TỔNG HỢP CÁC BÀI HÌNH THI VÀO LỚP 10

CÁC ĐỀ THI NĂM 2014 – 2015

1. CHUYÊN LÊ HỒNG PHONG – NAM ĐỊNH

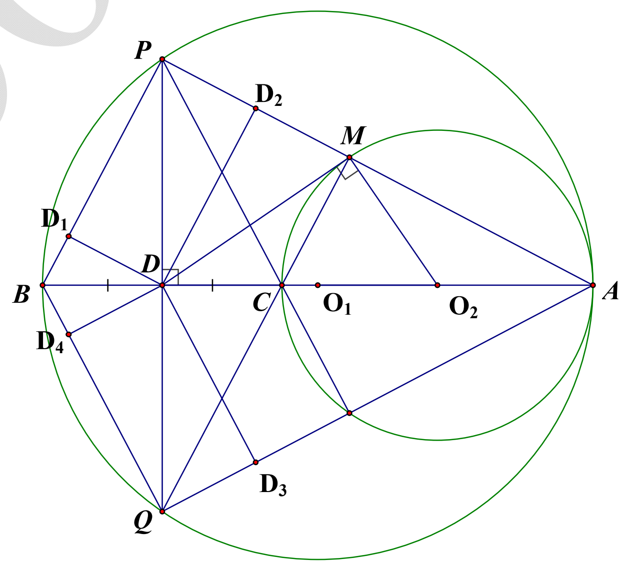
Bài 4: (*3,0 điểm*): Cho hai đường tròn $(O_1;R_1)$ và $(O_2;R_2)$ với $R_1 > R_2$ tiếp xúc trong với nhau tại *A*. Đường thẳng O_1O_2 cắt $(O_1;R_1)$ và $(O_2;R_2)$ lần lượt tại *B* và *C* khác *A*. Đường thẳng đi qua trung điểm *D* của *BC* vuông góc với *BC* cắt $(O_1;R_1)$ tại *P* và *Q*.

1) Chứng minh *C* là trực tâm tam giác *APQ*.

2) Chứng minh $DP^2 = R_1^{\,2} - R_2^{\,2}$.

3) Giả sử $D_1;D_2;D_3;D_4$ lần lượt là hình chiếu vuông góc của D xuống các đường thẳng $BP;PA;AQ;QB$. Chứng minh $DD_1 + DD_2 + DD_3 + DD_4 \le \frac{1}{2}(BP + PA + AQ + QB)$

Hướng dẫn:



1) PBQC là hình thoi => QC // BP

CM // BP (cùng vuông góc với PA)

=> Q, C, M thẳng hàng

Tam giác APQ có 2 đường cao AD và QM cắt nhau tại C=> C là trực tâm tam giác APQ

2) c/minh DM là tiếp tuyến tại M của (O_2)

Cminh được $PD^2 = DB.DA = DC.DA = DM^2$

$= O_2D^2 - O_2M^2 = O_2D^2 - R_2^2$

Ta đi cminh $O_2D = R_1$

Ta có $O_2D = O_2A + CD = \frac{AC}{2} + \frac{BC}{2} = \frac{AB}{2} = \frac{2R_1}{2} = R_1$

Vậy ta có đpcm.

c) $DD_1 + DD_2 + DD_3 + DD_4 \le \frac{1}{2}(BP + PA + AQ + QB)$

Dễ dàng cminh được $DD_1 = DD_4; DD_2 + DD_3; BP = QB; PA + AQ$

Nên $DD_1 + DD_2 + DD_3 + DD_4 \le \frac{1}{2}(BP + PA + AQ + QB) \Leftrightarrow 2(DD_1 + DD)_2 \le PB + PA$

Ap dụng BĐT Cô-si ta có

$DB^2 + DP^2 \ge 2DB.DP \Leftrightarrow BP^2 \ge 2DB.DP(Pi - ta - go\ DB^2 + DP^2 = BP^2)$

$\Rightarrow BP \ge \dfrac{2DB.DP}{BP} = 2DD_1$ (dấu « = » xảy ra khi DP = DB) (1)

Cminh tương tự ta có $AP \ge \dfrac{2DA.DP}{AP} = 2DD_2$ (dấu « = » xảy ra khi DP = DA) (2)

TỪ (1) và (2) => $2\left(DD_1 + DD\right)_2 \le PB + PA$ (dấu « = » xảy ra khi DP = DA =DB)

