3)$$

**Giải:** a)  $\frac{3x+1}{2} - \frac{3-x}{3} \leq \frac{x+1}{4} - \frac{2x-1}{3} \Leftrightarrow 6(3x+1) - 4(3-x) \leq 3(x+1) - 4(2x-1)$

$$\Leftrightarrow 18x + 6 - 12 + 4x \leq 3x + 3 - 8x + 4 \Leftrightarrow 18x + 4x - 3x + 8x \leq 3 + 4 - 6 + 12$$

$$\Leftrightarrow 27x \leq 13 \Leftrightarrow x \leq \frac{13}{27}. \text{ Vậy: Nghiệm của BPT là: } x \leq \frac{13}{27} \text{ hay } T = (-\infty; \frac{13}{27}]$$

$$b) -2x + \frac{3}{5} > \frac{3(2x-7)}{3} \Leftrightarrow 15(-2x) + 3 \cdot 3 > 3 \cdot 5(2x-7) \Leftrightarrow -30x + 9 > 30x - 105$$

$$\Leftrightarrow -30x - 30x > -105 - 9 \Leftrightarrow -60x > -114 \Leftrightarrow x < \frac{19}{10}.$$

Vậy: Nghiệm của BPT là:  $x < \frac{19}{10}$  hay  $T = (-\infty; \frac{19}{10})$

$$c) (x+2)(2x-1) - 2 \leq x^2 + (x-1)(x+3) \Leftrightarrow 2x^2 - x + 4x - 2 - 2 \leq x^2 + x^2 + 3x - x - 3$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - x + 4x - 2 - 2 - x^2 - x^2 - 3x + x + 3 \leq 0 \Leftrightarrow x - 1 \leq 0 \Leftrightarrow x \leq 1$$

Vậy: Nghiệm của BPT là:  $x \leq 1$  hay  $T = (-\infty; 1]$

**Bài 2:** Giải các bất phương trình sau:

$$a) \frac{x^2+x+1}{x^2+2} > \frac{x^2+x}{x^2+1}$$

$$b) \sqrt{x^2+2x+2} > \sqrt{x^2-2x+3}$$

**Giải:** a) Vì  $x^2 + 2 > 0$ ,  $x^2 + 1 > 0$ , ta có:  $\frac{x^2 + x + 1}{x^2 + 2} > \frac{x^2 + x}{x^2 + 1} \Leftrightarrow (x^2 + x + 1)(x^2 + 1) > (x^2 + x)(x^2 + 2)$

$$\Leftrightarrow x^4 + x^2 + x^3 + x + x^2 + 1 > x^4 + 2x^2 + x^3 + 2x \Leftrightarrow -x + 1 > 0 \Leftrightarrow x < 1$$

Vậy: Nghiệm của BPT là:  $x > 1$  hay  $T = (1; +\infty)$

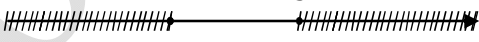
b) Vì  $x^2 + 2x + 2 > 0$ ,  $x^2 - 2x + 3 > 0$ , ta có:  $(\sqrt{x^2 + 2x + 2})^2 > (\sqrt{x^2 - 2x + 3})^2$

$$\Leftrightarrow x^2 + 2x + 2 > x^2 - 2x + 3 \Leftrightarrow 4x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{1}{4}$$

Vậy: Nghiệm của BPT là:  $x > \frac{1}{4}$  hay  $T = \left(\frac{1}{4}; +\infty\right)$

**Bài 3:** Giải các hệ bất phương trình sau:

a)  $\begin{cases} 3 - x \geq 0 \\ x + 1 \geq 1 \end{cases}$       b)  $\begin{cases} \frac{4x - 2}{3} < x - 6 \\ \frac{1}{2}(3x - 1) < 2x + 5 \end{cases}$       c)  $\begin{cases} \frac{x - 1}{2} - \frac{1}{3}(2x + 3) < 2 - \frac{x + 5}{2} - \frac{x}{6} \\ 1 - \frac{x + 5}{8} + \frac{4 - x}{2} > 3x - \frac{1}{4}(x + 1) \end{cases}$

**Giải:** a) \* Cách 1:  $\begin{cases} 3 - x \geq 0 \\ x + 1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 3 \\ x \geq -1 \end{cases} \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 3$  

Vậy: Nghiệm của hệ BPT là:  $-1 \leq x \leq 3$  hay  $T = [-1; 3]$

➤ Cách 2: \*  $3 - x \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 3$    
\*  $x + 1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -1$

