TỔNG HỢP CÁC BÀI HÌNH THI VÀO LỚP 10
NĂM HỌC 2017-2018

BÀI 1 Câu 4 *(3,5 điểm).*Ninh Bình

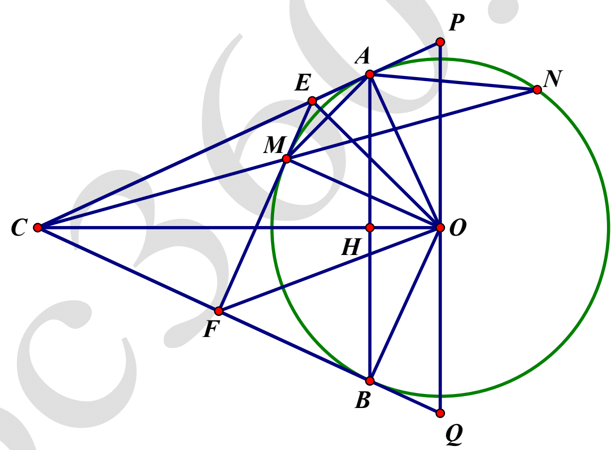
Cho đường tròn tâm O, bán kính R. Từ điểm C nằm ngoài đường tròn kẻ hai tiếp tuyến CA, CB và cát tuyến CMN với đường tròn (O) (A, B là hai tiếp điểm, M nằm giữa C và N). Gọi H là giao điểm của CO và AB.

a) Chứng minh tứ giác AOBC nội tiếp b) Chứng minh $CH.CO = CM.CN$

c) Tiếp tuyến tại M của đường tròn (O) cắt CA, CB theo thứ tự tại E và F. Đường vuông góc với CO tại O cắt CA, CB theo thứ tự tại P, Q. Chứng minh $\widehat{POE} = \widehat{OFQ}$

d) Chứng minh: $PE + QF \geq PQ$

Câu 4 *(3,5 điểm).*



a) Chứng minh tứ giác AOBC nội tiếp

Có: $\begin{cases} \widehat{CAO} = 90^0 \\ \widehat{CBO} = 90^0 \end{cases} \Rightarrow \widehat{CAO} + \widehat{CBO} = 180^0 \Rightarrow$ AOBC là tứ giác nội tiếp

b) Chứng minh $CH.CO = CM.CN$

+) CM: ΔCAO vuông tại A, $AH \perp CO$ suy ra $CA^2 = CH.CO$ (2)

+) Có: $\begin{cases} \widehat{CAM} = \widehat{CNA} \\ \hat{C} - \text{Chung} \end{cases} \Rightarrow \Delta CAM \sim \Delta CNA \Rightarrow \dfrac{CM}{CA} = \dfrac{CA}{CN} \Rightarrow CM.CN = CA^2$ (3)

Từ (2) và (3) suy ra : $CH.CO = CM.CN$

c) Chứng minh $\widehat{POE} = \widehat{OFQ}$

+) $\widehat{OFQ} = \widehat{OCF} + \widehat{COF} = \widehat{OCP} + \widehat{COF} = \widehat{AOP} + \widehat{COF}$

+) $\widehat{POE} = \widehat{POA} + \widehat{AOE} = \widehat{AOP} + \frac{1}{2}\widehat{AOM} = \widehat{AOP} + \frac{1}{2}(180^0 - \widehat{AEM})$

$= \widehat{AOP} + 90^0 - \frac{1}{2}(\widehat{ECF} + \widehat{CFE}) = \widehat{AOP} + 90^0 - \frac{1}{2}(180^0 - \widehat{AOB}) - \frac{1}{2}(180^0 - \widehat{MFB})$

$= \widehat{AOP} + \frac{1}{2}\widehat{AOB} - \frac{1}{2}(180^0 - 180^0 + \widehat{MOB}) = \widehat{AOP} + \widehat{COB} - \widehat{BOF} = \widehat{AOP} + \widehat{COF}$

Vậy: $\widehat{POE} = \widehat{OFQ}$

d) Chứng minh: $PE + QF \geq PQ$

+) Áp dụng BĐT Cô si: $PE + QF \geq 2\sqrt{PE.QF}$ (4)

+) CM: ΔCPQ cân tại C $\Rightarrow \widehat{OPE} = \widehat{FQO}$ kết hợp $\widehat{POE} = \widehat{OFQ}$ suy ra $\Delta PEO \sim \Delta QOF$

$\Rightarrow \frac{PE}{QO} = \frac{PO}{QF} \Rightarrow PE.QF = PO.QO = (\frac{PQ}{2})^2$ (5) Từ (4) và (5) suy ra: $PE + QF \geq PQ$