2. ĐỀ QUẢNG NGÃI

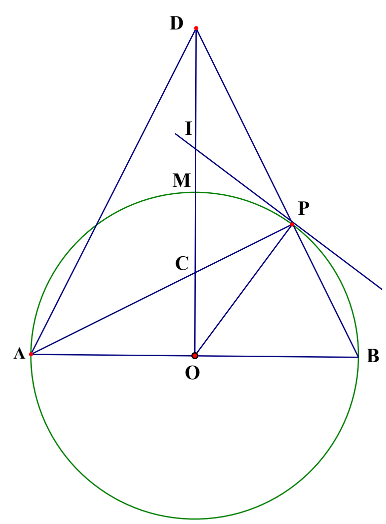
Bài 4: (3,5 điểm) Cho nửa đường tròn tâm O, đường kính AB = 2R. Gọi M là điểm chính giữa của cung AB; P là điểm thuộc cung MB (P khác M và P khác B). Đường thẳng AP cắt đường thẳng OM tại C; đường thẳng OM cắt đường thẳng BP tại D. Tiếp tuyến của nửa đường tròn ở P cắt cắt CD tại I.

a/ Chứng minh OADP là tứ giác nội tiếp đường tròn.

b/ Chứng minh OB.AC = OC.BD.

c/ Tìm vị trí của điểm P trên cung MB để tam giác PIC là tam giác đều. Khi đó hãy tính diện tích của tam giác PIC theo R.

HD a/ C/minh $\angle AOD = \angle APD = 90^0$



O và P cùng nhìn đoạn AD dưới một góc 90^0

$\Rightarrow$ OADP tứ giác nội tiếp đường tròn đường kính AD

b/ C/ minh $\Delta AOC \backsim \Delta DOB$ (g.g) $\Rightarrow \dfrac{OC}{OB} = \dfrac{AC}{DB}$

$\Rightarrow$ OB.AC = OC.BD (đpcm)

c/ Ta có $\angle IPC = \angle PBA$ (cùng chắn cung AP của (O))

và có $\angle ICP = \angle PBA$ (cùng bù với $\angle OCP$)

Suy ra $\angle IPC = \angle ICP \Rightarrow \Delta IPC$ cân tại I.

Để ΔIPC là tam giác đều thì $\angle IPC = 60^0 \Rightarrow \angle PBA = 60^0$

$\Rightarrow OP = PB = OB = R \Rightarrow$ số đo cung PB bằng 60^0

C/minh ΔDIP cân tại I $\Rightarrow$ ID = IP = IC = CD:2

Do đó $S_{PIC} = \frac{1}{2} S_{DPC} = \frac{1}{2}.\frac{1}{2}.CP.PD = \frac{1}{4}.\frac{R\sqrt{3}}{3}.R = \frac{R^2\sqrt{3}}{12}$ (đvdt)

3.ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT CHUYÊN BẮC NINH

Câu IV . ***(3,0 điểm)*** Cho tam giác ABC có ba góc nhọn và ba đường cao AA' , BB' ,CC' cắt nhau tại H .Vẽ hình bình hành BHCD . Đường thẳng qua D và song song với BC cắt đường thẳng AH tại M .

1) Chứng minh rằng năm điểm A, B ,C , D , M cùng thuộc một đường tròn.
2) Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .Chứng minh rằng BM = CD và góc BAM = góc OAC .
3) Gọi K là trung điểm của BC , đường thẳng AK cắt OH tại G . Chứng minh rằng G là trọng tâm của tam giác ABC.

HD

HD : HS tự vẽ hình

1) Chứng minh các tứ giác ABMD , AMDC nội tiếp => A, B ,C,D , M nằm trên cùng một đường tròn

2) Xét (O) có dây MD//BC => sđ cung MB = sđ cung CD => dây MB = dây CD hay BM = CD

+ Theo phần 1) và BC//MD => góc BAM =góc OAC

3)Chứng minh OK là đường trung bình của tam giác AHD => OK//AH và OK = $\frac{1}{2}AH$ hay $\frac{OK}{AH} = \frac{1}{2}$ (*)

+ Chứng minh tam giác OGK đồng dạng với tam giác HGA =>

$\frac{OK}{AH} = \frac{1}{2} = \frac{GK}{AG} \Rightarrow AG = 2GK$, từ đó suy ra G là trọng tâm của tam giác ABC

4. CHUYÊN KHÁNH HÒA

Bài 4: (2,00 điểm)

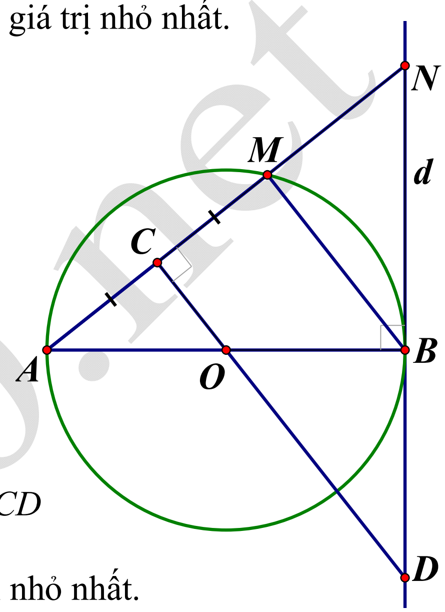
Cho nửa đường tròn (O) đường kình AB = 2R. Vẽ đường thẳng d là tiếp tuyến của (O) tại B. Trên cung $\overset{\frown}{AB}$ lấy điểm M tùy ý (M khác A và B), tia AM cắt d tại N. Gọi C là trung điểm của AM , tia CO cắt d tại D.

a) Chứng minh rằng: OBNC nội tiếp.

b) Chứng minh rằng: NO ⊥ AD

c) Chứng minh rằng: CA. CN = CO . CD.

d) Xác định vị trí điểm M để (2AM + AN) đạt giá trị nhỏ nhất.



