

I. MỘT SỐ VÍ DỤ MINH HỌA.

Trong chương trình toán học lớp 5, các em đã được học công thức tính diện tích hình tam giác:

Ta có công thức: $S = a \times h$; $\Rightarrow a = S \times 2 : h$ hoặc $h = S \times 2 : a$

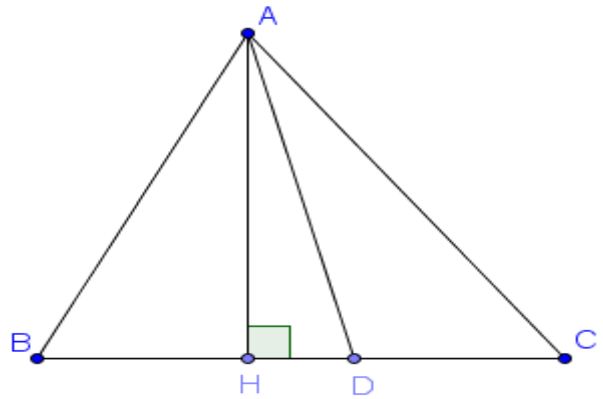
S là diện tích hình tam giác; a là số đo độ dài một cạnh đáy; h là chiều cao của cạnh đáy tam giác đó.

Từ công thức cơ bản này, tôi nhấn mạnh cho tất cả các bài toán có liên quan đến hình tam giác đều xoay quanh mối quan hệ đến diện tích, cạnh đáy, đường cao ứng với tam giác đó. Tuy vậy, đối với các bài toán có trình độ nâng cao học sinh rất lúng túng không biết xuất phát từ đâu, cách giải như thế nào? Chính vì vậy tôi đưa ra một số ví dụ quan trọng giúp học sinh vận dụng công thức tính diện tích hình tam giác một cách sáng tạo và linh hoạt hơn, cụ thể:

1. **Trường hợp 1:** Hai tam giác có đáy bằng nhau (hoặc chung đáy) và có chiều cao bằng nhau (hoặc chung chiều cao) thì diện tích của hai tam giác đó bằng nhau.

Ví dụ: Cho tam giác ABC. Trên cạnh BC ta lấy một điểm chính giữa D. Hãy so sánh diện tích 2 tam giác ABD và ADC.

Nhận xét: Hai tam giác ABD và ADC có chung chiều cao hạ từ đỉnh A. Muốn so sánh diện tích của chúng thì ta phải so sánh hai cạnh đáy của chúng. (hình 8)



Giải:

Hai tam giác ABD và ADC có đáy $BD = DC$ (Vì bài toán cho D là điểm chính giữa của BC) và chiều cao AH chung.

Vậy: $S_{ABD} = S_{ADC}$.

2. **Trường hợp 2:** Hai tam giác có đáy bằng nhau (hay chung đáy), tam giác nào có chiều cao gấp 2, 3, 4... lần thì diện tích gấp 2, 3, 4... lần.

Ví dụ: Cho tam giác ABC. Trên chiều cao AH ta lấy một điểm E sao cho

$AH = EH \times 3$. Hãy so sánh diện tích tam giác ABC và EBC.

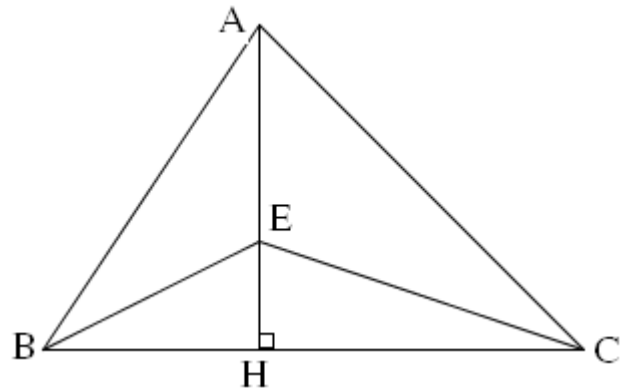
Nhận xét: Hai tam giác ABC và EBC có chung đáy BC nên để so sánh diện tích ta phải so sánh chiều cao hạ từ đỉnh E và A xuống đáy BC.

Giải:

Nối E với B và với C.

Hai tam giác ABC và EBC có chung đáy BC và có chiều cao

$AH = EH \times 3$. Vậy $S_{ABC} = S_{EBC} \times 3$.



3.Trường hợp 3 : thì Hai tam giác có chiều cao bằng nhau (hoặc chung chiều cao) tam giác nào có đáy gấp 2, 3, 4... lần diện tích cũng gấp 2, 3, 4... lần.

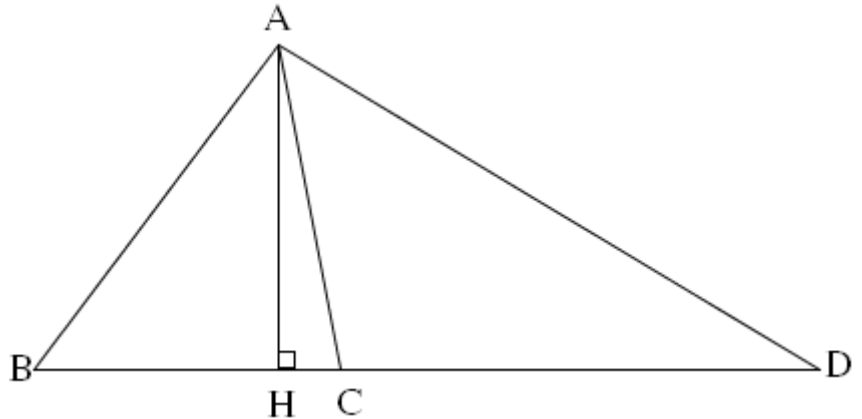
Ví dụ: Cho tam giác ABC.

Kéo dài BC thêm một đoạn

$CD = BC \times 2$.

Nối A với D. So sánh diện tích 2 tam giác ADB và ABC.

Nhận xét : Hai tam giác



ADB và ABC có chung chiều cao từ đỉnh A nên để so sánh diện tích của 2 tam giác ta cần so sánh 2 đáy BC và BD.

Hai tam giác ABC và ABD có chung chiều cao AH và đáy $BD = 3 \times BC$

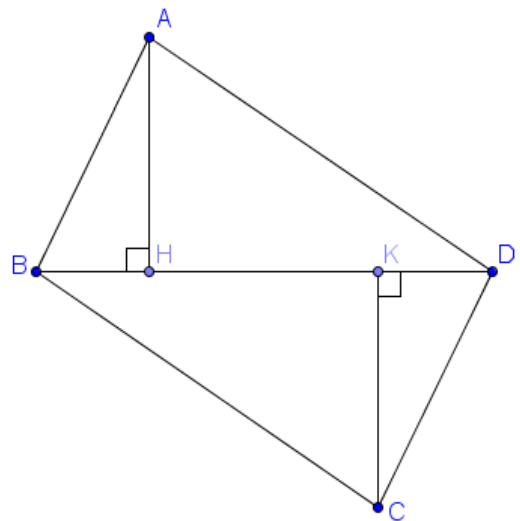
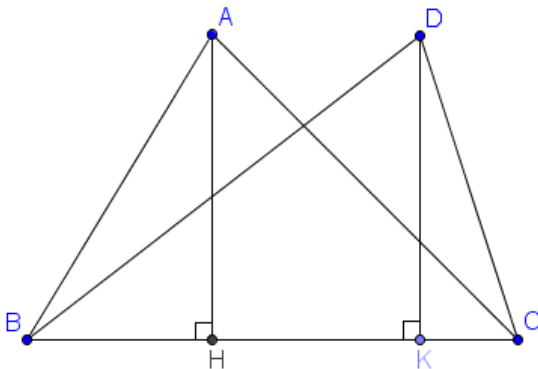
(vì $CD = 2 \times BC$)

Vậy $S_{ABD} = 3 \times S_{ABC}$.