BÀI 2: Câu 4 *(3,0 điểm)* Nghệ an

Câu 4 *(3,0 điểm)*

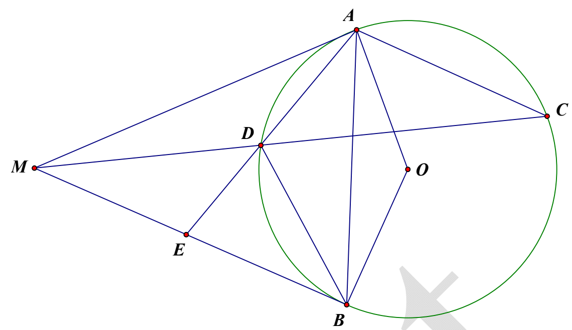
Cho điểm M nằm ngoài đường tròn (O ; R). Từ điểm M kẻ hai tiếp tuyến MA, MB với đường tròn đó (A, B là tiếp điểm). Qua điểm A kẻ đường thẳng song song với MB cắt đường tròn (O ; R) tại C. Nối MC cắt đường tròn (O ; R) tại D. Tia AD cắt MB tại E.

a) Chứng minh MAOB là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh EM = EB.

c) Xác định vị trí của điểm M để BD $\perp$ MA.

Giải



a) *Chứng minh tứ giác MAOB nội tiếp*

Xét tứ giác MAOB, có:

$\widehat{MAO} = \widehat{MBO} = 90^0$ (MA, MB là các tiếp tuyến của (O)). $\Rightarrow$

$\widehat{MAO} + \widehat{MBO} = 180^0$.

Vậy MAOB là tứ giác nội tiếp (đfcm).

b) *Chứng minh EM = EB*

Xét ΔEBD và ΔEAB có $\hat{E}$ chung và

$\widehat{EBD} = \widehat{EAB}$ (góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung và góc nội tiếp cùng chắn cung BD) $\Rightarrow \Delta EBD \backsim \Delta EAB$ (g.g) $\Rightarrow \dfrac{EB}{EA} = \dfrac{ED}{EB} \Leftrightarrow EB^2 = EA.ED$ (1)

Xét ΔEMD và ΔEAM có $\hat{E}$ chung. Mà AC//MB $\Rightarrow \widehat{EMD} = \widehat{ACD}$ (so le trong)

Mặt khác $\widehat{EAM} = \widehat{ACD}$ (góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung và góc nội tiếp cùng chắn cung AD) $\Rightarrow \widehat{EAM} = \widehat{EMD}$ $\Rightarrow \Delta EMD \backsim \Delta EAM$ (g.g)

$\Rightarrow \dfrac{EM}{EA} = \dfrac{ED}{EM} \Leftrightarrow EM^2 = EA.ED$ (2)

Từ (1) và (2) ta có EM = EB (đfcm)

c) *Xác định vị trí của điểm M để $BD \perp MA$*

Ta có $\widehat{ABD} = \widehat{MCA}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AD)

Mà $\widehat{MCA} = \widehat{EMD}$ $\Rightarrow \widehat{EMD} = \widehat{ABD}$

Ta có BD $\perp$ MA $\Leftrightarrow \widehat{BAM} + \widehat{ABD} = 90^0$ $\Leftrightarrow \widehat{EMD} + \widehat{MBA} = 90^0$ $\left(\widehat{MBA} = \widehat{MAB}\right)$

$\Leftrightarrow$ MC $\perp$ AB $\Leftrightarrow$ MC đi qua O và D là điểm chính giữa cung nhỏ AB

$\left(\widehat{DAC} = \widehat{AEB} = 90^0\right)$ $\Leftrightarrow$ ΔMAB đều $\Leftrightarrow$ ΔMOB vuông tại B có $\widehat{OMB} = 30^0$

$\Leftrightarrow$ OM = 2OB = 2R $\Leftrightarrow$ M $\in$ (O ; 2R)

Bài 3: Câu 5 : (3,0 điểm) Đồng Nai

Cho tam giác *ABC* có ba đường cao *AD, BE, CF* cắt nhau tại *H.* Biết ba góc $\widehat{CAB}, \widehat{ABC}, \widehat{BCA}$ đều là góc nhọn. Gọi *M* là trung điểm của đoạn *AH.*

1) Chứng minh tứ giác *AEHF* nội tiếp đường tròn.

2) Chứng minh *CE.CA = CD.CB.*

3) Chứng minh *EM* là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác *BEF*.

4) Gọi *I* và *J* tương ứng là tâm đường tròn nội tiếp hai tam giác *BDF* và *EDC*. Chứng minh $\widehat{DIJ} = \widehat{DFC}$

1) Chứng minh tứ giác AEHF nội tiếp đường tròn.