HD: a) Chứng minh rằng: OBNC nội tiếp.

HD: Tứ giác OBNC nội tiếp có $\widehat{OCN}+\widehat{OBN}=180^0$

b) Chứng minh rằng: NO ⊥ AD

HD: °AND có hai đường cao cắt nhau tại O,

suy ra: NO là đường cao thứ ba hay: NO ⊥ AD

c) Chứng minh rằng: CA. CN = CO . CD.

HD: ℃CAO # ℃CDN $\Rightarrow \dfrac{CA}{CD}=\dfrac{CO}{CN}$ $\Rightarrow$*CA. CN = CO . CD*

d) Xác định vị trí điểm M để (2AM + AN) đạt giá trị nhỏ nhất.

Ta có: 2AM + AN ≥ $2\sqrt{2AM.AN}$ (BĐT Cauchy – Côsi)

Ta chứng minh: AM. AN = AB^2 = $4R^{2.}$ (1)

Suy ra: 2AM + AN ≥ $2\sqrt{2.4R^2}$ = 4R$\sqrt{2.}$

Đẳng thức xẩy ra khi: 2AM = AN ⇒ AM = AN/2 (2)

Từ (1) và (2) suy ra: AM = R$\sqrt{2}$ ⇒AOM vuông tại O ⇒ M là điểm chính giữa cung AB

4. **KỲ THI VÀO LỚP 10 THPT CHUYÊN LAM SƠN NĂM HỌC 2014 – 2015**

(Dành cho thí sinh thi vào lớp chuyên Toán)

5. Đề thi THPT chuyên toán Bắc Ninh L2 _ 2014 – 2015

Câu IV . *(3,0 điểm)* Cho tam giác ABC có ba góc nhọn , nội tiếp đường tròn (O) (AB < AC) . Các tiếp tuyến với (O) tại B và C cắt nhau tại N . Vẽ dây AM song song với BC . Đường thẳng MN cắt đường tròn (O) tại M và P .

1) Cho biết $\frac{1}{OB^2}+\frac{1}{NC^2}=\frac{1}{16}$, tính độ dài đoạn BC.

2) Chứng minh rằng $\frac{BP}{AC}=\frac{CP}{AB}$

1) Chứng minh rằng BC , ON , AP đồng quy.

HD : <u>T óm tắt HS tự vẽ hình</u>

1)Cho biết $\frac{1}{OB^2}+\frac{1}{NC^2}=\frac{1}{16}$ ***(*) , tính độ dài đoạn BC.***

Gọi K là giao điểm của ON và BC => KB = KC hay BC = 2KB

+ Chỉ ra NB = NC

+ Trong tam giác BNO vuông tại B , đường cao BK có : $\frac{1}{OB^2}+\frac{1}{NB^2}=\frac{1}{KB^2}$ (**)

+ Từ (*) ,(**) => KB = 4 (đvđd) => BC = 8 (đvđ d)

2) Chứng minh rằng $\frac{BP}{AC}=\frac{CP}{AB}$ ***(***)***

+ Chỉ ra tứ giác ABCM là hình thang cân => AB = CM , AC = MB , khi đó từ (***) $\Rightarrow \frac{BP}{MB}=\frac{CP}{CM}$ (I)

Vậy yêu cầu bài toán chuyển thành đi chứng minh (I) là xong!

+ Chỉ ra tam giác NPB đồng dạng với tam giác NBM (g.g) => $\frac{NP}{NB}=\frac{BP}{MB}$ (4)

+ Chỉ ra tam giác NPC đồng dạng với tam giác NCM (g.g) => $\frac{NP}{NC}=\frac{CP}{CM}$ (5) mà NB = NC nên từ (4) và (5) => (I) => (***) => điều phải chứng minh.

3)Chứng minh rằng BC , ON , AP đồng quy.