4.Trường hợp 4: Hai tam giác có diện tích bằng nhau, đáy (hoặc chiều cao) bằng nhau thì chiều cao (hoặc đáy) cũng bằng nhau.

Ví dụ 1: Hai tam giác ABC và DBC có diện tích bằng nhau. Hãy so sánh chiều cao AH và DK hạ từ đỉnh A và D xuống đáy BC.

Nhận xét : Hai tam giác ABC và DBC có diện tích bằng nhau nên để so sánh chiều cao AH và DK ta phải tìm mối liên hệ giữa hai đáy ứng với chiều cao AH



Giải:

Theo bài ra ta có : $S_{ABC} = S_{DBC}$.

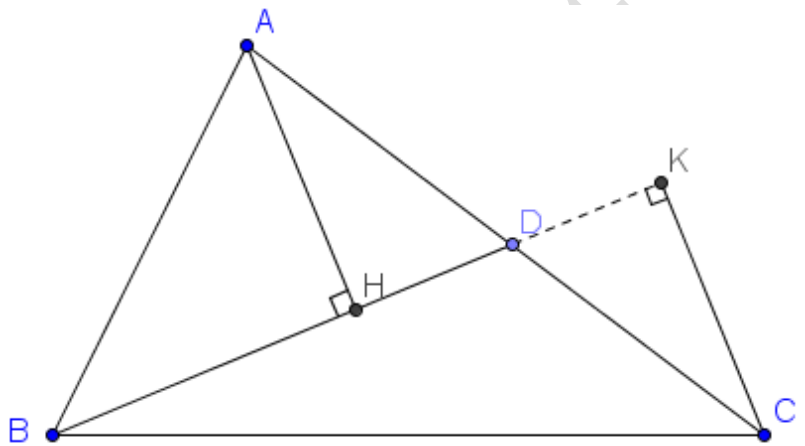
Mặt khác 2 tam giác ABC và DBC có diện tích bằng nhau lại còn có chung đáy BC nên suy ra chiều cao AH và DK hạ từ đỉnh A và D xuống đáy BC phải bằng nhau. Vậy $AH = DK$.
So sánh chiều cao AH và CK hạ từ A và C xuống đáy BD.

Ví dụ 2: Cho tam giác ABC. Trên AC lấy một điểm D sao cho khi nối B với D thì BD chia tam giác ABC thành 2 tam giác có diện tích bằng nhau là ADB và BDC.

Nhận xét: Muốn giải bài toán trước hết phải tìm vị trí điểm D trên cạnh AC tức là ta phải so sánh AD và DC.

(GV hướng dẫn)

Để so sánh chiều cao AH và CK thì ta phải tìm mối quan hệ giữa diện tích 2 tam giác ABD và BDC, quan hệ giữa 2 cạnh đáy ứng với chiều cao AH và CK.



Giải

Hai tam diện tích bằng nhau và có chung chiều cao hạ từ đỉnh B nên đáy $AD = DC$ hay D là điểm chính giữa AC.

Mặt khác 2 tam giác ABD và BDC lại có chung đáy BD nên chiều cao $AH = CK$

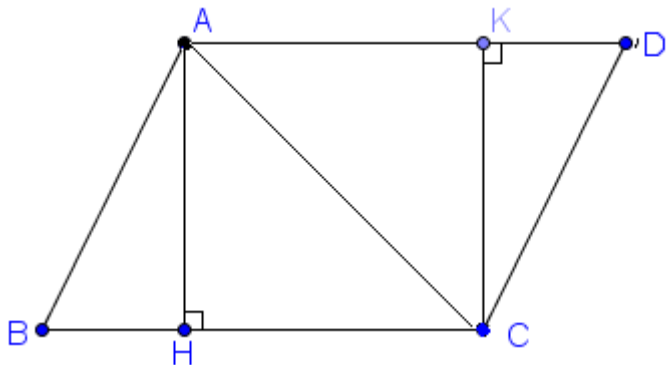
Ví dụ 3: Hai tam giác ABC và ADC có diện tích bằng nhau và chiều cao $AH = CK$. So sánh BC và AD.

Giải

Theo bài ra: $S_{ABC} = S_{ADC}$

Mặt khác 2 tam giác này lại có chiều cao $AH = CK$ nên suy ra đáy của chúng phải bằng nhau.

Vậy $BC = AD$.

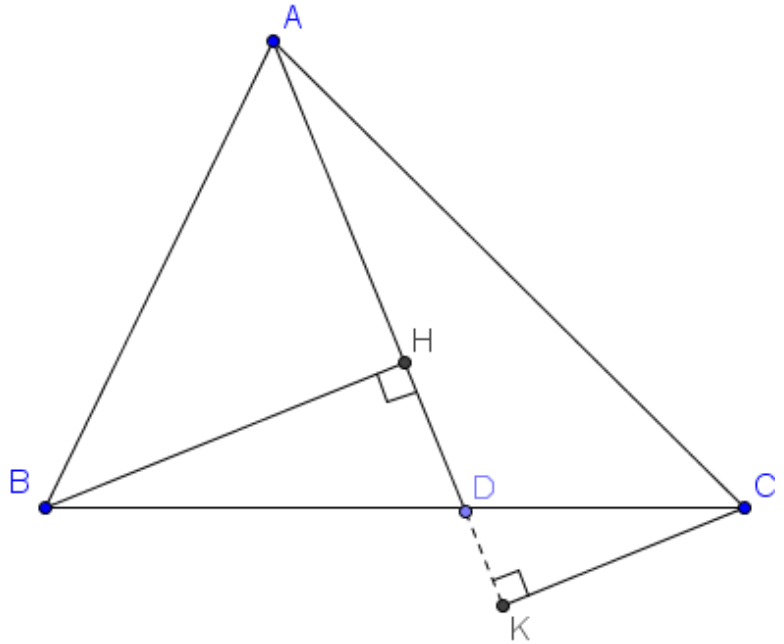


5.Trường hợp 5: Hai tam giác có đáy (hoặc chiều cao) bằng nhau, tam giác nào có diện tích gấp 2, 3, 4... lần chiều cao (hoặc đáy) cũng gấp 2, 3, 4... lần.

Ví dụ 1 : Cho tam giác ABC. Trên BC lấy một điểm D sao cho khi nối A với D ta được tam giác ABD gấp 2 lần diện tích tam giác ADC. Hãy so sánh chiều cao BH và CK hạ từ đỉnh B và C xuống AD.

a) Nhận xét :

- Tìm vị trí điểm D trên cạnh BC. So sánh chiều cao BH và CK thì ta phải tìm mối quan hệ giữa diện tích 2 tam giác ABD và ADC, mối quan hệ giữa 2 cạnh đáy ứng với chiều cao BH và CK.



Giải

Theo bài ra: $S_{ABD} = 2 \times S_{ADC}$

mà hai tam giác này lại có chung chiều cao hạ từ đỉnh A nên đáy $BD = 2 \times DC$.

Mặt khác 2 tam giác ABD và ADC lại có chung đáy AD nên chiều cao $BH = 2 \times CK$

Ví dụ 2: Cho tam giác ABC. Trên BC kéo dài về phía C lấy 1 điểm D sao cho diện tích tam giác ABD và gấp 2 lần diện tích tam giác ABC. So sánh BD và BC.

Nhận xét: (HD giải của GV) Muốn so sánh BD và BC ta phải tìm mối quan hệ về diện tích của 2 tam giác ABD và ABC, tìm mối quan hệ giữa 2 chiều cao hạ từ đỉnh xuống đáy BC và BD.