Chứng minh: $\widehat{AFH} = 90^0$; $\widehat{AEH} = 90^0$

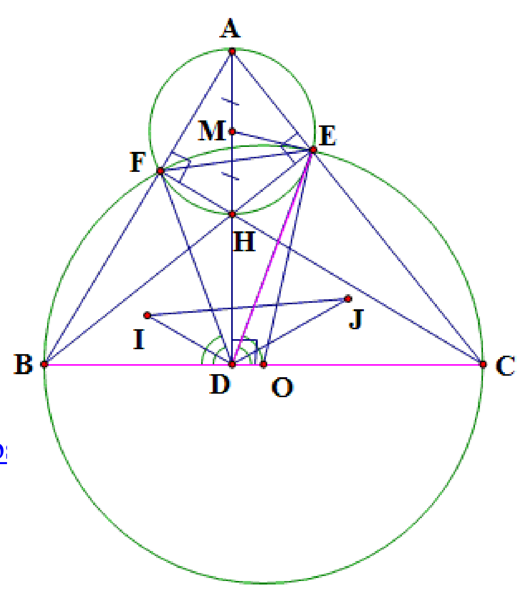
Nên $\widehat{AFH} + \widehat{AEH} = 90^0 + 90^0 = 180^0$

Suy ra tứ giác *AEHF* nội tiếp đường tròn.

(tổng hai góc đối diện bằng 180^0)

2) Chứng minh CE.CA = CD.CB

Chứng minh $\Delta BEC \backsim \Delta ADC$ (g-g)



$\Rightarrow \dfrac{CE}{CD} = \dfrac{CB}{CA} \Rightarrow CE.CA = CD.CB$

3) Chứng minh EM là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác BEF.

Chứng minh tứ giác BFEC nội tiếp được đường tròn (O) đường kính BC.

Suy ra đường tròn (O) là đường tròn ngoại tiếp ΔBEF

Áp dụng đường trung tuyến ứng với cạnh huyền, chứng minh: $\widehat{OEB} = \widehat{OBE}$ và

$\widehat{MEH} = \widehat{BHD} \left(= \widehat{MHE}\right)$

Mà $\widehat{BHD} + \widehat{OBE} = 90^0$ (ΔHDB vuông tại D)

Nên $\widehat{OEB} + \widehat{MEH} = 90^0$

Suy ra $\widehat{MEO} = 90^0$

$\Rightarrow EM \perp OE$ tại E thuộc (O)

$\Rightarrow$ EM là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác BEF

4) Gọi I và J tương ứng là tâm đường tròn nội tiếp hai tam giác BDF và EDC. Chứng minh $\widehat{DIJ} = \widehat{DFC}$

Chứng minh $\Delta DBF \backsim \Delta DEC$ ($\backsim \Delta ABC$)

$\Rightarrow \widehat{BDF} = \widehat{EDC}$

$\Rightarrow \widehat{BDI} = \widehat{IDF} = \widehat{EDJ} = \widehat{JDC}$

$\Rightarrow \widehat{IDJ} = \widehat{FDC}$

Kết hợp áp dụng tỉ số giữa 2 bán kính bằng tỉ số đồng dạng, chứng minh được:

$\Delta IDJ \backsim \Delta FDC$ (c-g-c) Suy ra $\widehat{DIJ} = \widehat{DFC}$

Bài 4: Đề Phú Thọ

Câu 4 *(3,0 điểm)*

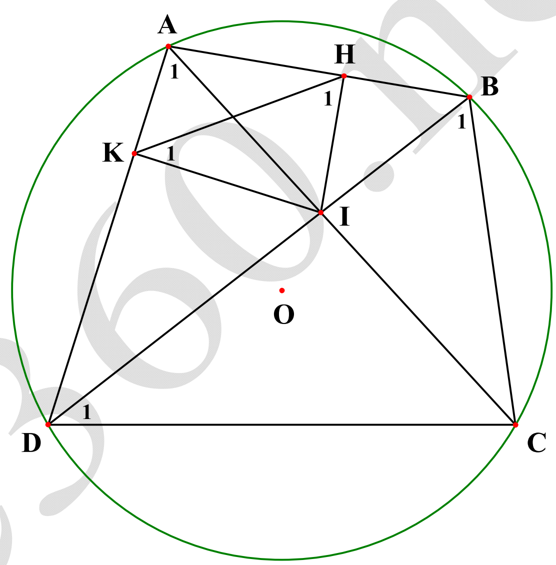
Cho tứ giác ABCD nội tiếp đường tròn (O; R). Gọi I là giao điểm AC và BD. Kẻ IH vuông góc với AB; IK vuông góc với AD ($H \in AB; K \in AD$).