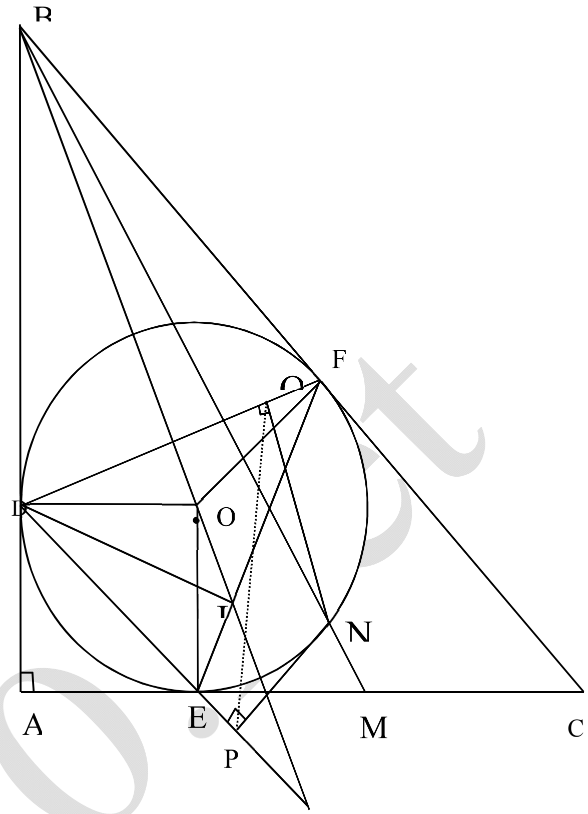
Theo tr ên ta c ó BC c ắt ON t ại K , n ối K v ới P v à n ối K v ới A . Khi đ ó y êu c ầu b ài toán chỉ
cần chứng minh A,K,P thẳng hàng là xong! Th ật v ậy :
+ Ch ỉ ra NC^2 = NK.NO v à NC^2 = NP.NM => NK.NO = NP . NM => $\frac{NP}{NO} = \frac{NK}{NM}$ m à c ó g óc N chung => tam gi ác NPK đ ồng d ạng v ới tam gi ác NOM (c.g.c) => g óc NKP = g óc NMO = g óc PMO (II) m à g óc NKP + g óc OKP = 180^0 => g óc OKP + g óc PMO = 180^0
=> t ứ gi ác KPMO n ội ti ếp => g óc OKM = g óc OPM m à g óc OPM = g óc OMP (v ì tam gi ác OMP c ân t ại O) => g óc OMP = g óc OKM (6)
+ N ối K v ới M , ta c ó KM = KA (v ì tam gi ác KOM =tam gi ác KOA (c.g.c)) m à OA = OM = R v à OK chung => tam gi ác KOA = tam gi ác KOM (c.c.c) => g óc OKM = g óc OKA (7)
v ậy t ừ (6), (7) => g óc OKA = g óc OMP v à k ết h ợp v ới (II)
=> $\angle$ OKA = $\angle$ NKP mà $\angle$ NKP + $\angle$ OKP = 180^0
=> $\angle$ OKA + $\angle$ OKP = 180^0 => A,K,P th ẳng h àng t ừ đ ó => ĐPCM

5. CHUYÊN LS THANH HÓA

Câu 4 (3.0 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại A, có AB < AC ngoại tiếp đường tròn (O). gọi D, E, F lần lượt là tiếp điểm của (O) với các cạnh AB, AC, BC; I là giao điểm của BO với EF, M là điểm di động trên đoạn CE.

1. Tính số đo góc BIF

2. Gọi N là giao điểm của BM với cung nhỏ EF của (O); P, Q lần lượt là hình chiếu của N trên các đường thẳng DE, DF. Xác định vị trí điểm M để độ dài PQ lớn nhất.



Hướng Dẫn

a) Theo tính chất của hai tiếp tuyến cắt nhau ta có

BO, CO, AO lần lượt là trung trực của DE, EF, DF

=> ODI = OFI (Các tam giác ODI và OFI bằng nhau trường hợp c.c.c)

Lại có tam giác OEF cân tại O => OFE = OEF

Suy ra: ODI = OEF hay ODI = OEI. Mà O, I cùng phía so với ED

Do đó tứ giác ODEI nội tiếp được => DIO = DEO (cùng chắn cung DO)

Nhưng DEO = 45^0(tính chất hình vuông) => DIO = 45^0 hay BIF = 45^0

b) Do kết quả trên ta có $\widehat{BFA}=\widehat{BAE}$

$\widehat{HAC}=\widehat{EHB}=\widehat{BFC}$, do AB //EH. suy ra $\widehat{DAF}=\widehat{DAC}-\widehat{FAC}=\widehat{DFC}-\widehat{CFA}=\widehat{BFA}$

$\Rightarrow \widehat{DAF}=\widehat{BAE}$, 2 góc này chắn các cung $\widehat{AE},\widehat{DF}$ nên hai cung này bằng nhau

Gọi giao điểm của AF và EH là N. Ta có 2 tg HED và HNA bằng nhau (vì góc H đối đỉnh, HD = HA, $\widehat{EDH} = \widehat{HDN}$ (do AD // AF)

Suy ra HE = HN, nên H là trung điểm của EN. Suy ra HK là đường trung bình của tg EAF.) Vậy HK // AF => ED // HK // AF.

