TỔNG HỢP CÁC BÀI HÌNH THI VÀO LỚP 10

CÁC ĐỀ 2013 - 2014

1. ĐỀ TP_ HCM

Câu 5 (3,5 điểm) Cho ΔABC không có góc tù (AB < AC), nội tiếp đường tròn (O;R) (B, C cố định, A di động trên cung lớn BC). Các tiếp tuyến tại B và C cắt nhau tại M. Từ M kẻ đường thẳng song song với AB, đường thẳng này cắt (O) tại D và E (D thuộc cung nhỏ BC), cắt BC tại F, cắt AC tại I.

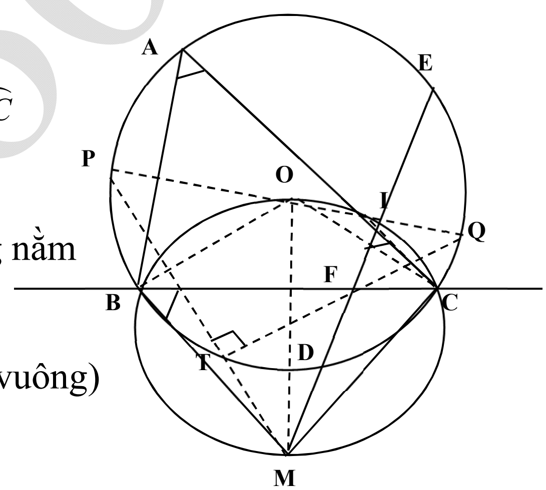
a) Chứng minh: $\widehat{MBC} = \widehat{BAC}$, từ đó suy ra MBIC là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh: FI.FM = FD.FE

c) Đường thẳng OI cắt (O) tại P và Q (P thuộc cung nhỏ AB). Đường thẳng QF cắt (O) tại T (T khác Q). Chứng minh ba điểm P, T, M thẳng hàng.

d) Tìm vị trí của điểm A trên cung lớn BC sao cho ΔIBC có diện tích lớn nhất.

HD:



a) Ta có $\widehat{BAC} = \widehat{MBC}$ do cùng chắn cung $\widehat{BC}$

Và $\widehat{BAC} = \widehat{MIC}$ do AB// MI

Vậy $\widehat{BAC} = \widehat{MIC}$, nên bốn điểm ICMB cùng nằm

Trên đường tròn đường kính OM

(vì 2 điểm B, C cùng nhìn OM dưới 1 góc vuông)

b) Do 2 tam giác đồng dạng FBD và FEC

nên FB. FC =FE. FD.

Và 2 tam giác đồng dạng FBM và FIC

nên FB. FC =FI. FM. So sánh ta có FI.FM =FD.FE

c) Ta có góc PTQ=90^0 do POIQ là đường kính.

Và 2 tam giác đồng dạng FIQ và FTM có 2 góc đối đỉnh F bằng nhau và

$\frac{FI}{FQ} = \frac{FT}{FM}$

(vì FI.FM = FD.FE = FT.FQ)

Nên $\widehat{FIQ} = \widehat{FTM}$ mà $\widehat{FIQ} = \widehat{OIM} = 90^0$ (I nhìn OM dưới góc 90^0)

Nên P, T, M thẳng hàng vì $\widehat{PTM} = 180^0$.

d) Ta có BC không đổi. Vậy diện tích S_{IBC} lớn nhất khi và chỉ khi khoảng cách từ I đến BC lớn nhất. Vậy I trùng với O là yêu cầu của bài toán vì I nằm trên cung $\widehat{BC}$ của đường tròn đường kính OM. Khi I trùng O thì ΔABC vuông tại B. Vậy diện tích tam giác ICB lớn nhất khi và chỉ khi AC là đường kính của đường tròn (O;R).

<u>Cách khác:</u> O' là trung điểm của OM. BC cắt OO', O'T lần lượt tại L, T.

Vẽ IH vuông góc BC tại H. $IH \le IT = O'I - O'T \le O'O - O'L = OL$

2, SỞ GD&ĐT VĨNH PHÚC

Câu 7 (3,0 điểm). Cho hình vuông ABCD có độ dài cạnh bằng a. Trên cạnh AD và CD lần lượt lấy các điểm M và N sao cho góc $\widehat{MBN} = 45^0$, BM và BN cắt AC theo thứ tự tại E và F.

a) Chứng minh các tứ giác ABFM, BCNE, MEFN nội tiếp.

b) Gọi H là giao điểm của MF với NE và I là giao điểm của BH với MN. Tính độ dài đoạn BI theo a.

c) Tìm vị trí của M và N sao cho diện tích tam giác MDN lớn nhất.

HD:

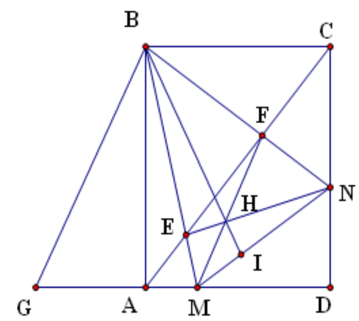
-Hình vẽ đúng (phần a) a) Chứng minh các tứ giác ABFM, BCNE, MEFN nội tiếp:

Vì ABCD là hình vuông và $\widehat{MBN} = 45^0$ (GT)

nên ta có $\widehat{MBF} = \widehat{FAM} = 45^0$

và $\widehat{NBE} = \widehat{NCE} = 45^0$

do đó các tứ giác ABFM và BCNE là các tứ giác nội tiếp (vì đều có 2 đỉnh kề nhau cùng nhìn 2 đỉnh còn lại dưới một góc 45^0).