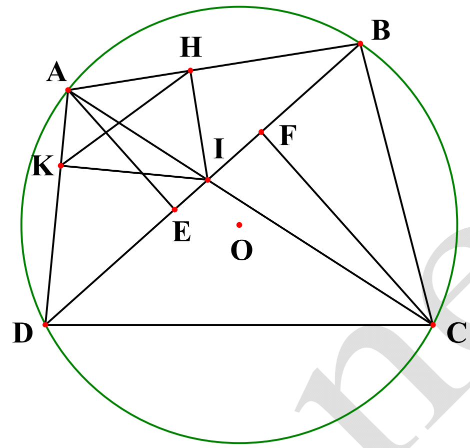
a) Chứng minh tứ giác AHIK nội tiếp đường tròn.

b) Chứng minh rằng IA.IC = IB.ID.

c) Chứng minh rằng tam giác HIK và tam giác BCD đồng dạng.

d) Gọi S là diện tích tam giác ABD, S' là diện tích tam giác HIK. Chứng minh rằng: $\frac{S'}{S} \le \frac{HK^2}{4.AI^2}$

Câu 4 **(3,0đ)**		
	a)	Tứ giác AHIK có: $\widehat{AHI} = 90^0$ (IH ⊥ AB) $\widehat{AKI} = 90^0$ (IK ⊥ AD) ⇒ Tứ giác AHIK nội tiếp. $\Rightarrow \widehat{AHI} + \widehat{AKI} = 180^0$
	b)	Δ IAD và Δ IBC có: $\widehat{A_1} = \widehat{B_1}$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung DC của (O)) $\widehat{AID} = \widehat{BIC}$ (2 góc đối đỉnh) ⇒ Δ IAD ∽ Δ IBC (g.g) $\Rightarrow \frac{IA}{IB} = \frac{ID}{IC} \Rightarrow IA.IC = IB.ID$
	c)	Xét đường tròn ngoại tiếp tứ giác AHIK có $\widehat{A_1} = \widehat{H_1}$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung IK)

		Mà $\widehat{A}_1 = \widehat{B}_1 \Rightarrow \widehat{H}_1 = \widehat{B}_1$ Chứng minh tương tự, ta được $\widehat{K}_1 = \widehat{D}_1$ ΔHIK và ΔBCD có: $\widehat{H}_1 = \widehat{B}_1$; $\widehat{K}_1 = \widehat{D}_1 \Rightarrow \Delta HIK \backsim \Delta BCD$ (g.g)
	d)	 Gọi S_1 là diện tích của ΔBCD. Vì $\Delta HIK \backsim \Delta BCD$ nên: $\frac{S'}{S_1} = \frac{HK^2}{BD^2} = \frac{HK^2}{(IB+ID)^2} \le \frac{HK^2}{4IB.ID} = \frac{HK^2}{4IA.IC}$ (1) Vẽ $AE \perp BD$, $CF \perp BD \Rightarrow AE//CF \Rightarrow \frac{CF}{AE} = \frac{IC}{IA}$ ΔABD và ΔBCD có chung cạnh đáy BD nên: $\frac{S_1}{S} = \frac{CF}{AE} \Rightarrow \frac{S_1}{S} = \frac{IC}{IA}$ (2) Từ (1) và (2) suy ra $\frac{S'}{S_1} \cdot \frac{S_1}{S} \le \frac{HK^2}{4IA.IC} \cdot \frac{IC}{IA} \Leftrightarrow \frac{S'}{S} \le \frac{HK^2}{4IA^2}$ (đpcm)

Bài 5: Đề Thái Bình

Câu 5. (***3,5 điểm***)

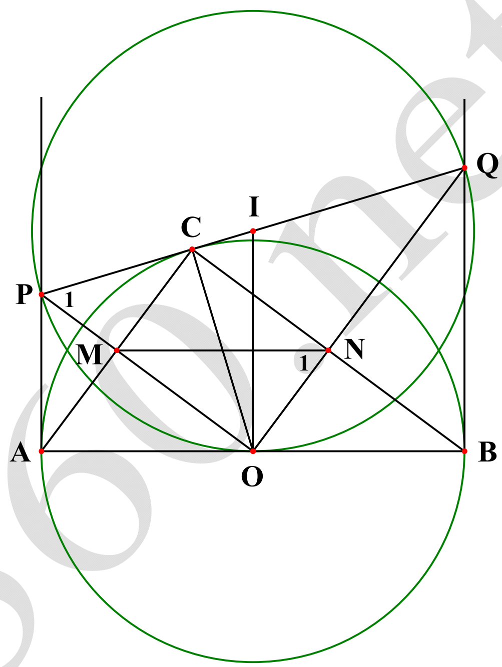
Cho đường tròn (O; R) có đường kính AB. Điểm C là điểm bất kỳ trên (O), C không trùng với A, B. Tiếp tuyến tại C của (O; R) cắt tiếp tuyến tại A, B của

(O; R) lần lượt tại P, Q. Gọi M là giao điểm của OP với AC, N là giao điểm của OQ với BC.

a) Chứng minh: Tứ giác CMON là hình chữ nhật và AP. BQ = MN^2.

b) Chứng minh: AB là tiếp tuyến của đường tròn đường kính PQ.

c) Chứng minh: PMNQ là tứ giác nội tiếp. Xác định vị trí điểm C để đường tròn ngoại tiếp tứ giác PMNQ có bán kính nhỏ nhất.