6. CHUYÊN ĐỒNG THÁP

Câu 4: (2 điểm)Cho tam giác ABC vuông tại A, kẻ đường trung tuyến AM và đường cao AH. Gọi D, E lần lượt là hình chiếu của A trên H AB, AC.

a) Chứng minh $DE^2 = BH.HC$ và DE vuông góc với AM.

b) Giả sử diện tích tam giác ABC bằng 2 lần diện tích tứ giác AEHD. Chứng minh tam giác ABC vuông cân.

Câu 5: (2 điểm) Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn (O), BH và CK là các đường cao. Các tiếp tuyến với đường tròn (O) tại B và C cắt nhau tại S, các đường thẳng BC và OS cắt nhau tại M.

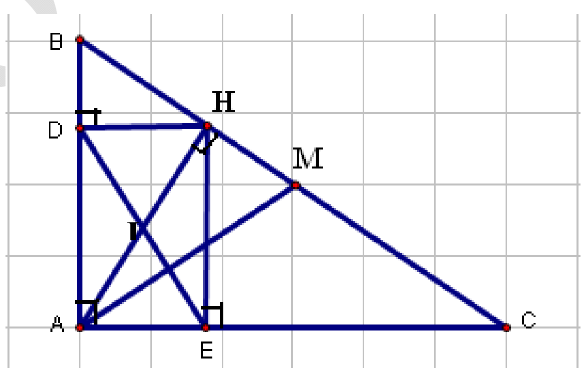
a) Chứng minh MB=MH.

b) Chứng minh rằng $\dfrac{AB}{AH} = \dfrac{BS}{MH}$

c) Chứng minh ΔAHM đồng dạng ΔABS.

HD

Câu 4:



a1/ + Tam giác ABC vuông tại A có AH là đường cao, nên $AH^2 = BH.HC$ (1)

+ Vì $\widehat{DAE} = \widehat{ADH} = \widehat{AEH} = 90^0$ (gt). Suy ra tứ giác ADHE là hình chữ nhật.

Do đó: AH= DE (2).

Từ (1) và (2) suy ra $DE^2 = BH.HC$

a2/ Ta cần chứng minh: $\widehat{MAC} + \widehat{AED} = 90^0$

+ ΔABC vuông tại A, có AM là trung tuyến ứng với cạnh huyền BC nên: $AM = \frac{1}{2}BC = MC$. Do đó, ΔMAC cân tại M nên: $\widehat{MAC} = \widehat{C}$ (hai góc kề đáy) (3)

+ Hình chữ nhật ADHE có AH và DE cắt nhau tại trung điểm I của mỗi đoạn, nên ΔIAE cân tại I, và ta có: $\widehat{AED} = \widehat{HAE}$ (hai góc kề đáy) (4)

Cộng theo vế các đẳng thức (3) và (4), ta được: $\widehat{MAC} + \widehat{AED} = \widehat{C} + \widehat{HAE}$

Nhưng $\widehat{C} + \widehat{HAE} = 90^0 \left(do\, \Delta HAC, \widehat{AHC} = 90^0\right) \Rightarrow \widehat{MAC} + \widehat{AED} = 90^0$. Vậy $DE \perp AM$

b/ Ta có $S_{ABC} = 2.S_{AEHD}$ (gt) $\Leftrightarrow \frac{1}{2}BC.AH = 2(AD.AE)$

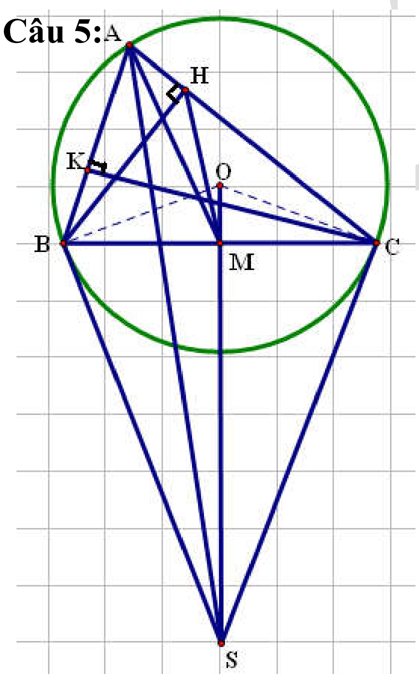
$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}BC.AH = 2.\frac{AH^2}{AB}.\frac{AH^2}{AC} \Leftrightarrow BC.AH = 4.\frac{AH^4}{AB.AC} \Leftrightarrow BC.AH = \frac{4AH^4}{BC.AH}$$

$$\Leftrightarrow (BC.AH)^2 = \left(2AH^2\right)^2 \Leftrightarrow BC.AH = 2AH^2 \Leftrightarrow AH = \frac{BC}{2}$$

Suy ra AH là trung tuyến của tam giác vuông ABC, nhưng AH là đường cao.