Mặt khác, vì tứ giác ABFM nội tiếp nên $\widehat{BFM} + \widehat{BAM} = 180^0$, mà $\widehat{BAM} = 90^0$

=> $\widehat{BFM} = 90^0$ => $\widehat{MFN} = 90^0$ (1)

Chứng minh tương tự, ta có $\widehat{NEM} = 90^0$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra tứ giác MEFN nội tiếp được đường tròn (đường kính MN).

Vậy các tứ giác ABFM, BCNE, MEFN nội tiếp.

b) Tính độ dài đoạn BI theo a

Lấy G trên tia đối của tia AD sao cho AG = CN (như hình vẽ)

Kết hợp ABCD là hình vuông ta suy ra $\Delta ABG = \Delta CBN$ (c.g.c)

=> $\widehat{GBA} = \widehat{CBN}$.(3) và GB = NB (4)

Lại có $\widehat{MBN} = 45^0$ => $\widehat{ABM} + \widehat{CBN} = 45^0$ (5).

Kết hợp (3), (5) => $\widehat{GBM} = \widehat{ABM} + \widehat{GBA} = 45^0 = \widehat{MBN}$, lại kết hợp với (4) và BM là cạnh chung => $\Delta MBG = \Delta MBN$ (c.g.c)

Mặt khác theo chứng minh ở phần a, ta có NE và MF là hai đường cao của ΔMBN, suy ra BI cũng là đường cao của ΔMBN => BA = BI (hai đường cao tương ứng của hai tam giác bằng nhau).

Vậy BI = BA = a.

c) Tìm vị trí của M và N để diện tích tam giác MDN lớn nhất

Do $\Delta MBG = \Delta MBN$ (theo chứng minh ở phần b) => MG = MN

Do đó MD + DN + MN = MD + DN + MG = MD + DN + (GA + AM)

= MD + DN + CN + AM (vì GA = CN)

= (MD + AM) + (DN + NC) = 2a (không đổi)

Áp dụng định lý Pi-ta-go cho ΔMDN (vuông tại D), ta có $MN^2 = DN^2 + DM^2$

Mặt khác dễ dàng chứng minh được: $DN^2 + DM^2 \geq \frac{(DM+DN)^2}{2}$ (vì tương đương với $(DM - DN)^2 \geq 0$ luôn đúng).

Suy ra $MN \geq \sqrt{\frac{(DM+DN)^2}{2}} = \frac{DM+DN}{\sqrt{2}}$

=> 2a = MD + DN + MN $\geq MD + DN + \frac{MD+DN}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}}\left(MD+DN\right)$

Lại áp dụng bất đẳng thức Cô-si, ta có:

$2a = MD + DN + MN \geq \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}}(MD+DN) \geq \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}} \cdot 2\sqrt{MD.DN} = (2+\sqrt{2}).\sqrt{MD.DN}$

=> $DM.DN \leq \left(\frac{2a}{2+\sqrt{2}}\right)^2 = 2(\sqrt{2}-1)^2.a^2$

=> $S_{\Delta MDN} = \frac{1}{2}DM.DN \leq (\sqrt{2}-1)^2.a^2$,

dấu "=" xảy ra <=> $\begin{cases} DM = DN \\ MN = \frac{DM+DN}{\sqrt{2}} \\ DM + DN + MN = 2a \end{cases} \Leftrightarrow DM = DN = \left(2-\sqrt{2}\right)a$.

Vậy để diện tích tam giác MDN lớn nhất thì M, N lần lượt trên cạnh AD, CD sao cho $DM = DN = \left(2-\sqrt{2}\right)a$.

3. ĐỀ ĐÀ NẴNG

Bài 5 (3,5 điểm)

Cho ΔABC nội tiếp đường tròn (O; R) có BC = 2R và AB < AC. Đường thẳng xy là tiếp tuyến của (O) tại A. Tiếp tuyến tại B và C của đường tròn lần lượt cắt đường thẳng xy tại D và E. Gọi F là trung điểm của DE.

a) Chứng minh rằng ADBO là tứ giác nội tiếp.

b) Gọi M là giao điểm thứ hai của FC và (O; R). Chứng minh $\widehat{CED} = 2\widehat{AMB}$

c) Tính tích MC.BF theo R.

ĐỀ KHÁNH HÒA

Bài 4: (4,00 điểm)

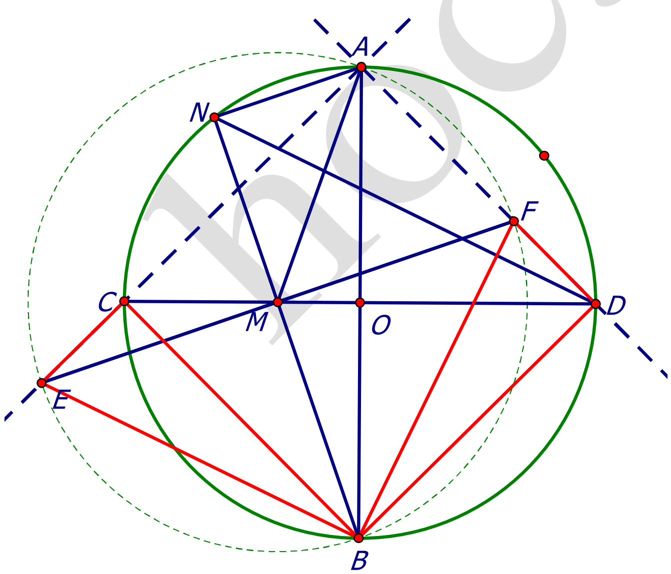
Cho đường tròn (O; 3cm) có hai đường kính AB và CD vuông góc với nhau. Gọi M là điểm tùy ý thuộc đoạn OC (M khác O và C). Tia BM cắt cắt đường tròn (O) tại N.

1) Chứng minh AOMN là một tứ giác nội tiếp.