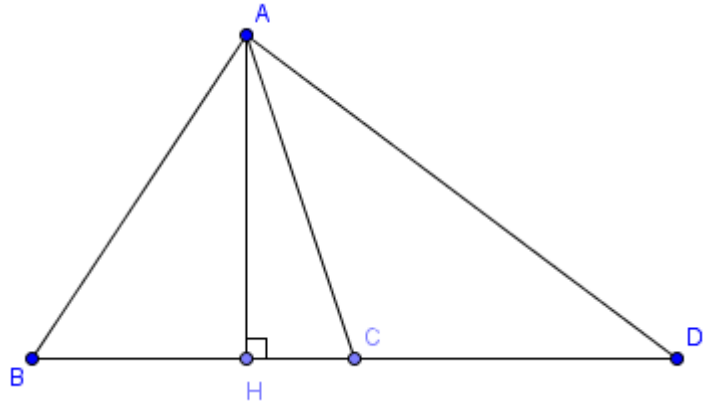
Giải:

Theo bài ra ta có:

$$S_{ABD} = S_{ABC} \times 2$$

Mặt khác 2 tam giác này lại có chung chiều cao AH suy ra đáy BD của tam giác ABD phải gấp 2 đáy BC của tam giác ABC .

$$\text{Vậy } BD = BC \times 2$$



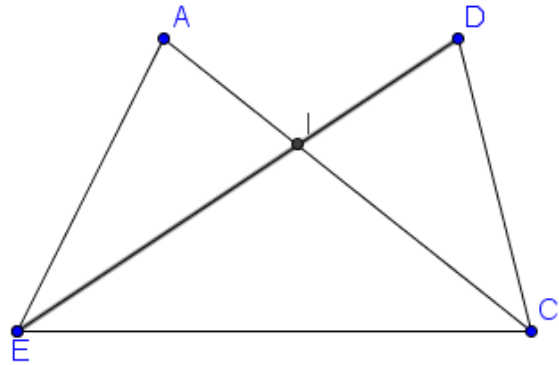
6. Trường hợp 6: Hai tam giác có diện tích bằng nhau, nếu chúng có một phần diện tích chung thì các phần diện tích còn lại của 2 tam giác đó cũng bằng nhau.

Ví dụ: Cho tam giác ABC và DBC có diện tích bằng nhau. AC và DB cắt nhau ở I. Hãy so sánh diện tích AIB và DIC.

Giải: Theo bài ra ta có: $S_{ABC} = S_{DBC}$.

Mặt khác 2 tam giác này có diện tích bằng nhau lại có chung hình IBC nên phần diện tích còn lại của chúng phải bằng nhau.

$$\text{Vậy } S_{AIC} = S_{DIC}.$$



II. MỘT SỐ BÀI TẬP NÂNG CAO.:

Sau khi học sinh biết cách giải các bài toán trung gian đã nêu trên và đặc biệt là nắm chắc kết luận, tôi giới thiệu một số bài toán nâng cao mà khi giải các bài toán này yêu cầu học sinh phải vận dụng linh hoạt, sáng tạo và tổng hợp các kiến thức đã được học.

Bài toán 1: cho tam giác ABC có góc A là góc vuông, $AB = 30\text{cm}$, $AC = 45\text{cm}$. M là một điểm trên cạnh AB sao cho $AM = 20\text{cm}$. Từ M kẻ đường thẳng song song với cạnh BC, cắt AC tại điểm N.

Tính diện tích tam giác AMN.

Nhận xét: (HD giải của GV)

Muốn tính diện tích tam giác vuông AMN khi biết $AM = 20\text{cm}$ ta cần tính AN. Mà $AC = 45\text{cm}$ nên chỉ cần tính NC.

Tam giác BNC có chiều cao là $AB = 30\text{cm}$ nên để tính đáy NC ta cần biết S_{BNC} .

Diện tích tam giác BNC được tính thông qua diện tích của tam giác BMC.

Giải

Nối M với C, B với N. Diện tích tam giác BMC là:

$$45 \times (30 - 20) : 2 = 225 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Vì $MN \parallel BC$ nên tứ giác $BMNC$ là hình thang.

$S_{BMC} = S_{BNC}$ (vì chung đáy BC , chiều cao hạ từ đỉnh M và N xuống đáy BC)

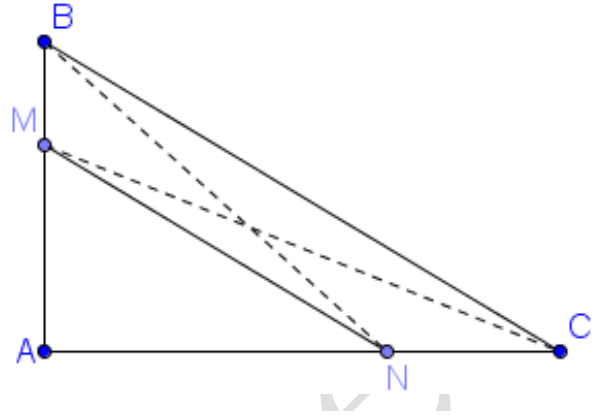
tức là chiều cao của hình thang $BMNC$)

$$\text{Độ dài đoạn } NC \text{ là: } 225 \times 2 : 30 = 15 \text{ (cm)}$$

$$\text{Diện tích tam giác } AMN \text{ là: } 20 \times (45 - 1) : 2 = 300 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

số: 300 cm^2 .

Đáp



Bài toán 2 : Cho tam giác có diện

tích là 12 cm^2 . Cạnh $AB = 8 \text{ cm}$

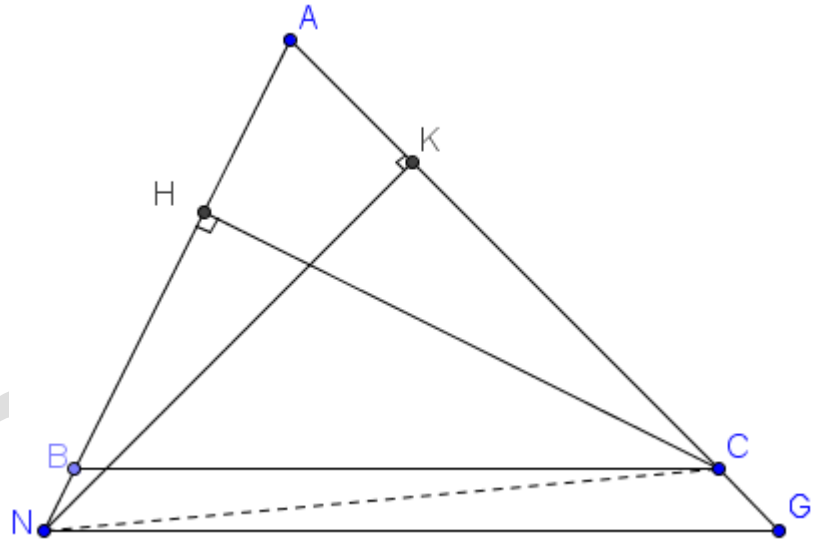
và

$AC = 5 \text{ cm}$. Kéo dài thêm AB

đến M và AC đến N sao cho

$BM = CN = 2 \text{ cm}$. Hỏi diện tích

tam giác AMN là bao nhiêu?



Cách 1: Nhận xét:

Tam giác AMN có

$$AM = 8 + 2 = 10 \text{ cm.}$$

Để tính được diện tích của nó cần tính chiều cao hạ từ đỉnh N xuống đáy AM (hoặc $AN = 5 + 2 = 7 \text{ cm}$).

Để tính được diện tích của ta cần tính chiều cao hạ từ đỉnh M xuống đáy. Mặt khác chiều cao hạ từ N xuống đáy AM lại là chiều cao của tam giác ABN nên chỉ cần tìm diện tích của tam giác ABN thì bài toán sẽ được giải.