Vậy: Nghiệm của hệ BPT là:  $-1 \leq x \leq 3$  hay  $T = [-1; 3]$

b) \* Cách 1:  $\begin{cases} \frac{4x - 2}{3} < x - 6 \\ \frac{1}{2}(3x - 1) < 2x + 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x - 2 < 3x - 18 \\ 3x - 1 < 4x + 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -16 \\ -x < 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -16 \\ x > -11 \end{cases} \Leftrightarrow \text{vô nghiệm}$

Vậy: Hệ BPT vô nghiệm 

➤ Cách 2: \*  $\frac{4x - 2}{3} < x - 6 \Leftrightarrow 4x - 2 < 3x - 18 \Leftrightarrow x < -16$   
\*  $\frac{3x - 1}{2} < 2x + 5 \Leftrightarrow 3x - 1 < 4x + 10 \Leftrightarrow -x < 11 \Leftrightarrow x > -11$

Vậy: Hệ BPT vô nghiệm 

$$c) \begin{cases} \frac{x-1}{2} - \frac{1}{3}(2x+3) < 2 - \frac{x+5}{2} - \frac{x}{6} \\ 1 - \frac{x+5}{8} + \frac{4-x}{2} > 3x - \frac{1}{4}(x+1) \end{cases}$$

$$* \frac{x-1}{2} - \frac{1}{3}(2x+3) < 2 - \frac{x+5}{2} - \frac{x}{6} \Leftrightarrow 3(x-1) - 2(2x+3) < 2 \cdot 6 - 3(x+5) - x$$

$$\Leftrightarrow 3x - 3 - 4x - 6 < 12 - 3x - 15 - x \Leftrightarrow 2x < 6 \Leftrightarrow x < 2$$

$$* 1 - \frac{x+5}{8} + \frac{4-x}{2} > 3x - \frac{1}{4}(x+1) \Leftrightarrow 8 \cdot 1 - (x+5) + 4(4-x) > 8 \cdot 3x - 2(x+1)$$

$$\Leftrightarrow 8 - x - 5 + 16 - 4x > 24x - 2x - 2 \Leftrightarrow -27x > -21 \Leftrightarrow x < \frac{7}{9}$$

Vậy: Nghiệm của hệ BPT là:  $x < \frac{7}{9}$  hay  $T = (-\infty; \frac{7}{9})$

## II: BÀI TẬP TỰ LUYỆN

**Bài 1:** Giải các bất phương trình sau:

$$a) \frac{3x+1}{2} - \frac{x-2}{3} < \frac{1-2x}{4}$$

$$b) \frac{x+2}{2} + \frac{x-2}{3} + \frac{x-1}{4} \geq 3 + \frac{x}{2}$$

$$c) (2x-1)(x+3) - 3x + 1 \leq (x-1)(x+3) + x^2 - 5$$

$$d) x(7-x) + 6(x-1) < x(2-x)$$

$$e) 2(x-1) + x > \frac{x+3}{3} + 3$$

$$f) \frac{2x+5}{3} - 3 \leq \frac{3x-7}{4} + x + 2$$

**Bài 2:** Giải các bất phương trình sau:

$$a) \sqrt{x^2 + 4x + 11} < \sqrt{x^2 - 5x + 29}$$

$$b) \frac{x^2 - x + 10}{5 + 2x^2} > \frac{1}{2}$$

**Bài 3:** Giải các hệ bất phương trình sau:

$$a) \begin{cases} 6x + \frac{5}{7} < 4x + 7 \\ \frac{8x+3}{2} < 2x + 5 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 15x - 2 > 2x + \frac{1}{3} \\ 2(x-4) < \frac{3x-14}{2} \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} 4x - 5 > \frac{10x-3}{2} \\ x + 5 > \frac{3x-7}{2} \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} -2x + \frac{3}{5} > \frac{2}{3}(2x-7) \\ x - \frac{1}{2} < \frac{5}{2}(3x-1) \end{cases}$$

$$e) \begin{cases} 45x - 2 > 6x + \frac{1}{3} \\ 2(3x-4) < \frac{9x-14}{2} \end{cases}$$

$$f) \begin{cases} \frac{4x+5}{6} < x-3 \\ 2x+3 > \frac{7x-4}{3} \end{cases}$$

$$g) \begin{cases} 3x+1 \geq 2x+7 \\ 4x+3 > 2x+19 \end{cases}$$

$$h) \begin{cases} 2-5x \geq x-10 \\ 2x-3 < -x+6 \end{cases}$$

$$i) \begin{cases} x-3 \leq 0 \\ x-4 \leq 3x \end{cases}$$

hoc360.net