2) Chứng minh ND là phân giác của $\widehat{ANB}$.

3) Tính: $\sqrt{BM.BN}$

4) Gọi E và F lần lượt là hai điểm thuộc các đường thẳng AC và AD sao cho M là trung điểm của EF. Nếu cách xác định các điểm E, F và chứng minh rằng tổng (AE + AF) không phụ thuộc vào vị trí của điểm M.



HD: Bài 4: (4,00 điểm)

1) Chứng minh AOMN là một tứ giác nội tiếp.

Ta có : $\widehat{ANB} = 90^0$ (góc nội tiếp chắn nửa (O))

$\widehat{AOM} = 90^0$ (vì AB $\perp$CD tạo O)

Suy ra: $\widehat{ANB} + \widehat{AOM} = 180^0$

$\Rightarrow$ tứ giác AOMN nội tiếp.

2) Chứng minh : ND là phân giác của $\widehat{ANB}$.

Ta có : AB, CD là đường kính của (O).

AB $\perp$ CD (gt) $\Rightarrow \widehat{AD} = \widehat{BD} \Rightarrow \widehat{AND} = \widehat{BND} \Rightarrow$ ND là phân giác của góc ANB.

3) Tính: $\sqrt{BM.BN}$ Do ΔBOM # ΔBNA (gg)

$\Rightarrow \frac{BO}{BN} = \frac{BM}{BA} \Rightarrow$ BM.BN = BO.BA=3.6=18 $\Rightarrow \sqrt{BN.BM} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$ cm

4) Ta có: Δ EAF vuông tại A ($\widehat{CAD} = 90^0$, E $\in$AC, F$\in$ AD) có M là trung điểm của EF $\Rightarrow$ MA = ME = MF $\Rightarrow$ M là tâm của đường tròn qua M có bán kính MA $\Rightarrow$ Điểm E, F là giao điểm của đường tròn (M; MA) với AC và AD.

Ta có: AM = BM (vì M nằm trên CD là trung trực của AB)

$\Rightarrow$ MA = MB = ME = MF$\Rightarrow$ tứ giác AEBF nội tiếp $\Rightarrow \widehat{BFD} = \widehat{AEB}$

Ta lại có: $\widehat{BDF} = \widehat{BCE} = 90^0$,

suy ra: $\widehat{DBF} = \widehat{CBE}$

Xét tam giác BDF và tam giác BCE, ta có: BC = BD ; $\widehat{DBF} = \widehat{CBE}$; $\widehat{BDF} = \widehat{BCE}$ = 90^0 nên ΔBDF = ΔBCE(gcg) $\Rightarrow$DF = CE

Vậy : AE + AF = (AC + CE) + AF=AC+(CE+AF) = AC + (DF+AF) = AC+ AD=2AD

Mà ΔOAD vuông cân tại O nên AD = $\sqrt{OA^2 + OD^2} = \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2}$

$\Rightarrow$ AE + AF = $3\sqrt{2}$.

Vậy tổng AE + AF không phụ thuộc vào vị trí điểm M.

4. ĐỀ QUÃNG NGÃI

Bài 4: (3,5 điểm)

Cho đường tròn tâm O đường kính AB = 2R và C là một điểm nằm trên đường tròn sao cho CA > CB. Gọi I là trung điểm của OA. Vẽ đường thẳng d vuông góc với AB tại I, cắt tia BC tại M và cắt đoạn AC tại P; AM cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai K.

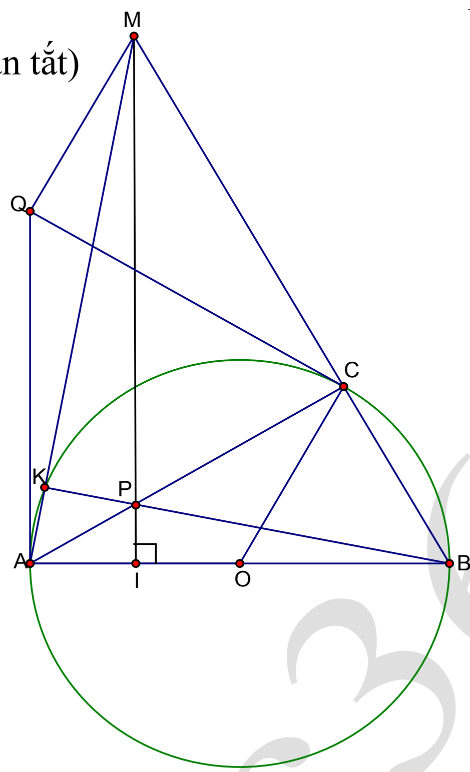
1/ Chứng minh tứ giác BCPI nội tiếp được trong một đường tròn.

2/ Chứng minh ba điểm B, P, K thẳng hàng.

3/ Các tiếp tuyến tại A và C của đường tròn (O) cắt nhau tại Q. Tính diện tích của tứ giác QAIM theo R khi BC = R.

HD :

(giải vắn tắt)



GT	Đường tròn (O) đường kính AB = 2R IA = IO; $IM \perp AB$ QA, QC là tiếp tuyến của (O)
KL	a) Tứ giác BCPI nội tiếp. b) Ba điểm B, P, K thẳng hàng. c) Tính S_{QAIM} theo R

a) Tứ giác BCPI nội tiếp (hs tự cm).

b) Dễ thấy MI và AC là hai đường cao của $\Delta MAB \Rightarrow P$ là trực tâm của $\Delta MAB \Rightarrow BP$ là đường cao thứ ba $\Rightarrow BP \perp MA\,(1)$.

Mặt khác $\widehat{AKB} = 90^0$ (góc nội tiếp chắn nữa đường tròn) $\Rightarrow BK \perp MA\,(2)$.