Giải

Nối B với N ta có : Chiều cao BH là:

$$12 \times 2 : 5 = 4,8 \text{ (cm)}$$

Diện tích tam giác ANB là:

$$(5+2) \times 4,8 : 2 = 16,8 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Chiều cao NK là: $16,8 \times 2 : 8 = 4,2 \text{ (cm)}$

Diện tích tam giác AMN là :

$$(8+2) \times 4,2 : 2 = 21 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Đáp số : 21 cm^2

Cách 2:

Nhận xét: (HD giải của GV)

S_{AMN} so sánh được với S_{ANB}

S_{ANB} so sánh được với S_{ABC}

$\Rightarrow S_{AMN}$ so sánh được với S_{ABC}

Mà $S_{ABC} = 12\text{cm}^2$ nên ta tính được S_{AMN}

$$S_{ANB} = \frac{7}{5} S_{ABC} \text{ (vì chung chiều cao hạ từ đỉnh$$

$$B, \text{ đáy } AN = \frac{5+2}{5} AC).$$

Diện tích tam giác ANB là:

$$12 \times \frac{7}{5} = 16,8 \text{ (cm}^2)$$

(vì chung chiều cao hạ từ N, đáy

$$AM = \frac{8+2}{8} AB)$$

Diện tích tam giác AMN là: $16,8 \times$

$$\frac{4}{5} = 21 \text{ (cm}^2)$$

Đáp số: 21 cm^2

Bài toán 3: Cho tam giác ABC với M là chính giữa cạnh AB, N là điểm chính giữa đoạn MB, P là điểm chính giữa cạnh AC, Q là điểm chính giữa đoạn PC. Tính diện tích tam giác ABC bằng 16cm^2 .

Nhận xét: $S_{MNPQ} = S_{ABQ} - S_{AMP} - S_{NBQ}$

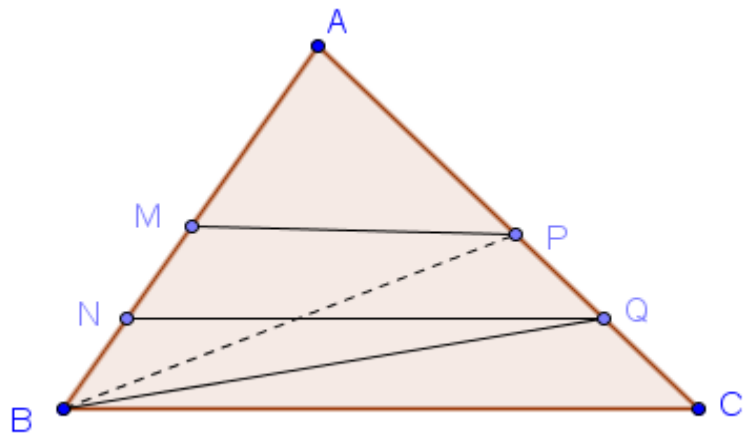
Như vậy ta cần tính:

$$S_{ABQ} = ? \text{ cm}^2$$

$$S_{AMP} = ? \text{ cm}^2$$

$$S_{NBQ} = ? \text{ cm}^2$$

Giải



Nối B với Q; B với P ta có:

$$S_{ABQ} = \frac{3}{4} S_{ABC} \text{ (vì chung chiều cao hạ từ B, đáy } AQ = \frac{3}{4} AC)$$

$$\text{Diện tích tam giác ABQ là: } 16 \times \frac{3}{4} = 12 \text{ (cm}^2)$$

$$S_{NBQ} = \frac{1}{4} S_{ABP} \text{ (vì chung chiều cao hạ từ điểm Q, đáy } NB = \frac{1}{4} AB)$$

$$\text{Diện tích tam giác NBQ là: } 12 \times \frac{1}{4} = 3 \text{ (cm}^2)$$

$$S_{AMP} = \frac{1}{2} S_{ABP} \quad (1) \quad (\text{vì chung chiều cao hạ từ đỉnh P, đáy } AM = \frac{1}{2} AC)$$

$$S_{ABP} = \frac{1}{2} S_{ABC} \quad (2) \quad (\text{vì chung chiều cao hạ từ điểm B, đáy } AP = \frac{1}{2} AC)$$

Từ (1) và (2) ta có: $S_{AMP} = \frac{1}{4} S_{ABC}$ Diện tích tam giác AMP là: $16 \times \frac{1}{4} = 4(\text{cm}^2)$ Diện tích tứ

giác MNPQ là: $12 - 4 - 3 = 5(\text{cm}^2)$

Đáp số : 5 cm^2

Bài toán 4: Cho tam giác ABC và một điểm O nằm trong tam giác, đường thẳng AO cắt cạnh BC tại M. Đường thẳng BO cắt CA tại N. Cho biết diện tích tam giác AOB là 3 cm^2 , diện tích BOM và AON đều bằng 1 cm^2 . Tính diện tích tam giác ABC.

Mà $S_{AOB} = 3 \text{ cm}^2$ nên để tính S_{ABC}

ta cần so sánh: S_{AOB} với S_{ABC}

S_{BOC} với S_{ABC}

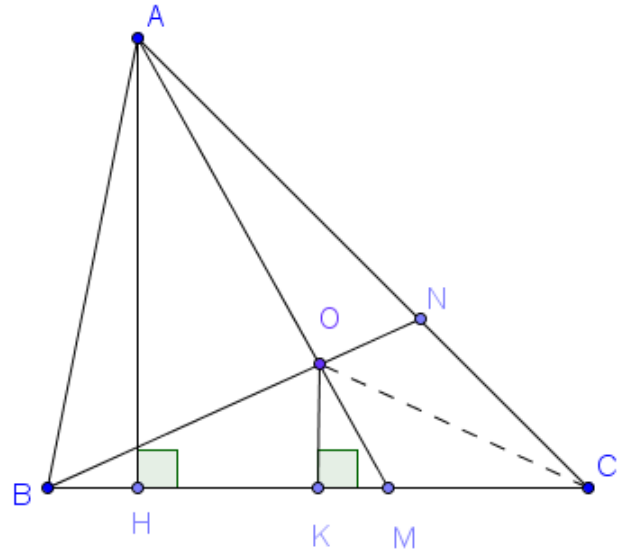
$\Rightarrow S_{ABC}$ so sánh với S_{AOB} . Sau đó tính

được S_{ABC} .

Giải. Ta có: S_{ABM} bằng $S_{ABN} = 3 + 1 = 4$

(cm^2). Nối O với C hạ đường cao OK; AH;

OP; BQ.



Ta thấy: $OK = \frac{1}{4} AH$ (vỡ $S_{BOM} = \frac{1}{4} S_{ABM}$, chung đáy BM)

$S_{BOC} = \frac{1}{4} S_{ABC}$ (vì chung đáy BC, chiều cao OK bằng $\frac{1}{4} AH$)

$OP = \frac{1}{4} BQ$ (vì $S_{AON} = \frac{1}{4} S_{ABN}$, chung đáy AN)

$S_{AOC} = \frac{1}{4} S_{ABC}$ (vì chung đáy AC, chiều cao OP bằng $\frac{1}{4} BQ$)

Mặt khác: $S_{AOB} = S_{ABC} - (S_{AOC} + S_{BOC})$

Hay $S_{AOB} = S_{ABC} - (\frac{1}{4} S_{ABC} + \frac{1}{4} S_{ABC})$

$$S_{AOB} = \frac{1}{2} S_{ABC}$$

Diện tích tam giác ABC là: $3 : \frac{1}{2} = 6(\text{cm}^2)$

Đáp số: 6 cm^2

Bài toán 5: Cho tam giác ABC có diện tích 420cm^2 . N là điểm chính giữa cạnh AC. P là điểm nằm trên cạnh AB sao cho $AP = 3 \times PB$. Các đoạn thẳng BN và CP cắt nhau tại K. Hãy tính diện tích tam giác BKC?

Nhận xét: (HD giải của GV)

Tính diện tích tam giác BKC mà chưa biết số đo cạnh đáy và chiều cao nên ta phải tìm mối quan hệ giữa diện tích tam giác BKC với diện tích tam giác khác.