Vậy tam giác ABC vuông cân.

Câu 5:



a/ Vì SB, SC là hai tiếp tuyến của (O) tại B và C, nên SB= SC và tam giác SBC cân tại S có SO là tia phân giác của góc BSC $\Rightarrow SO \perp BC$ tại M $\Rightarrow MB = MC$

Trong tam giác HBC vuông tại H có $MB = MC$, nên $MH = \frac{1}{2}BC = MB$

b/ Xét tam giác vuông HBA và tam giác vuông MBS có $\widehat{HAB} = \widehat{MBS}$ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tia tiếp tuyến BS và dây cung BC của (O) cùng chắn cung $\overset{\frown}{BC}$). Do đó $\Delta HBA \sim \Delta MSB(g.g)$

Suy ra $\frac{AB}{AH} = \frac{BS}{BM}$, nhưng MH= MB

Vậy $\frac{AB}{AH} = \frac{BS}{MH}$

c/ Ta cần chứng minh $\widehat{AHM} = \widehat{ABS}$

Ta có: $\widehat{AHM} = \widehat{AHB} + \widehat{BHM} = 90^0 + \widehat{BHM}$ (5)và

$$\widehat{ABS} = \widehat{ABH} + \widehat{HBM} + \widehat{MBS} = \widehat{ABH} + \widehat{HBM} + \widehat{HAB} = \left(\widehat{ABH} + \widehat{HAB}\right) + \widehat{HBM}$$

$$= 90^0 + \widehat{HBM} \quad (6)$$

Đã chứng minh $MB = MC$ nên tam giác MBH cân tại M, suy ra $\widehat{BHM} = \widehat{HBM}$ (7)

Từ (5), (6), (7) ta suy ra $\widehat{AHM} = \widehat{ABS}$.

Xét tam giác AHM và tam giác ABS có $\widehat{AHM} = \widehat{ABS}$ và $\frac{AB}{AH} = \frac{BS}{MH}$.

Vậy tam giác AHM đồng dạng tam giác ABS (trường hợp cạnh- góc- cạnh)

7. ĐỀ ĐÀ NẴNG

Bài 5: *(3,5 điểm)*Cho tam giác ABC vuông tại A có đường cao AH (H thuộc BC). Vẽ đường tròn (C) có tâm C, bán kính CA. Đường thẳng AH cắt đường tròn (C) tại điểm thứ hai là D.

1)Chứng minh BD là tiếp tuyến của đường tròn (C).

2)Trên cung nhỏ $\overset{\frown}{AD}$ của đường tròn (C) lấy điểm E sao cho HE song song với AB. Đường thẳng BE cắt đường tròn (C) tại điểm thứ hai là F. Gọi K là trung điểm của EF. Chứng minh rằng:

a) $BA^2 = BE.BF$ và $\widehat{BHE} = \widehat{BFC}$

b) Ba đường thẳng AF, ED và HK song song với nhau từng đôi một.

HD

1)Ta có $\widehat{BAC} = 90^0$ nên BA là tiếp tuyến với (C). BC vuông góc với AD nên H là trung điểm AD. Suy ra $\widehat{BDC} = \widehat{BAC} = 90^0$ nên BD cũng là tiếp tuyến với (C)

2)a)Trong tg vuông ABC ta có $AB^2 = BH.BC$ (1)

Xét hai tg đồng dạng ABE và FBA vì có góc B chung Và $\widehat{BAE} = \widehat{BFA}$ (cùng chắn cung AE) suy ra $\frac{AB}{FB} = \frac{BE}{BA} \Rightarrow AB^2 = BE.FB$ (2)

Từ (1) và (2) ta có BH.BC = BE.FB Từ BE.BF= BH.BC $\Rightarrow \frac{BE}{BC} = \frac{BH}{BF}$

2 tg BEH và BCF đd vì có góc B chung và $\frac{BE}{BC} = \frac{BH}{BF}$ $\Rightarrow \widehat{BHE} = \widehat{BFC}$

8. ĐỀ CÀ MAU

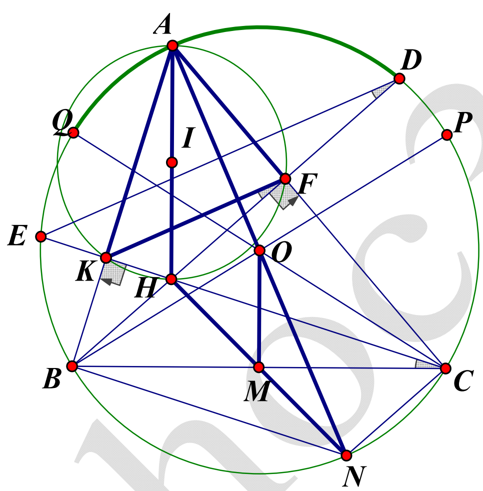
Bài 5: *(3,0 điểm)* Cho tam giác ABC có 3 góc nhọn, nội tiếp trong đường tròn (O).Các đường cao BF,CK của tam giác ABC lần lượt cắt (O) tại D,E.