Từ (1) và (2) suy ra ba điểm B, P, Q thẳng hàng.

c) $AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = \sqrt{4R^2 - R^2} = R\sqrt{3}$

Khi BC = R dễ thấy tam giác OBC là tam giác đều suy ra $\widehat{CBA} = 60^0$

Mà $\widehat{QAC} = \widehat{CBA}$ (góc tạo bởi tia tiếp tuyến và góc nội tiếp cùng chắn $\overset{\frown}{AC}$) do đó $\widehat{QAC} = 60^0$.

Dễ thấy tam giác QAC cân tại Q (QA = QC) có $\widehat{QAC} = 60^0$ nên là tam giác đều $\Rightarrow AQ = AC = R\sqrt{3}$.

Dễ thấy $AI = \frac{R}{2}; IB = \frac{3R}{2}$

Trong tam giác vuông $IBM\left(\hat{I} = 90^0\right)$ ta có $IM = IB.\tan B = IB.\tan 60^0 = \frac{3R}{2}\cdot\sqrt{3} = \frac{3\sqrt{3}R}{2}$.

Ta chứng minh được tứ giác QAIM là hình thang vuông $\left(AQ//IM; \hat{I} = 90^0\right)$.

Do đó $S_{QAIM} = \frac{1}{2}(AQ + IM)AI = \frac{1}{2}\left(R\sqrt{3} + \frac{3\sqrt{3}R}{2}\right).\frac{R}{2} = \frac{R}{4}\cdot\frac{5R\sqrt{3}}{2} = \frac{5\sqrt{3}R^2}{8}$ (đvdt).

5 . CHUYÊN KIÊN GIANG

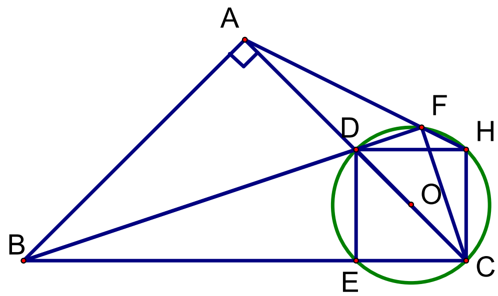
Bài 4: (4,0 điểm)

Cho tam giác ABC vuông cân tại A, D là trung điểm của AC, vẽ đường tròn (O) đường kính CD cắt BC tại E, BD cắt đường tròn (O) tại F.

a) Chứng minh rằng ABCF là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh rằng $\widehat{AFB} = \widehat{ACB}$ và tam giác DEC vuông cân.

c) Kéo dài AF cắt đường tròn (O) tại H. Chứng minh rằng CEDH là hình vuông.



HD: (hình vẽ: 0,5 điểm, vẽ hình cho câu a)
$\widehat{BAC} = 1v$ (giả thiết)
$\widehat{CFD} = 1v$ (góc chắn nửa đường tròn)
Tứ giác ABCF nội tiếp do A và F cùng nhìn đoạn BC góc bằng nhau 90^0.
Xét đường tròn ngoại tiếp tứ giác ABCF $\widehat{AFB}$ là góc nội tiếp chắn cung $\overset{\frown}{AB}$
$\widehat{ACB}$ là góc nội tiếp chắn cung $\overset{\frown}{AB}$ Vậy $\widehat{AFB} = \widehat{ACB}$.
Ta có $\widehat{DEC} = 90^0$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)
$\widehat{DCE} = 45^0$ (tam giác ABC vuông cân) Vậy tam giác DEC vuông cân
$sđ\widehat{AFD} = \frac{1}{2}(sđ\overset{\frown}{DF} + sđ\overset{\frown}{FH}) = \frac{1}{2}sđ\overset{\frown}{DH}$
$sđ\,\widehat{DCH} = \frac{1}{2}sđ\,\overset{\frown}{DH}$(góc nội tiếp)
$\widehat{AFB} = \widehat{ACB}$ Vậy $\widehat{DCH} = \widehat{ACB} = 45^0$
Ta lại có tam giác DHC vuông nên hai tam giác DEC và DCH đều vuông cân Tứ giác CEDH là hình vuông.

6. CHUYÊN LAM SƠN THANH HÓA (ĐỀ CHUNG)

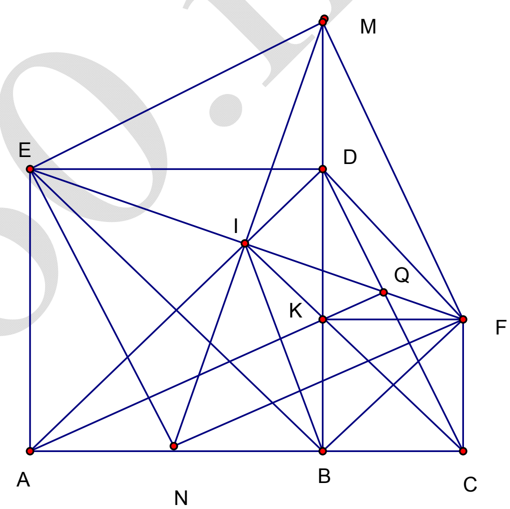
Câu 4(3 điểm) : Cho 3 điểm A, B, C phân biệt, thẳng hàng và theo thứ tự đó sao cho AB khác BC. Trong cùng 1 nửa mặt phẳng bờ AC dựng hình vuông ABDE, BCFK. Gọi I là trung điểm EF, đường thẳng qua I vuông góc với EF cắt BD và AB tại M và N. CMR:

a/ Tứ giác AEIN và EMDI nội tiếp

b/ 3 điểm A, I, D thẳng hàng và B, N, E, M, F cùng thuộc 1 đường tròn.

c/ 3 đường thẳng AK, EF và CD đồng quy

HD



a/ Tứ giác AEIN và EMDI nội tiếp

ABCD là hình vuông => $\widehat{EAN} = 90^0$ (1)

MN⊥EF => $\widehat{EIN} = 90^0$ (2)

Từ (1) và (2) => $\widehat{EAN} + \widehat{EAN} = 180^0$

=> Tứ giác AEIN nội tiếp.