Giải

$S_{ABN} = S_{NCK}$ (1) (Vì chung chiều cao hạ từ đỉnh B, đáy

$AN = NC$)

$S_{AKN} = S_{NKC}$ (2) (Vì chung chiều cao hạ từ đỉnh K, đáy

$AN = AC$)

Từ (1) và (2) ta có $S_{ABK} = S_{BCK}$

$S_{PBC} = \frac{1}{3} S_{APC}$ (3) (Vì chung chiều cao hạ từ đỉnh C, đáy $PB = \frac{1}{3} AP$)

$S_{PKB} = \frac{1}{3} S_{APK}$ (4) (vì chung chiều cao hạ từ đỉnh K, đáy $PB = \frac{1}{3} AP$)

Từ (3) và (4) ta có: $S_{BKC} = \frac{1}{3} S_{AKC}$

Nếu gọi S_{BKC} là 1 phần thì S_{ABK} là 1 phần và S_{AKC} là 3 phần bằng nhau như thế. Vậy $S_{ABC} = 1 + 1 + 3 = 5$ (phần)

Diện tích tam giác BKC là: $420 : 5 = 84 (\text{cm}^2)$

Đáp số: 84 cm^2

Bài toán 6: Cho tam giác ABC. Trên cạnh AB lấy điểm D, E sao cho $AD = DE = EB$, trên cạnh AC lấy điểm M, N sao cho $AM + MN = NC$. Tính diện tích tứ giác DEMN bằng 6 cm^2 .

Nhận xét: (HD giải của GV)

$$S_{DENM} = S_{DEM} + S_{MEN}$$

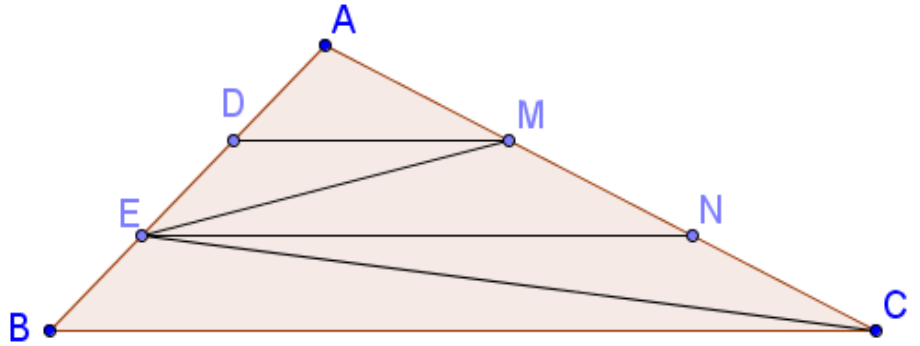
Để tính S_{ABC} ta cần so sánh S_{DEM} và S_{MEN} với diện tích các tam giác có liên quan đến tam giác ABC.

Giải

$$S_{DEM} = \frac{1}{2} S_{AEM} \text{ (Vì chung chiều cao hạ từ đỉnh M, đáy } DE = \frac{1}{2} AE \text{)}$$

Group: <https://www.facebook.com/groups/tailieutieuhocvathcs/>

$$S_{MEN} = \frac{1}{2} S_{MEC} \text{ (vì chung chiều cao hạ từ đỉnh E, đáy } MN = \frac{1}{2} MN)$$



$$S_{DEM} + S_{MEN} = \frac{1}{2} \times (S_{DENM} + S_{MEN}) \quad \text{Hay } S_{DENM} = \frac{1}{2} S_{AEC} \text{ (1) Mặt khác}$$

$$S_{AEC} = \frac{2}{3} S_{ABC} \text{ (2) (vì chung chiều cao hạ từ đỉnh C, đáy } AE = \frac{2}{3} AB)$$

Từ (1) và (2) ta có: $S_{DENM} = \frac{1}{2} S_{ABC}$

$$S_{ABC} = 6 : \frac{1}{3} = 18 \text{ (cm}^2)$$

Đáp số: 18 cm²

Bài toán 7: Cho tam giác ABC. M là điểm trên cạnh CA sao cho CN = 3 × NA. AM cắt BN tại D. Hãy tính diện tích tam giác ABC nếu biết diện tích tam giác ADB bằng 20 cm².

Nhận xét: $S_{ABC} = S_{ADB} + S_{ADC} + S_{BDC}$

Để tính S_{ABC} cần tính diện tích tam giác ADC và diện tích tam giác BDC.

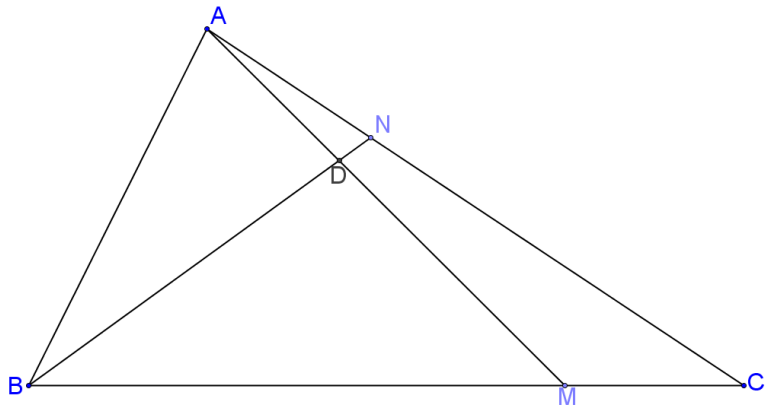
Giải

$$S_{ABN} = \frac{1}{3} S_{BNC} \text{ (1) (vì chung chiều}$$

cao hạ từ B, đáy

$$AN = \frac{1}{3} NC)$$

$$S_{AND} = \frac{1}{3} S_{NDC} \text{ (2)}$$



(vì chung chiều cao hạ từ đỉnh D, đáy $AN = \frac{1}{3} NC$)

Từ (1) và (2) ta có: $S_{ADB} = \frac{1}{3} S_{BDC}$

Diện tích tam giác BDC là: $20 \cdot \frac{1}{3} = 60 \text{ (cm}^2\text{)}$:

$S_{AMC} = \frac{1}{2} S_{BDM}$ (3) (Vì chung chiều cao hạ từ đỉnh D, đáy $MC = \frac{1}{2} BM$)

$S_{MDC} = \frac{1}{2} S_{NDM}$ (4) (vì chung chiều cao hạ từ đỉnh D, đáy $MC = \frac{1}{2} BM$)

Từ (3) và (4) ta có: $S_{ADC} = \frac{1}{2} S_{ADB}$

Diện tích tam giác ADC là: $20 \times \frac{1}{2} = 10 \text{ (cm}^2\text{)}$

Vậy diện tích tam giác ABC là: $20 + 10 + 60 = 90 \text{ (cm}^2\text{)}$

Đáp số: 90 cm^2

Bài toán 8: Cho tam giác ABC có cạnh $AB = 9 \text{ cm}$ và có diện tích là 36 cm^2 . Trên BC lấy điểm M sao cho $BM = 3 \times MC$. Qua M người ta vẽ một đường thẳng cắt BA kéo dài tại K sao cho diện tích tam giác KBM = 36 cm^2 .

- Tính đoạn BK.
- AC và MK cắt nhau tại O. So sánh $S_{OAK} : S_{OCM}$.