Câu 5 **(3,5đ)**		
	a)	Ta có: OA = OC = R và PA = PC (tính chất của hai tiếp tuyến cắt nhau) $\Rightarrow$ OP là đường trung trực của AC $\Rightarrow OP \perp AC \Rightarrow \widehat{OMC} = 90^0$ Chứng minh tương tự được $\widehat{ONC} = 90^0$ Lại có: $\widehat{ACB} = 90^0$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) Tứ giác CMON có $\widehat{OMC} = \widehat{ONC} = \widehat{MCN} = 90^0$ $\Rightarrow$ Tứ giác CMON là hình chữ nhật.
		Vì CMON là hình chữ nhật nên $\widehat{POQ} = 90^0$ Vì PQ là tiếp tuyến tại C của (O) nên $OC \perp PQ$ Δ OPQ vuông tại O, đường cao OC. Áp dụng hệ thức về cạnh và đường

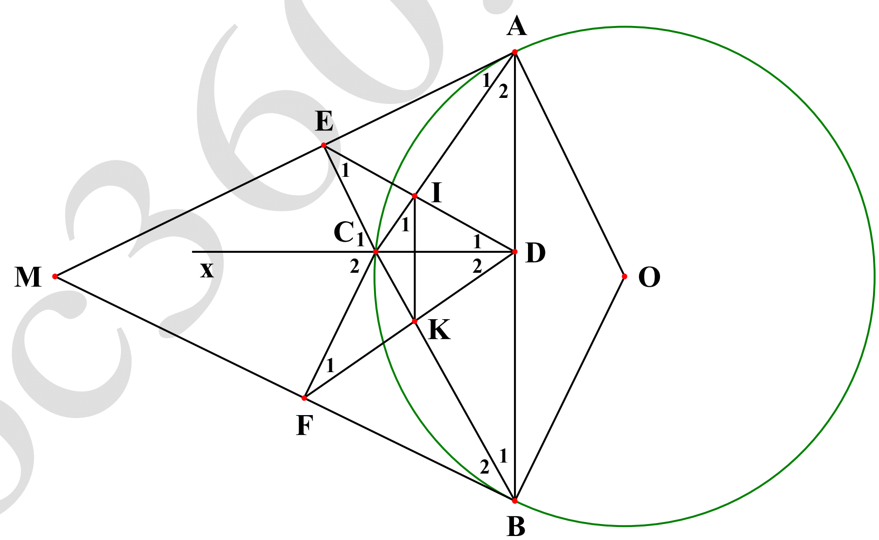
		cao trong Δ vuông, ta có: $PC.QC = OC^2$ Mà PA = PC, QB = QC (tính chất của hai tiếp tuyến cắt nhau) MN = OC (CMON là hình chữ nhật) $\Rightarrow AP.BQ = MN^2$.
	b)	Gọi I là trung điểm của PQ ΔOPQ vuông tại O, có OI là đường trung tuyến $\Rightarrow OI = \frac{PQ}{2} \Rightarrow O \in \left(I; \frac{PQ}{2}\right)$ Vì AP, BQ là các tiếp tuyến của (O) nên $AP \perp AB$, $BQ \perp AB$ $\Rightarrow$ APQB là hình thang vuông Mà OI là đường trung bình của hình thang APQB $\Rightarrow OI // AP \Rightarrow OI \perp AB$ $\Rightarrow$ AB là tiếp tuyến tại O của $\left(I; \frac{PQ}{2}\right)$.
	c)	ΔOCP vuông tại C, đường cao CM. Áp dụng hệ thức về cạnh và đường cao trong Δ vuông, ta có: $OC^2 = OM.OP$ Tương tự ta có: $OC^2 = ON.OQ$ $\Rightarrow OM.OP = ON.OQ \Rightarrow \frac{OM}{OQ} = \frac{ON}{OP}$ ΔOMN và ΔOQP có: $\widehat{POQ}$ chung, $\frac{OM}{OQ} = \frac{ON}{OP}$ $\Rightarrow \Delta OMN \backsim \Delta OQP$ (c.g.c) $\Rightarrow \widehat{N}_1 = \widehat{P}_1$ $\Rightarrow$ PMNQ là tứ giác nội tiếp.

Bài 6: Đề Bắc Ninh

Câu IV. ***(3,5 điểm)***

Từ điểm M nằm ngoài đường tròn (O) kẻ hai tiếp tuyến MA, MB với đường tròn (A, B là các tiếp điểm). Lấy điểm C trên cung nhỏ AB (C không trùng với A và B). Từ điểm C kẻ CD vuông góc với AB, CE vuông góc với MA, CF vuông góc với MB (D$\in AB, E \in MA, F \in MB$). Gọi I là giao điểm của AC và DE, K là giao điểm của BC và DF. Chứng minh rằng:

1. Tứ giác $ADCE$ nội tiếp một đường tròn.
2. Hai tam giác CDE và CFD đồng dạng.
3. Tia đối của CD là tia phân giác của góc $\widehat{ECF}$.
4. Đường thẳng IK song song với đường thẳng AB.