ABCD là hình vuông => $\widehat{EDM} = 90^0$ (3)

MN⊥EF => $\widehat{EIM} = 90^0$ (2)

Từ (3) và (4) => $\widehat{EDM} = \widehat{EIM} = 90^0$ => Tứ giác EMDI nội tiếp đường tròn đường kính EM

b/ 3 điểm A, I, D thẳng hàng và B, N, E cùng thuộc 1 đường tròn.

*) CM : 3 điểm A, I, D thẳng hàng

AB = AE => A thuộc đường trung trực của EB (5)

DB = DE => D thuộc đường trung trực của EB (6)

ΔDIE và ΔDIB có DE = DB(gt); $\widehat{IDE} = \widehat{IDB} = 45^0$ (gt) ; DI chung

=> ΔDIE = ΔDIB (c.g.c) => IE = IB => I thuộc đường trung trực của EB (7)

Từ 5,6,7 => A, I, D thuộc đường trung trực của EB nên 3 điểm A, I, D thẳng hàng

*) CM : B, N, E cùng thuộc 1 đường tròn.

Tứ giác AEIN nội tiếp (CM trên) => $\widehat{INE} = \widehat{IAE} = 45^0$ (8)

Tứ giác EMDF nội tiếp (CM trên) => $\widehat{IME} = \widehat{IDE} = 45^0$ (9)

Từ 8, 9 =>ΔEMN vuông cân tại E , có EI là đường cao => Đồng thời là đường trung tuyến => IE = IN (10)

Từ 7,10 => IE = IB = IN => B, N, E cùng thuộc 1 đường tròn (I)

c/ 3 đường thẳng AK, EF và CD đồng quy

ΔADC có DB⊥AC; (11)

CK ⊥ BF mà $\widehat{CBF} = \widehat{CAD} = 45^0$ => BF//AD => CK ⊥ AD (12)

Từ 11,12 => K là trực tâm tam giác ADC

=> AK ⊥ DC tại Q ta chứng minh Q thuộc EF.

Tứ giác AEDQ nội tiếp (Vì : $\widehat{AED} + \widehat{AQD} = 90^0 + 90^0 = 180^0$)

=> $\widehat{DEQ} = \widehat{DAQ}$ (13)

Ta có KC//BE mà KC đi qua trung điểm của BF => đi qua trung điểm I của EF

=> C, K, I thẳng hàng => KI⊥AD

=> Tứ giác ABKI nội tiếp => $\widehat{DAQ} = \widehat{IBD}$ (14)

ΔDIE = ΔDIB => $\widehat{DEI} = \widehat{DBI}$ (15)

Từ 13,14,15 => $\widehat{DEI} = \widehat{DEQ}$ => Q thuộc EI

Hay E, Q F thẳng hàng tức là AK ; CD; EF đồng quy

7. VÒNG 1 – CHUYÊN SP

Câu 4 (3 điểm): Cho tam giác ABC không cân có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (O) Các đường cao $AA_1;BB_1;CC_1$ của tam giác ABC cắt nhau tại H.Các đường thẳng A_1C_1 và AC cắt nhau tại điểm D, gọi X là giao điểm thức hai của đường thẳng BD với đường tròn (O)

1.Chứng minh rằng $DX.DB=DC_1.DA_1$

2.Gọi M là trung điểm cạnh AC .Chứng minh $DH \perp BM$

HD:

Bài 4:

1) Dễ đang chứng minh tứ giác AC_1A_1C nội tiếp suy ra $DA.DC = DC_1.DA_1$

tứ giác DXBC nội tiếp nên AD.DC= DX. DB

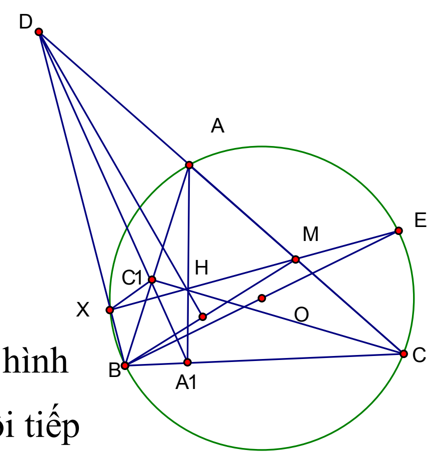
Vậy $DX.DB = DC_1.DA_1$

2) Vì : $DX.DB = DC_1.DA_1$ nên tứ giác $A_1BX\,C_1$ nội tiếp suy ra

$BXC_1 + BA_1C_1 = 180^0$

do tứ giác $BA_1\,HC_1$ nội tiếp $BA_1C_1 = BHC_1$

nên tứ giác $BXC_1\,H$ nội tiếp suy ra $BXH = 90^0$



vậy $HX \perp BD$ (1)

kẻ đường kính BE dễ dàng chừng minh tứ giác AEHC là hình bình hành từ đó suy ra HME thẳng hàngtứ giác BCEX nội tiếp nên $BXE = 90^0$

vậy $EX \perp BD$ (2) từ (1) và (2) suy ra X,H,M,E thẳng hàng

vậy $MX \perp BD$ lại có $BH \perp DM$ nên H là trực tâm tam giác DBM suy ra $DH \perp BM$

8. ĐỀ HÀ NAM

Câu 4 (4 điểm) Cho đường tròn tâm O, đường kính AB. Lấy C thuộc (O) (C không trùng với A, B), M là điểm chính giữa của cung nhỏ AC. Các đường thẳng AM và BC cắt nhau tại I, các đường thẳng AC, BM cắt nhau tại K.

a) Chứng minh $\widehat{ABM} = \widehat{IBM}$ và ΔABI cân.

b) Chứng minh tứ giác MICK nội tiếp.

c) Đường thẳng BM cắt tiếp tuyến tại A của (O) ở N. Chứng minh đường thẳng NI là tiếp tuyến của (B, BA) và NI ⊥ MO

d) Đường tròn ngoại tiếp ΔBIK cắt đường tròn (B, BA) tại D (D không trùng với I). Chứng minh A, C, D thẳng hàng.