Giải

a) Nối M với A ta có: $S_{ABM} = \frac{3}{4} S_{ABC}$ (vì chung

chiều cao hạ đỉnh A, đáy

$$BM = \frac{3}{4} BC)$$

Mà $S_{ABC} = S_{KBM} = 36 \text{ cm}^2$ nên

$S_{ABM} = \frac{3}{4} S_{KBM}$ (Hai tam giác KBM và tam

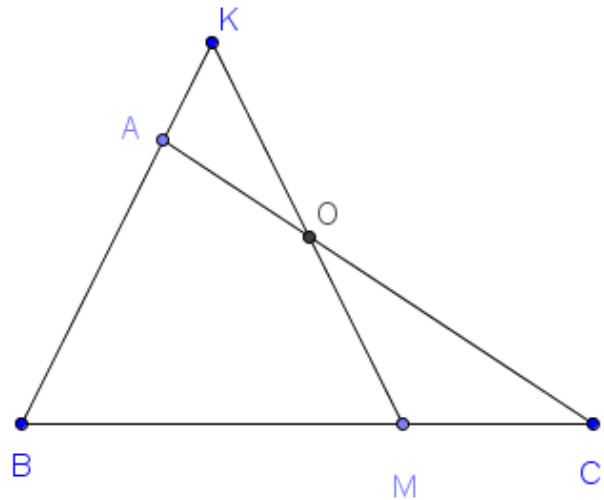
giác ABM có chung chiều cao hạ từ đỉnh M,

$$\text{đáy } AB = \frac{3}{4} BK)$$

Đoạn BK dài là: $9 : \frac{3}{4} = 12 \text{ (cm)}$ Đoạn AK dài là: $12 - 9 = 3 \text{ (cm)}$

b) Theo bài ra ta có: $S_{ABC} = S_{KBM}$ (hai tam giác này có chung hình tứ giác ABMO nên phần diện tích còn lại của chúng cũng bằng nhau). Vậy $S_{OAK} = S_{OCM}$.

Đáp số: a) 3 cm ; b) $S_{OAK} = S_{OCM}$.



Bài toán 9: Cho tam giác ABC. Trên cạnh BC lấy điểm M sao cho

$BM = \frac{1}{2} MC$; trên cạnh CA lấy điểm N sao cho $NC = \frac{1}{3} NA$. Đường thẳng MN cắt cạnh AB kéo

dài tại điểm K và chia tam giác ABC thành hai phần.

a) Tính diện tích các phần đó, biết $S_{ABC} = 36 \text{ cm}^2$

b) Tính KA : KB.

Nhận xét: Đường thẳng MN chia tam giác ABC thành 2 phần đó là tam giác MNC và tứ giác ABMN. để tính diện tích 2 phần trước đó ta cần tính tìm diện tích tam giác MNC. Tam giác MNC chưa biết cạnh đáy và chiều cao nên muốn tính được diện tích tam giác MNC ta cần tìm mối quan hệ của tam giác MNC với tam giác liên quan. Cụ thể: So sánh S_{MNC} với S_{AMC}

- So sánh S_{AMC} với S_{ABC}
- Từ đó học sinh rút ra kết luận.

Giải

a) Nối A với M ta có:

$$S_{AMC} = \frac{2}{3} S_{ABC} \quad (1) \quad (\text{vì chung chiều cao hạ từ đỉnh A, đáy } CM = \frac{2}{3} CB) \quad S_{MNC} = \frac{1}{4} S_{AMC} \quad (2) \quad (\text{vì}$$

chung chiều cao hạ từ đỉnh M, đáy $CN = \frac{1}{4} CA)$

Từ (1) và (2) ta có: $S_{MNC} = \frac{1}{6} S_{ABC}$ Diện tích tam giác MNC là:

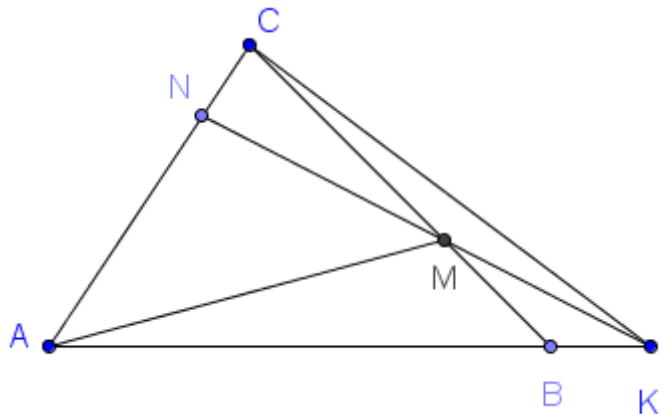
$$36 \times \frac{1}{6} = 6 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Diện tích tứ giác ABMN là: $36 - 6 = 30 \text{ (cm}^2\text{)}$

b) $S_{KNC} = \frac{1}{3} S_{KNA} \quad (3) \quad (\text{vì chung chiều}$

cao hạ đỉnh K, đáy $NC = \frac{1}{3} NA)$

$S_{MNC} = \frac{1}{3} S_{MNA} \quad (4) \quad (\text{vì chung chiều}$



đáy $NC = \frac{1}{3} NA)$

Từ (3) và (4) ta có: $S_{KMC} = \frac{1}{3} S_{KMA} \quad (5)$

Mặt khác: $S_{KMC} = 2 \times S_{KMB} \quad (6)$

(vì chung chiều cao hạ từ đỉnh K, đáy $MB = \frac{1}{2} MC$)

Từ (5) và (6) ta có: $\frac{1}{3} S_{KMA} = 2 \times S_{KMB}$ hay $S_{KMB} = \frac{1}{6} S_{KMA}$

Hai tam giác KMB và KMA lại có chung đáy từ đỉnh M nên đáy $KB = \frac{1}{6} KA$

Đáp số : a) 6 cm^2 và 30 cm^2

b) $KB = \frac{1}{6} KA$

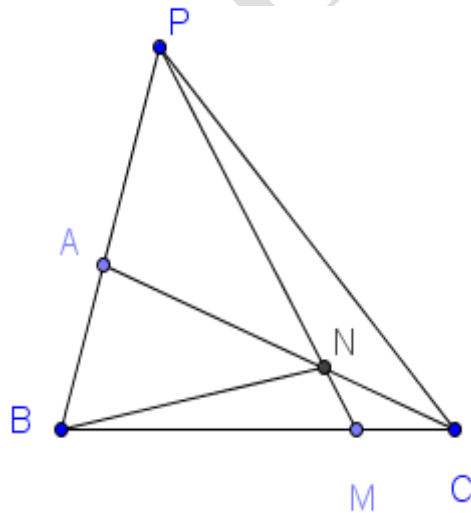
Bài toán 10: Cho tam giác ABC có $AB = 1,5 \text{ cm}$. Trên cạnh Bc lấy điểm M sao cho $BM = 3 \times MC$. trên cạnh AC lấy điểm N sao cho $AN = 2 \times NC$. Đường thẳng MN và đường thẳng AB cắt nhau tại P.

- a) tính độ dài đoạn thẳng MP và MN.
- b) So sánh độ dài đoạn thẳng MP và MN.

Nhận xét: Tôi hướng dẫn để học nhận thấy:

Muốn tính AP ta phải so sánh S_{ANP} với S_{ABN} .

Muốn so sánh diện tích hai tam giác trên ta cần so sánh với các tam giác trung gian. Vậy chúng ta đi tìm những tam giác nào là tam giác trung gian.



Giải

a) $S_{PBM} = 3 \times S_{PMC}$ (1) (vì chung chiều cao hạ từ đỉnh P, đáy $MB = 3 \times MC$)
 $S_{NBM} = 3 \times S_{NMC}$ (2) (vì chung chiều cao hạ từ đỉnh N, đáy $MB = 3 \times MC$)

Từ (1) và (2) ta có: $S_{PBM} = 3 \times S_{PNC}$

Mặt khác $S_{PAN} = 2 \times S_{PNC}$ (vì chung chiều cao hạ từ đỉnh P, đáy $AN = 2 \times NC$)

Vậy nếu gọi S_{PNC} là 1 phần thì S_{PAN} là 2 phần và S_{PBN} là 3 phần.

Diện tích tam giác ABN là: $3 - 2 = 1$ (phần)

Hay $S_{PAN} = 2 \times S_{ABN}$. Hai tam giác PAN và ABN lại có chung chiều cao hạ từ đỉnh N nên đáy $AP = 2 \times AB$.