a) Chứng minh : Tứ giác BCFK là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh : DE //FK.

c) Gọi P,Q lần lượt là điểm đối xứng với B,C qua O.Chứng minh đường tròn ngoại tiếp tam giác AFK có bán kính không đổi khi A thay đổi trên cung nhỏ $\overset{\frown}{PQ}$ (không trùng với các điểm P,Q)

HD



a)<u>BCFK nội tiếp</u>

∠BKC=∠BFC=90°(CK⊥AB và BF⊥AC)⇒BCFK nội tiếp

b)<u>DE//FK</u>

∠BDE=∠BCE(cùng chắn cung EB của (O))

∠BCE=∠BFK (cùng chắn cung BK của (BCFK))

⇒∠BDE=∠BFK⇒DE//FK

c)<u>Bán kính đường tròn (AFK) không đổi khi A di động trên cung PQ</u>

Kẻ đường kính AN và lấy điểm M là trung điểm của BC.

⇒∠ACN=∠ABN=90°⇒NC⊥AC và NB⊥AB mà BH⊥AC và CH⊥AB

⇒NC//BH và NB//CH⇒BHCN hình bình hành⇒M là trung điểm HN

Vì OA=ON⇒OM là đường trung bình ΔAHN⇒OM=AH/2 và OM//AH

Gọi I là trung điểm AH.Ta có ∠AKH=∠AFH=90°⇒AKHF nội tiếp đường tròn đường kính AH⇒I là tâm và AI là bán kính của đường tròn ngoại tiếp của tứ giác AKHF hay của ΔAFK.

Vì BC,(O) cố định⇒M cố định⇒OM cố định⇒AI =AH/2=OM cố định

⇒ đường tròn ngoại tiếp của ΔAFK có bán kính AI=OM cố định.

Vậy khi A di động trên cung nhỏ PQ(không trùng với P,Q) thì đường tròn ngoại tiếp ΔAFK có bán kính không đổi.

9. ĐỀ NGHỆ AN

Câu 4. *(3,0 điểm)*Cho điểm A nằm bên ngoài đường tròn (O). Từ A kẻ hai tiếp tuyến AB, AC với đường tròn đó (B, C là các tiếp điểm). Gọi M là trung điểm của AB. Đường thẳng MC cắt đường tròn (O) tại N (N khác C).

a) Chứng minh ABOC là tứ giác nội tiếp

b) Chứng minh $MB^2 = MN.MC$

c) Tia AN cắt đường tròn (O) tại D (D khác N). Chứng minh: $\widehat{MAN} = \widehat{ADC}$

HD

a). Xét tứ giác ABOC có :

$$\widehat{ABO} + \widehat{ACO} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$$

nên tứ giác ABOC nội tiếp

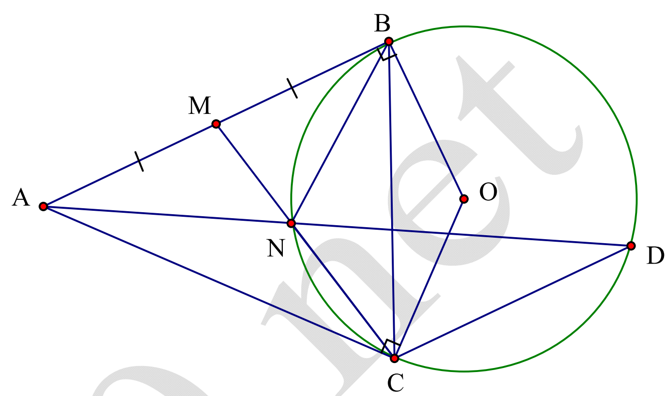
b). Xét ΔMBN và ΔMCB có :

$\widehat{M}$ chung

$\widehat{MBN} = \widehat{MCB}$ (cùng chắn cung BN)

=> ΔMBN ~ ΔMCB (g-g)

nên $\dfrac{MB}{MC} = \dfrac{MN}{MB} \Leftrightarrow MB^2 = MN.MC$



c). Xét ΔMAN và ΔMCA có góc $\widehat{M}$ chung.

Vì M là trung điểm của AB nên $MA = MB$.

Theo câu b ta có: $MA^2 = MN.MC \Leftrightarrow \dfrac{MA}{MN} = \dfrac{MC}{MA}$

Do đó : ΔMAN ~ ΔMCA (c-g-c)

=> $\widehat{MAN} = \widehat{MCA} = \widehat{NCA}$ (1)

mà: $\widehat{NCA} = \widehat{NDC}$ (cùng chắn cung NC) (2)

Từ (1) và (2) suy ra: $\widehat{MAN} = \widehat{NDC}$ hay $\widehat{MAN} = \widehat{ADC}$.