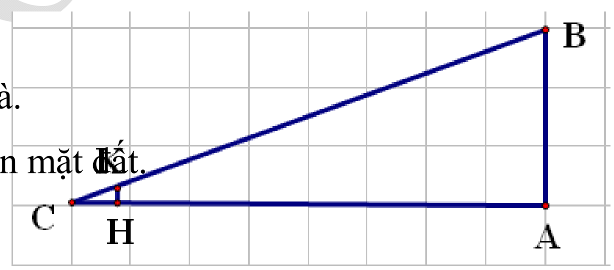
9. ĐỀ ĐỒNG THÁP

Câu 5: (1,5 điểm) Một toà nhà có bóng in trên mặt đất dài 16 mét, cùng thời điểm đó một chiếc cọc (được cắm thẳng đứng trên mặt đất) cao 1 mét có bóng in trên mặt đất dài 1,6 mét.

a) Tính góc tạo bởi tia nắng mặt trời với mặt đất (đơn vị đo góc được làm tròn đến độ).

b) Tính chiều cao toà nhà (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

Giải:



Như hình vẽ: AB là chiều cao của toà nhà.

AC= 16m là bóng của toà nhà in trên mặt đất.

HK= 1m là chiều cao của cọc.

HC=1,6 m là bóng của cọc in trên mặt đất.

Tam giác CHK vuông tại H, có: $\tan C = \frac{HK}{CH} = \frac{1}{1,6} = 0,625 \Leftrightarrow \widehat{C} \approx 32^0$

Tam giác ABC vuông tại A, có $AB = AC.\tan C = 16.0,625 = 10$ m.

Câu 6: (2,5 điểm).

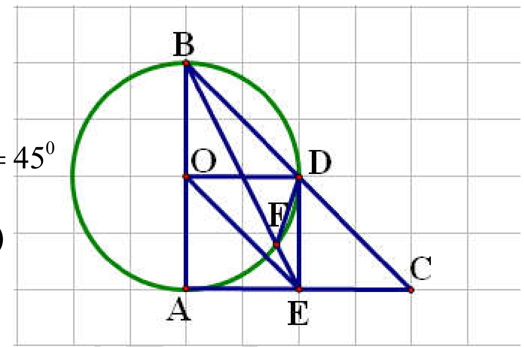
Cho tam giác ABC vuông cân tại A. Đường tròn tâm O đường kính AB cắt cạnh BC tại D.

a) Tính số đo cung nhỏ AD.

b) Tiếp tuyến tại D của đường tròn (O) cắt AC tại E. Tứ giác AODE là hình gì? Giải thích vì sao.

c) Chứng minh OE// BC.

d) Gọi F là giao điểm của BE với đường tròn (O). Chứng minh CDFE là tứ giác nội tiếp.



Giải:

a) Tam giác ABC vuông cân tại A, nên $\widehat{ABD} = 45^0$

Mà $\widehat{ABD} = \frac{1}{2}$ sđ $\overset{\frown}{AD}$ (tính chất góc nội tiếp)

$\Leftrightarrow$ sđ $\overset{\frown}{AD} = 2.\widehat{ABD} = 2.45^0 = 90^0$

b) Tứ giác AODE là hình vuông.

Vì: $\widehat{OAE} = 90^0$ (gt)

$\widehat{ODE} = 90^0$ (do DE là tiếp tuyến)

$\widehat{AOD} = 90^0$ (do tam giác OBD cũng vuông cân)

và OA= OD (bán kính của (O))

c)Ta có: $\widehat{OBD} = 45^0$ và $\widehat{BOE} = 90^0 + 45^0 = 135^0$

Do đó: $\widehat{OBD} + \widehat{BOE} = 45^0 + 135^0 = 180^0$, ở vị trí trong cùng phía.

Vậy OE// BC

d)Xét tứ giác CDFE có $\widehat{BFD}$ là góc ngoài tại đỉnh F,

$\widehat{BFD} = \frac{1}{2}\widehat{BOD} = \frac{1}{2}.90^0$ (cùng chắn cung BD)

Tam giác ABC vuông cân tại A, nên $\widehat{DCE} = 45^0$.

Suy ra: $\widehat{BFD} = \widehat{DCE} = 45^0$ (góc ngoài tại đỉnh F của tứ giác bằng với góc C). Vậy tứ giác CDFE là tứ giác nội tiếp.

10. ĐỀ NAM ĐỊNH

Câu 4. (3,0 điểm) Cho đường tròn (O) đường kính AB. Trên tia đối của tia BA lấy điểm C (C không trùng với B). Kẻ tiếp tuyến CD với đường tròn (O) (D là tiếp điểm), tiếp tuyến tại A của đường tròn (O) cắt đường thẳng CD tại E. Gọi H là giao điểm của AD và OE, K là giao điểm của BE với đường tòn (O) ($K \neq B$).