Đoạn AP dài là: $1,5 \times 2 = 3 \text{ (cm)}$

b. $S_{PAN} = 2 \times S_{ABC}$ (3) (vì chung chiều cao hạ từ đỉnh C, đáy $PA = 2 \times AB$)

$S_{PAN} = 2 \times S_{ABN}$ (4)

(vì chung chiều cao hạ từ đỉnh N, đáy $PA = 2 AB$)

Từ (3) và (4) ta có: $S_{PNC} = 2 \times S_{BNC}$ (5)

Mặt khác: $S_{BNC} = 4 \times S_{MNC}$ (6)

(vì chung chiều cao hạ từ đỉnh N, đáy $BC = 4 MN$)

Từ (5) và (6) ta có: $S_{PNC} = 8 \times S_{MNC}$ (5)

Hai tam giác PNC và MNC có chung chiều cao hạ từ đỉnh C, nên đáy

$PN = 8 \times MN = 9 \times MN$

Đáp số: a. 3 cm; b) $MP = 9 \times MN$

Bài toán 11: Cho tam giác ABC có D, E lần lượt là điểm chính giữa cạnh AB, AC.

Hãy so sánh diện tích tam giác AEC với diện tích tam giác ABC.

M là 2 điểm bất kỳ trên BC. Đoạn AM cắt đoạn thẳng DE tại I. Hãy so sánh AI và MI.

Nhận xét: - So sánh diện tích 2 tam giác ADE và ABC ta cần so sánh qua một tam giác trung gian là tam giác ABE.

- So sánh AI và IM thì ta xem AI và IM là đáy của hai tam giác nào đó. Sau đó dựa vào các giả thiết để so sánh 2 tam giác đó.

Giải

Nối B với E ta có: $S_{ADE} = \frac{1}{2} S_{ABE}$ (1) (vì chung chiều cao hạ từ

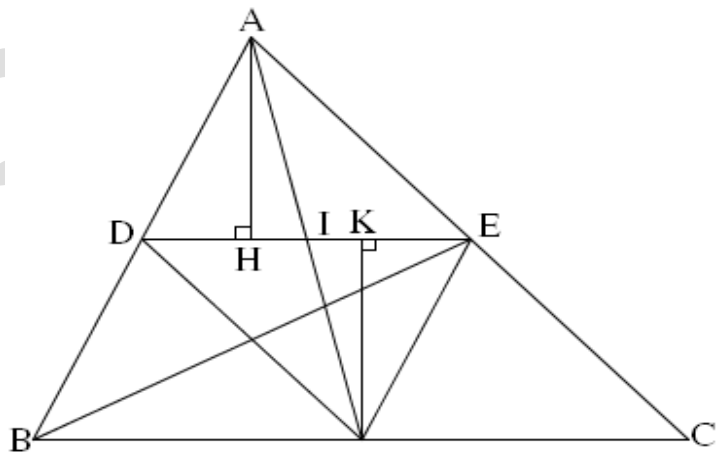
đỉnh E, đáy $AD = \frac{1}{2} AB$)

$$S_{ABE} = \frac{1}{2} S_{ABC} \quad (2)$$

(vì chung chiều cao hạ từ đỉnh B, đáy

$AE = \frac{1}{2} AC$)

Từ (1) và (2) ta có: $S_{ADE} = \frac{1}{4} S_{ABC}$



.b, Nối B với I, C với I ta được:

$$S_{ADM} = \frac{1}{2} S_{ABM} \text{ (vì chung chiều cao hạ từ đỉnh M, đáy } AD = \frac{1}{2} AB \text{)}$$

$$S_{AEM} = \frac{1}{2} S_{ACM} \text{ (vì chung chiều cao hạ từ đỉnh M, đáy } AE = \frac{1}{2} AC \text{)}$$

$$S_{ADM} + S_{AEM} = \frac{1}{2} (S_{ABM} + S_{ACM}) \text{ Hay } S_{ADEM} = \frac{1}{2} S_{ABC}$$

Theo câu a, thì $S_{ADE} = \frac{1}{4} S_{ABC}$ nên $S_{DEM} = \frac{1}{4} S_{ABC}$

Hay $S_{ADE} = S_{DEM}$

Hai tam giác ADE và DEM có chung đáy DE nên chiều cao AH = MK.

$S_{ADI} = S_{DIM}$ (vì chung đáy DI, chiều cao AH = MK)

Hai tam giác ADI và DIM có chung chiều cao hạ từ đỉnh D nên đáy AI = IM.

Đáp số: a, $= \frac{1}{4} S_{ABC}$;

b, AI = IM .

Bài toán 12 : Cho tam giác ABC, D là điểm nằm trên cạnh AB sao cho $AD = \frac{1}{3} AB$. E là một điểm

nằm trên cạnh AC sao cho $AE = \frac{1}{3} AC$. Một đường thẳng đi qua A cắt đoạn thẳng DE tại I và cắt

cạnh BC tại M.

So sánh diện tích tam giác ADE và tam giác ABC.

So sánh các đoạn thẳng AI và AM.

Nhận xét : Tương bài 11.

Giải

a, $S_{ADE} = \frac{1}{3} S_{ABE}$ (1)

(vì chung chiều cao hạ từ đỉnh E, đáy

$AD = \frac{1}{3} AB$)

$S_{ABE} = \frac{1}{3} S_{ABC}$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra :

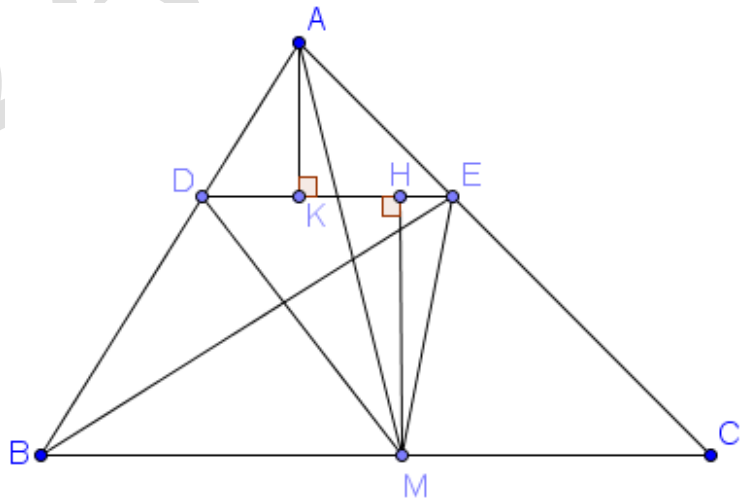
$S_{ADE} = \frac{1}{9} S_{ABC}$

b, $S_{ADM} = \frac{1}{3} S_{ADM}$ (3) (vì chung chiều cao hạ từ đỉnh M, đáy $AD = \frac{1}{3} AB$)

$S_{AME} = \frac{1}{3} S_{AMC}$ (4) Từ (3) và (4) ta có:

$S_{ADM} + S_{AME} = \frac{1}{3} (S_{ADM} + S_{AMC})$ Hay $S_{ADME} = S_{ABC}$.

Theo câu a, thì $S_{ADE} = \frac{1}{9} S_{ABC}$ nên $S_{ADE} = \frac{1}{3} S_{ADME}$ hay $S_{ADE} = \frac{1}{2} S_{DME}$.



Hai tam giác ADE và DEM có chung đáy DE nên chiều cao $AK = \frac{1}{2} MH$.

Ta lại có $S_{ADI} = \frac{1}{2} S_{DMI}$ (vì chung đáy DI, chiều cao $AK = \frac{1}{2} MH$) Hai tam giác ADI và DIM có

chung chiều cao hạ từ đỉnh D nên đáy $AI = \frac{1}{2} IM$

hay $AI = \frac{1}{3} AM$.

Đáp số: a, $S_{ADE} = \frac{1}{9} S_{ABC}$; b, $AI = \frac{1}{3} AM$.

Bài toán 13: Cho hình thang ABCD có đáy là AB và CD. AC và BD cắt nhau tại O. M là điểm chính giữa cạnh đáy AB. đường thẳng OM cắt cạnh đáy CD tại N.

So sánh đoạn CN với ND.

Nhận xét: CN và DN là hai cạnh đáy của 2 tam giác ODN và ONC.