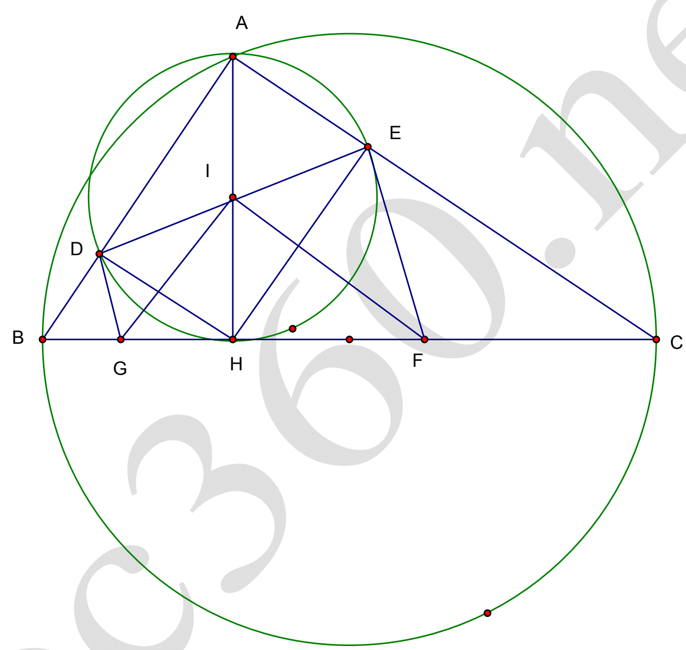
10. ĐỀ CHUNG LAM SƠN

Câu 4: Cho đường tròn tâm O đường kính BC và một điểm bất kì trên đường tròn (A khác B và C). Gọi AH là đường cao của tam giác ABC. Đường tròn tâm I đường kính AH cắt các dây cung AB, AC của (O) tương ứng tại D, E.

1. Chứng minh rằng góc $\widehat{DHE} = 90^0$ và AB. AD = AC. AE

2. Các tiếp tuyến của đường tròn (I) tại D và E cắt BC tương ứng tại G và F. Tính số đo góc GIF.

3.Xác định vị trí điểm A trên đường tròn (O) để tứ giác DEFG có diện tích lớn nhất.



1. Chứng minh $\widehat{DHE} = 90^0$

Tứ giác ADHE có : $\hat{A} = \hat{D} = \hat{E}$

=> ADHE là hình chữ nhật => $\widehat{DHE} = 90^0$

Chứng minh AB.AD = AC.AE

Xét hai tam giác vuông HAB

và HAC ta có : AB.AD = AH^2 = AC.AE

2/ Tính góc GIF

$\widehat{DHE} = 90^0$ => DE là đường kính => I thuộc DE => $\widehat{DIE} = \frac{1}{2}\widehat{DIH} + \frac{1}{2}\widehat{HIE} = \frac{1}{2}\widehat{DIE} = 90^0$

3/ Tứ giác DEFG là hình thang vuông có đòng cao DE = AH

Hai đáy DG = GH = GB $= \frac{1}{2}BH$ và EF = FC = FH = $\frac{1}{2}HC$

=>diện tích hình tứ giác DEFG là $\dfrac{\frac{1}{2}(HB+HC).AH}{2} = \dfrac{BC.AH}{4}$

lớn nhất khi AH lớn nhất vì BC = 2R không đổi

Ta có : AH lớn nhất => AH là đòng kính => A là trung điểm cung AB

11. ĐỀ BẮC NINH (LỚP KHÔNG CHUYÊN)

Câu IV . *(3,0 điểm)* Cho tam giác ABC có ba góc nhọn và ba đường cao AA' , BB' ,CC' cắt nhau tại H .Vẽ hình bình hành BHCD . Đường thẳng qua D và song song với BC cắt đường thẳng AH tại M .

1)Chứng minh rằng năm điểm A, B ,C , D , M cùng thuộc một đường tròn.

2)Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .Chứng minh rằng BM = CD và góc BAM = góc OAC .

3)Gọi K là trung điểm của BC , đường thẳng AK cắt OH tại G . Chứng minh rằng G là trọng tâm của tam giác ABC

HD : ***HS tự vẽ hình***

1) Chứng minh các tứ giác ABMD , AMDC nội tiếp => A, B ,C,D , M nằm trên cùng một đường tròn

2) Xét (O) có dây MD//BC => sđ cung MB = sđ cung CD => dây MB = dây CD hay BM = CD

+ Theo phần 1) và BC//MD => góc BAM =góc OAC

3)Chứng minh OK là đường trung bình của tam giác AHD => OK//AH và OK = $\frac{1}{2}AH$ hay $\frac{OK}{AH} = \frac{1}{2}$ (*)