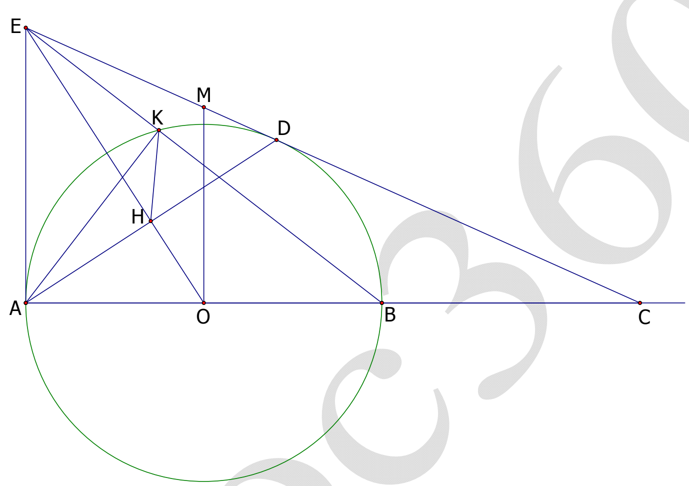
1) Chứng minh $AE^2 = EK . EB$.

2) Chứng minh 4 điểm B, O, H, K cùng thuộc một đường tròn.

3) Đường thẳng vuông góc với AB tại O cắt CE tại M. Chứng minh $\frac{AE}{EM} - \frac{EM}{CM} = 1$

.

HD



1) Chứng minh $AE^2 = EK . EB$.

+ Chỉ ra tam giác AEB vuông tại A.

+ Chi ra góc AKB = 90^0 suy ra AK là đường cao của tam giác vuông AEB.

+ Áp dụng hệ thức về cạnh và đường cao trong tam giác vuông AEB ta có $AE^2 = EK . EB$

2) Chứng minh 4 điểm B, O, H, K cùng thuộc một đường tròn.

+ Chỉ ra tứ giác AHKE nội tiếp suy ra góc EHK = góc EAK

+ Chỉ ra góc EAK = góc EBA + Suy ra tứ giác BOHK nội tiếp suy ra 4 điểm B, O, H, K cùng thuộc một đường tròn
3) Đường thẳng vuông góc với AB tại O cắt CE tại M. Chứng minh $\frac{AE}{EM}-\frac{EM}{CM}=1$. + Chỉ ra tam giác OEM cân tại E suy ra ME = MO. + Chỉ ra OM // AE, áp dụng định lý ta – lét trong tam giác CEA ta có $\frac{CE}{CM}=\frac{AE}{OM}$ + Ta có $\frac{CE}{CM}=\frac{AE}{OM}\Rightarrow\frac{CE-CM}{CM}=\frac{AE-OM}{OM}\Rightarrow\frac{EM}{CM}=\frac{AE}{OM}-1\Rightarrow\frac{AE}{OM}-\frac{EM}{CM}=1$ Mà ME = MO nên suy ra $\frac{AE}{EM}-\frac{EM}{CM}=1$ (đpcm)

11. ĐỀ LẠNG SƠN

Câu 4 (4 điểm) Cho đường tròn (O) và điểm M nằm ngoài đường tròn đó. Qua điểm M kẻ tiếp tuyến MA và cát tuyến MBC (B nằm giữa M và C). Gọi E là trung điểm của dây BC.

a. Chứng minh: MAOE là tứ giác nội tiếp;

b. MO cắt đường tròn tại I (I nằm giữa M và O). Tính $\angle AMI + 2.\angle MAI$;

c. Tia phân giác goc BAC cắt dây BC tại D. Chứng minh: $MD^2 = MB.MC$.

HD

<table>
<tr>
<td>

a. Do E là trung điểm của dây cung BC nên OEM = 90^0(Quan hệ giữa đường kính và dây cung) Do MA là tiếp tuyến nên

OAM = 90^0, tứ giác MAOE có

OEM+OAM=180^0 nên nội tiếp đường tròn

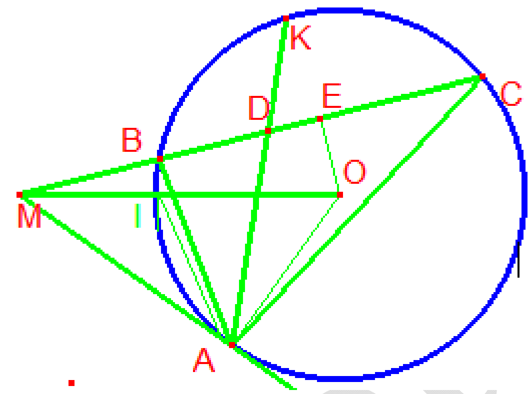
b. Ta có : 2.MAI = AOI

(cùng chắn cung AI)

Mà AOI + AMO = 90^0 (Do tam giác MAO vuông tại A)

=> AMI + 2.MAI = 90^0

</td>
<td>



</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">

c. Do $\Delta MAB \sim \Delta MCA$ (g.g) nên $MA^2 = MB.MC$

</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">

Gọi K giao điểm của phân giác AD với đường tròn (O)

</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">

Có MDA = (Sđ KC +Sđ BA) : 2

= (Sđ KB +Sđ BA) : 2 = Sđ KA : 2

(Vì AD là phân giác góc BAC nên cung KB = cung KC)

Mặt khác: MAD = Sđ KA : 2 (Góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung)

nên ΔMAD cân : MA = MD Vậy $MD^2 = MB.MC$

</td>
</tr>
</table>

12. CHUYÊN KHÁNH HÒA

Bài 4. (3,00 điểm) Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn tâm O đường kính AD. Gọi E là hình chiếu vuông góc của B trên AD, H là hình chiếu vuông góc của A trên BC và M là trung điểm của BC.

1) Chứng minh ΔHME đồng dạng với ΔAOB.

2) Từ C vẽ CF vuông góc với AD $(F \in AD)$. Chứng minh M là tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác EFH.

3) Gọi N, P lần lượt là trung điểm của AC, AB. Chứng minh $AM + BN + CP > 2AD$.