Câu IV (3,5đ)		
	1)	Tứ giác ADCE có: $\widehat{ADC} = 90^0 \left(CD \perp AB\right)$ $\widehat{AEC} = 90^0 \left(CE \perp MA\right)$ $\Rightarrow \widehat{ADC} + \widehat{AEC} = 180^0$ $\Rightarrow$ Tứ giác ADCE nội tiếp
	2)	Tứ giác ADCE nội tiếp $\Rightarrow \widehat{A}_1 = \widehat{D}_1$ và $\widehat{A}_2 = \widehat{E}_1$

		Chứng minh tương tự, ta có $\widehat{B}_2 = \widehat{D}_2$ và $\widehat{B}_1 = \widehat{F}_1$ Mà $\widehat{A}_1 = \widehat{B}_1\left(=\frac{1}{2}\text{sđ}\overset{\frown}{AC}\right)$ và $\widehat{A}_2 = \widehat{B}_2\left(=\frac{1}{2}\text{sđ}\overset{\frown}{BC}\right)$ $\Rightarrow \widehat{D}_1 = \widehat{F}_1$ và $\widehat{D}_2 = \widehat{E}_1$ $\Rightarrow \Delta CDE \backsim \Delta CFD$ (g.g)
	3)	Vẽ Cx là tia đối của tia CD $\Delta CDE \backsim \Delta CFD \Rightarrow \widehat{DCE} = \widehat{DCF}$ Mà $\widehat{C}_1 + \widehat{DCE} = \widehat{C}_2 + \widehat{DCF}\left(=180^0\right)$ $\Rightarrow \widehat{C}_1 = \widehat{C}_2$ $\Rightarrow$ Cx là tia phân giác của ECF
	4)	Tứ giác CIDK có: $\widehat{ICK} + \widehat{IDK} = \widehat{ICK} + \widehat{D}_1 + \widehat{D}_2 = \widehat{ICK} + \widehat{B}_1 + \widehat{A}_2 = 180^0$ $\Rightarrow$ CIDK là tứ giác nội tiếp $\Rightarrow \widehat{I}_1 = \widehat{D}_2 \Rightarrow \widehat{I}_1 = \widehat{A}_2$ $\Rightarrow$ IK // AB

Bài 7: Đề Bình Định

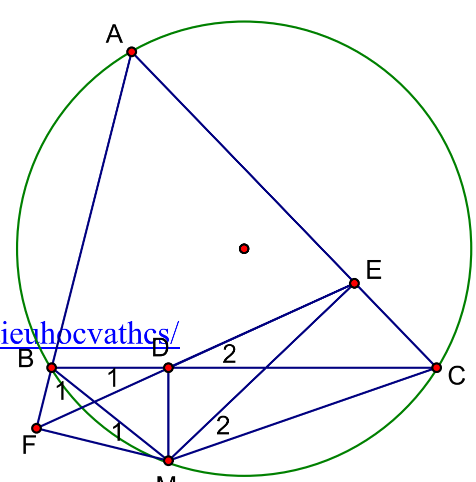
Câu 4 (4 điểm):

Cho tam giác ABC (AB<AC) nội tiếp đường tròn tâm O. M là điểm nằm trên cung BC không chứa điểm A. Gọi D, E, F lần lượt là hình chiếu của M trên BC, CA, AB. Chứng minh rằng:

a) Bốn điểm M, B, D, F cùng thuộc một đường tròn và bốn điểm M, D, E, C cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh D, E, F thẳng hàng.

c) $\frac{BC}{MD} = \frac{AC}{ME} + \frac{AB}{MF}$



a) Chứng minh:Ta có: MF ⊥ AB nên $\widehat{MFB}=90^0$

MD ⊥ BC nên $\widehat{MDB}=90^0$

Tứ giác MDBF có $\widehat{MFB}+\widehat{MDB}=90^0+90^0=180^0$

Do đó tứ giác MDBF nột tiếp

Suy ra 4 điểm M, D, B, F cùng thuộc 1 đường tròn.

Ta có : MD ⊥ BC nên $\widehat{MDC}=90^0$

MF ⊥ AC nên $\widehat{MFC}=90^0$ Suy ra $\widehat{MDC}=\widehat{MFC}=90^0$

Suy ra D, F cùng nhìn MC dưới 1 góc bằng nhau.