Hai tam giác này có chung chiều cao hạ từ đỉnh O nên để so sánh CN và ND thì ta phải so sánh diện tích của 2 tam giác đó.

Mặt khác 2 tam giác này lại có chung đáy ON nên để so sánh diện tích ta cần so sánh chiều cao DH và CK. Hai chiều cao DH và CK ta so sánh được dựa vào các tam giác có liên quan.

Giải

$S_{BMD} = S_{AMC}$ (1) (vì đáy $AM = BM$, chiều cao hạ từ đỉnh D và C là chiều cao của hình thang ABCD).

đáy OM nên chiều cao $DH = CK$. $S_{AOM} = S_{BOM}$ (2)

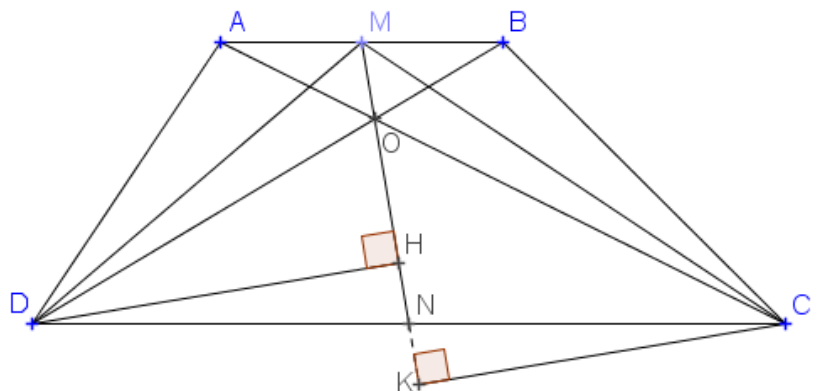
(vì chung chiều cao hạ từ đỉnh O đáy $AM = BM$).

Từ (1) và (2) ta có:

$S_{DOM} = S_{COM}$

Hai tam giác DOM và COM có chung OM

Ta lại có: $S_{ODN} = S_{ONC}$ (vì chung đáy ON, chiều cao $DH = CK$)



Hai tam giác ODN và OCN lại có chung chiều cao hạ từ đỉnh O nên đáy

$CN = ND$.

Bài toán 14: Cho hình thang ABCD có đáy CD gấp 3 lần đáy AB. Hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại O.

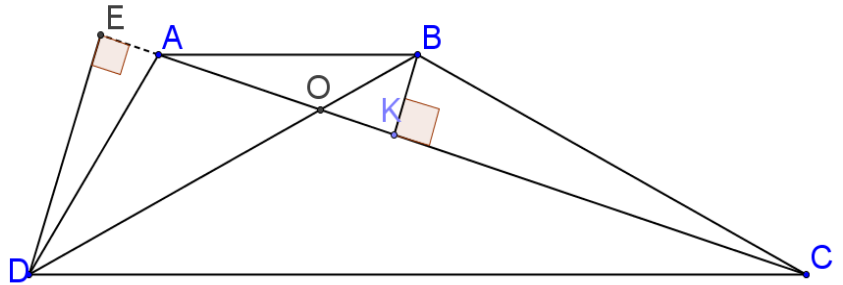
a, So sánh các đoạn thẳng OB với OD, OA với OC.

b, Tính diện tích các tam giác OAD và OCD, nếu biết diện tích hình thang ABCD là 32 cm^2 .

Giải

a, $S_{ADC} = 3 \times S_{ABC}$.

(vì $CD = 3 \times AB$, chiều cao hạ từ đỉnh A và C là chiều cao hình thang ABCD).



Hai tam giác ADC và ABC có chung đáy AC nên chiều cao $DH = 3 \times BK$.

$S_{ADO} = 3 \times S_{ABO}$ (vì chung đáy OA, chiều cao $DH = 3 \times BK$).

Hai tam giác AOD và AOB có chung chiều cao hạ từ đỉnh A nên đáy $OD = 3 \times OB$.

Hoàn toàn tương tự ta có được $OC = 3 \times OA$.

$S_{ACD} = S_{BCD}$ (vì chung chiều cao là chiều cao của hình thang ABCD).

Hai tam giác ACD và BCD có chung hình OCD nên ta có $S_{AOD} = S_{BOC}$.

Nếu coi S_{AOB} là 1 phần thì S_{AOD} và S_{BOC} đều là 3 phần.

Hai tam giác AOD và DOC có chung chiều cao DH, $OC = 3 \times OA$

Nên $S_{DOC} = 3 \times S_{AOD} = 3 \times 3 = 9$ (phần).

Như vậy $S_{ABCD} = 1 + 3 + 3 + 9 = 16$ (phần).

Diện tích tam giác AOD là: $32 : 16 \times 3 = 6 \text{ (cm}^2\text{)}$

Diện tích tam giác OCD là: $32 : 16 \times 9 = 18 \text{ (cm}^2\text{)}$

Đáp số: a, $OD = 3 \times OB$; $OC = 3 \times OA$.
b, $S_{AOD} = 6 \text{ cm}^2$ và $S_{DOC} = 18 \text{ cm}^2$.

Bài toán 15: Cho hình thang ABCD có đáy bé $AB = 14 \text{ cm}$, đáy lớn $CD = 26 \text{ cm}$ Trên BC lấy điểm chính giữa N, nối MN.

a, Chứng tỏ rằng $MN \parallel AB$ và CD .

b, Tính diện tích hình thang ABCD biết diện tích tam giác NCD là 78 cm^2 .

Nhận xét: Muốn chứng tỏ được $MN \parallel AB$ và CD ta phải chứng tỏ chiều cao hạ từ đỉnh M và N xuống đáy CD (hoặc AB) bằng nhau.

Giải

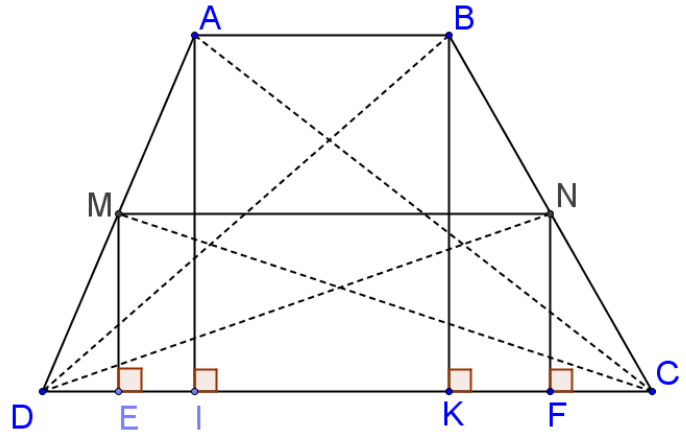
a, Nối A với C, M với C.

Ta có : $S_{MCD} = \frac{1}{2} S_{ACD}$. (vì chung chiều cao hạ từ đỉnh C, đáy $MD = \frac{1}{2} AD$)

Hai tam giác MCD và ACD có chung

đáy CD nên chiều cao $ME = \frac{1}{2} AH$.

Nối D với B, D với N



Ta có: $S_{NCD} = \frac{1}{2} S_{BCD}$ (vì chung chiều cao hạ từ đỉnh D, đáy $NC = \frac{1}{2} BC$).

Hai tam giác NCD và BCD có chung đáy CD nên chiều cao $NF = \frac{1}{2} BK$.

Mặt khác $BK = AH$ nên $NF = ME$ hay $MN \parallel CD$ và AB .

b, Độ dài của chiều cao NF là : $78 \times 2 : 26 = 6$ (cm)

Độ dài của chiều cao hình thang ABCD là : $6 \times 2 = 12$ (cm)

Diện tích hình thang ABCD là : $(14 + 26) \times 12 : 2 = 240$ (cm²)

Đáp số: a, $MN \parallel AB$ và CD .

b, $S_{ABCD} = 240$ cm².

Từ những kiến thức trên tôi vận dụng hướng dẫn học sinh giải những bài toán hay và khó.