Bài 5. (1,00 điểm)

Trên một mặt phẳng cho trước, giả sử rằng mỗi điểm đều được tô màu đỏ hoặc màu xanh. Chứng minh rằng tồn tại một tam giác vuông cân có 3 đỉnh cùng màu.

HD :

Bài 4.3

Gọi N, P lần lượt là trung điểm của AC, AB. Chứng minh $AM + BN + CP > 2AD$.

Hướng dẫn :

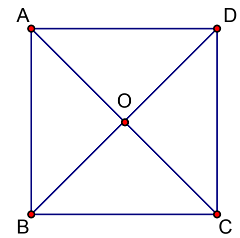
Gọi G là trọng tâm ΔABC. Khi đó O thuộc 1 trong 3 miền tam giác : ΔGAB, ΔGBC, ΔGCA. Không mất tổng quát, giả sử O thuộc miền ΔGAC (kể cả biên)

+ C/m được : $GA + GC \geq OA + OC = AD \Rightarrow \frac{2}{3}AM + \frac{2}{3}CP \geq AD \Leftrightarrow AM + CP \geq \frac{3}{2}AD$

+ Vì $BN > BO = \frac{1}{2}AD \Rightarrow AM + BN + CP > 2AD$.

Bài 5

Trên một mặt phẳng cho trước, giả sử rằng mỗi điểm đều được tô màu đỏ hoặc màu xanh. Chứng minh rằng tồn tại một tam giác vuông cân có 3 đỉnh cùng màu.



Hướng dẫn :

1/ *Chỉ có 1 điểm màu đỏ hoặc màu xanh* khi đó luôn tìm được 3 đỉnh còn lại của hình vuông cùng màu → bài toán luôn xảy ra.

2/ *Có 2 điểm phân biệt cùng màu đỏ hoặc cùng màu xanh.*

Giả sử A, B là 2 điểm phân biệt cùng màu đỏ. Ta vẽ một hình vuông ABCD tâm O.

+ Nếu C màu đỏ thì ΔABC vuông cân có 3 đỉnh cùng màu. Tương tự đối với D.

+ Nếu C, D cùng màu xanh. Khi đó, nếu O màu đỏ thì ΔOAB vuông cân có 3 đỉnh cùng màu đỏ. Còn nếu O màu xanh thì ΔOCD vuông cân có 3 đỉnh cùng màu xanh.

Tóm lại trong tất cả các trường hợp, ta đều tìm được một tam giác vuông cân có 3 đỉnh cùng màu.

13. ĐỀ BÌNH DƯƠNG

Bài 5. (2 điểm) Cho đường tròn (O) đường kính AB, trên tia OA lấy điểm C sao cho AC = AO. Từ C kẻ tiếp tuyến CD với (O) (D là tiếp điểm)

1/ Chứng minh tam giác ADO là tam giác đều

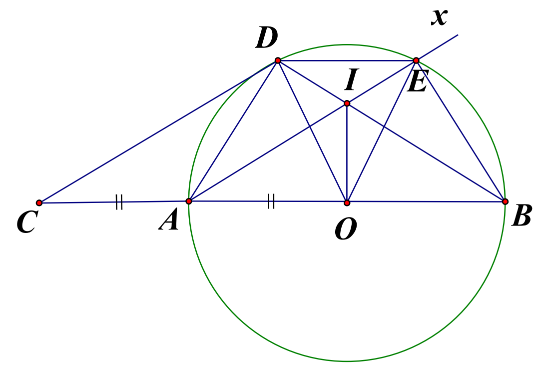
2/ Kẻ tia Ax song song với CD, cắt DB tại I và cắt đường tròn (O) tại E. Chứng minh tam giác AIB là tam giác cân.

3/ Chứng minh tứ giác ADIO là tứ giác nội tiếp

4/ Chứng minh $OE \perp DB$

HD

Bài 4. (2 điểm)



1/ Ta có CD là tiếp tuyến của (O) (gt)

→CD ⊥ OD →∆DOC vuông tại D

mà AC = AO (gt)

→DA là đường trung tuyến của ∆DOC

→DA = $\frac{1}{2}$OC (t/c đường trung tuyến ứng với cạnh huyền của tam giác vuông)

→DA = OA = OD

→∆ADO là tam giác đều

2/ **Cách 1:** Ta có DA = $\frac{1}{2}$OC (chứng minh trên)

AC = AD→ ∆ADC cân tại A→ DCA = CDA

mà DCA = xAB (đồng vị của Ax // CD) và CDA = ABD (cùng chắn cung AD)

xAB = ABD hay IAB = ABI→ ∆AIB cân tại I

Cách 2: Ta có Ax // CD (gt) và CD ⊥ OD (Chứng minh trên) →Ax ⊥ OD

→Ax là đường cao của ∆ADO

→Ax đồng thời là đường phân giác của ∆ADO →DAx = BAx

mà DAx = CDA (So le trong của Ax //CD) và CDA = ABD (cùng chắn cung AD)

→ BAx = ABD hay IAB = ABI → ∆AIB cân tại I

3/ Ta có ∆AIB cân tại I (chứng minh trên) và OA = OB (bán kính)

IO là đường trung tuyến và đồng thời là đường cao của ∆AIB→ IO ⊥ AB

→ IOA = 90^0

Ta có ADB = 90^0 (Góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) hay ADI = 90^0

IOA + ADI = $90^0 + 90^0 = 180^0$→ Tứ giác ADIO nội tiếp

4/ Ta có Ax là đường phân giác của ∆ADO (chứng minh trên)

DAx = BAx→ sđcungDE = sđcungBE→ cungDE = cungBE

→ DE = BE mà OD = OB (bán kính)→ OE là đường trung trực của BE