Do đó 4 điểm M, D, E, C cùng thuộc một đường tròn.

b) Vì tứ giác MDBF nội tiếp. Nên: $\widehat{M_1}=\widehat{D_1}$ (cùng chắn cung BF)

Vì tứ giác MDEC nội tiếp nên $\widehat{M_2}=\widehat{D_2}$

Mặt khác tứ giác MBAC nội tiếp

Nên $\widehat{B_1}=\widehat{C}$ (góc ngoài của tứ giác nội tiếp)

Do đó $\widehat{M_1}=\widehat{M_2}$ (cùng phụ với $\widehat{B_1};\widehat{C}$)Suy ra: $\widehat{D_1}=\widehat{D_2}$

Mà $\widehat{D_2}+\widehat{BDE}=180^0$ Nên $\widehat{D_1}+\widehat{BDE}=180^0$ Hay D, E, F thẳng hàng.

c)Ta có $\frac{AC}{ME}+\frac{AB}{MF}=\frac{AE+EC}{ME}+\frac{AF-FC}{MF}=\frac{AE}{ME}+\frac{EC}{ME}+\frac{AF}{MF}-\frac{FC}{MF}$
$=\tan\widehat{AME}+\tan\widehat{M_2}+\tan\widehat{AMF}-\tan\widehat{M_1}$

Mà $\widehat{M_1}=\widehat{M_2}$ nên $\frac{AC}{ME}+\frac{AB}{MF}=\tan\widehat{AME}+\tan\widehat{AMF}$

Mat khac: tứ giác AFME nội tiếp nên

$\widehat{AME}=\widehat{AFE}=\widehat{BMD}$
$\widehat{AMF}=\widehat{AEF}=\widehat{DMC}$ (Bạn đọc tự nhìn vào hình vẽ)

Do đó

$$\frac{AC}{ME}+\frac{AB}{MF}=\tan\widehat{AME}+\tan\widehat{AMF}=\tan\widehat{BMD}+\tan\widehat{MDC}$$
$$=\frac{BD}{MD}+\frac{DC}{MD}=\frac{BD+DC}{MD}=\frac{BC}{MD} \text{ (dpcm)}$$

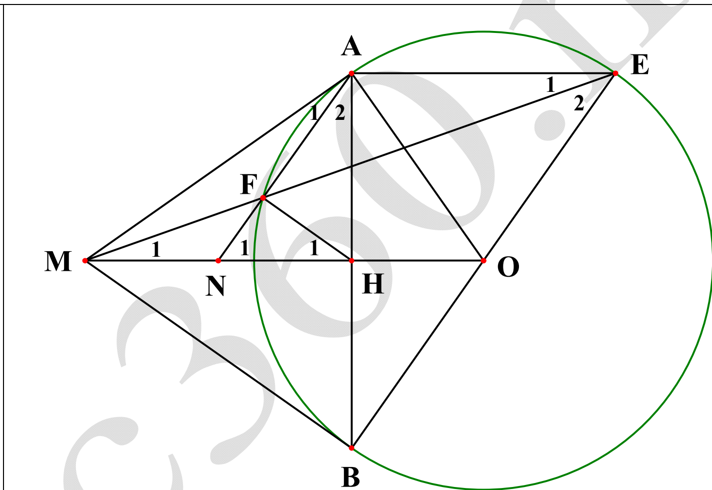
Bài 8: Đề Hải Dương

Câu 4 (3,0 điểm) Cho đường tròn tâm O, bán kính R. Từ một điểm M ở ngoài đường tròn, kẻ hai tiếp tuyến MA và MB với đường tròn (A, B là các tiếp điểm). Qua A, kẻ đường thẳng song song với MO cắt đường tròn tại E (E khác A), đường thẳng ME cắt đường tròn tại F (F khác E), đường thẳng AF cắt MO tại N, H là giao điểm của MO và AB.

1) Chứng minh: Tứ giác MAOB nội tiếp đường tròn.

2) Chứng minh: $MN^2 = NF.NA$ vả $MN = NH$.

3) Chứng minh: $\dfrac{HB^2}{HF^2} - \dfrac{EF}{MF} = 1$.

<table>
<tr><td rowspan="3">**Câu 4**
(3,0đ)</td><td></td><td>
</td></tr>
<tr><td>1)</td><td>Vì MA, MB là các tiếp tuyến của (O) nên:
$\widehat{MAO} = \widehat{MBO} = 90^0$
Tứ giác MAOB có $\widehat{MAO} + \widehat{MBO} = 180^0$
$\Rightarrow$ Tứ giác MAOB nội tiếp đường tròn.</td></tr>
<tr><td>2)</td><td>Ta có: $\widehat{M}_1 = \widehat{E}_1$ (so le trong, AE // MO) và $\widehat{A}_1 = \widehat{E}_1 \left(= \frac{1}{2}\text{sđ}\overset{\frown}{AF} \right)$
$\Rightarrow \widehat{M}_1 = \widehat{A}_1$
ΔNMF và ΔNAM có: $\widehat{MNA}$ chung; $\widehat{M}_1 = \widehat{A}_1$
$\Rightarrow \Delta NMF \backsim \Delta NAM$ (g.g)</td></tr>
</table>

		$\Rightarrow \frac{NM}{NA} = \frac{NF}{NM} \Rightarrow NM^2 = NF.NA$
		Có MA = MB (tính chất 2 tiếp tuyến cắt nhau) và OA = OB = R $\Rightarrow$MO là đường trung trực của AB $\Rightarrow$AH $\perp$ MO và HA = HB ΔMAF và ΔMEA có: $\widehat{AME}$ chung; $\widehat{A}_1 = \widehat{E}_1$ $\Rightarrow \Delta MAF \backsim \Delta MEA$ (g.g) $\Rightarrow \frac{MA}{ME} = \frac{MF}{MA} \Rightarrow MA^2 = MF.ME$ Áp dụng hệ thức lượng vào Δ vuông MAO, có: $MA^2 = MH.MO$ Do đó: $ME.MF = MH.MO \Rightarrow \frac{ME}{MH} = \frac{MO}{MF}$ $\Rightarrow \Delta MFH \backsim \Delta MOE$ (c.g.c) $\Rightarrow \widehat{H}_1 = \widehat{E}_2$ Vì $\widehat{BAE}$ là góc vuông nội tiếp (O) nên E, O, B thẳng hàng $\Rightarrow \widehat{E}_2 = \widehat{A}_2 \left(= \frac{1}{2} sđ\overset{\frown}{EB}\right)$ $\Rightarrow \widehat{H}_1 = \widehat{A}_2$ $\Rightarrow \widehat{N}_1 + \widehat{H}_1 = \widehat{N}_1 + \widehat{A}_2 = 90^0$ $\Rightarrow HF \perp NA$ Áp dụng hệ thức lượng vào Δ vuông NHA, có: $NH^2 = NF.NA$ $\Rightarrow NM^2 = NH^2 \Rightarrow NM = NH$.
	3)	Áp dụng hệ thức lượng vào Δ vuông NHA, có: $HA^2 = FA.NA$ và HF^2 = FA.FN Mà HA = HB $\Rightarrow \frac{HB^2}{HF^2} = \frac{HA^2}{HF^2} = \frac{FA.NA}{FA.FN} = \frac{NA}{NF}$ Vì AE // MN nên $\frac{EF}{MF} = \frac{FA}{NF}$ (hệ quả của định lí Ta-lét)

		$\Rightarrow \frac{HB^2}{HF^2} - \frac{EF}{MF} = \frac{NA}{NF} - \frac{FA}{NF} = \frac{NF}{NF} = 1$

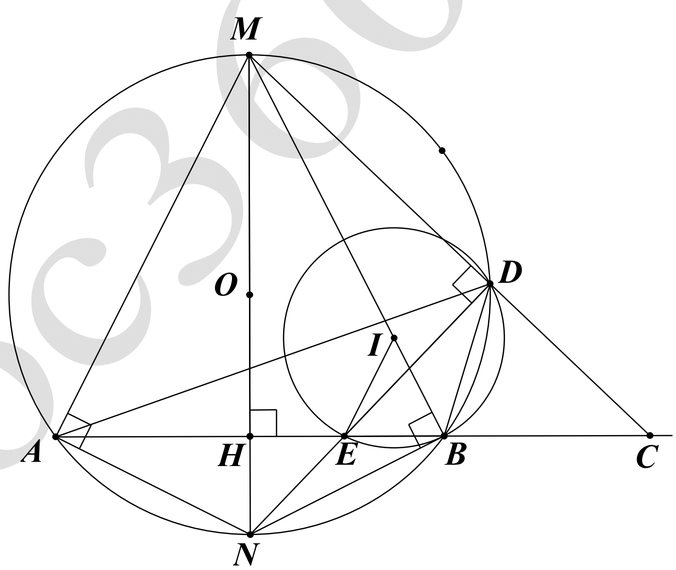
Bài 9: Đề Bình Dương - Bài 5: *(3,5 điểm)*

Ta giác AMB cân tại M nội tiếp trong đường tròn (O; R). Kẻ MH vuông góc AB (H∈AB), MH cắt đường tròn tại N. Biết MA = 10cm, AB = 12cm.

a) Tính MH và bán kính R của đường tròn;

b) Trên tia đối tia BA lấy điểm C. MC cắt đường tròn tại D, ND cắt AB tại E. Chứng minh tứ giác MDEH nội tiếp và chứng minh các hệ thức sau: $NB^2 = NE.ND$ và $AC.BE = BC.AE$;

c) Chứng minh NB tiếp xúc với đường tròn ngoại tiếp tam giác BDE.



a) Theo t/c đường kính và dây cung ⇒ H trung điểm AB ⇒ AH = 6cm

ΔAMH vuông tại H ⇒ MH = $\sqrt{AM^2 - AH^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8cm$

ΔAMN vuông tại A, đường cao AH

$$\Rightarrow AH^2 = HM.HN \Rightarrow HN = \frac{AH^2}{MH} = \frac{36}{8} = 4,5cm$$