

Ngày dạy:

CĂN BẬC HAI. CĂN THỨC BẬC HAI VÀ HẰNG ĐẲNG THỨC $\sqrt{A^2} = |A|$

A./ Kiến thức cơ bản:

1. Căn bậc hai

- Định nghĩa: Căn bậc hai của số thực a là số x sao cho $x^2 = a$

- Chú ý:

+ Mỗi số thực $a > 0$, có đúng 2 căn bậc hai là 2 số đối nhau: số dương: \sqrt{a} , số âm: $-\sqrt{a}$

+ Số 0 có căn bậc hai là chính nó: $\sqrt{0} = 0$

+ Số thực $a < 0$ không có căn bậc hai (tức \sqrt{a} không có nghĩa khi $a < 0$)

2. Căn bậc hai số học

- Định nghĩa: Với $a \geq 0$ thì số $x = \sqrt{a}$ được gọi là căn bậc hai số học của a. Số 0 cũng được gọi là căn bậc hai số học của 0

- Chú ý: Việc tìm căn bậc hai số học của 1 số không âm được gọi là phép khai phương

- Định lý: Với a, b > 0, ta có:

+ Nếu $a < b \Rightarrow \sqrt{a} < \sqrt{b}$

+ Nếu $\sqrt{a} < \sqrt{b} \Rightarrow a < b$

3. Căn thức bậc hai

- Cho A là 1 biểu thức thì biểu thức \sqrt{A} được gọi là căn thức bậc hai của A ; A được gọi là biểu thức lấy căn hay biểu thức dưới dấu căn

- \sqrt{A} có nghĩa (hay xác định hay tồn tại) $\Leftrightarrow A \geq 0$

4. Hằng đẳng thức $\sqrt{A^2} = |A|$

- Định lý : Với mọi số thực a, ta có : $\sqrt{a^2} = |a|$

- Tổng quát : Với A là biểu thức, ta có : $\sqrt{A^2} = |A| = \begin{cases} A \text{ nếu } A \geq 0 \\ -A \text{ nếu } A < 0 \end{cases}$

B./ Bài tập áp dụng

Dạng 1 : Tìm căn bậc hai, căn bậc hai số học

* Phương pháp :

- Viết số đã cho dưới dạng bình phương của một số

- Tìm căn bậc hai số học của số đã cho

- Xác định căn bậc hai của số đã cho

Bài 1 : Tìm căn bậc hai của các số sau : 121 ; 144 ; 324 ; $\frac{1}{64}$; $3 - 2\sqrt{2}$

LG

+ Ta có CBHSH của 121 là : $\sqrt{121} = \sqrt{11^2} = 11$ nên CBH của 121 là 11 và -11

+ CBHSH của 144 là : $\sqrt{144} = \sqrt{12^2} = 12$ nên CBH của 144 là 12 và -12

+ CBHSH của 324 là : $\sqrt{324} = \sqrt{18^2} = 18$ nên CBH của 324 là 18 và -18

+ CBHSH của $\frac{1}{64}$ là : $\sqrt{\frac{1}{64}} = \sqrt{\left(\frac{1}{8}\right)^2} = \frac{1}{8}$ nên CBH của $\frac{1}{64}$ là $\frac{1}{8}$ và $-\frac{1}{8}$

+ Ta có : $3 - 2\sqrt{2} = 2 - 2\sqrt{2} + 1 = (\sqrt{2} - 1)^2 = \sqrt{2} - 1$ (vì $\sqrt{2} - 1 > 0$) nên CBH của $3 - 2\sqrt{2}$ là $\sqrt{2} - 1$ và $-\sqrt{2} + 1$

Dạng 2 : So sánh các căn bậc hai số học

Dạng 4 : Rút gọn biểu thức

Bài 4: Rút gọn các biểu thức sau:

a) $A = \sqrt{4+2\sqrt{3}} + \sqrt{4-2\sqrt{3}}$

c) $C = \sqrt{9x^2 - 2x} (x < 0)$

b) $B = \sqrt{6+2\sqrt{5}} + \sqrt{6-2\sqrt{5}}$

d) $D = x - 4 + \sqrt{16 - 8x + x^2} (x > 4)$

LG

a) Cách 1 : $A = \sqrt{(\sqrt{3}+1)^2} + \sqrt{(\sqrt{3}-1)^2} = \sqrt{3}+1+\sqrt{3}-1 = 2\sqrt{3}$

Cách 2 : $A^2 = 4+2\sqrt{3}+4-2\sqrt{3}+2\sqrt{(4-2\sqrt{3})(4+2\sqrt{3})} = 8+2\sqrt{16-12} = 8+2.2 = 12$
 $\Rightarrow A = 2\sqrt{3}$

b) $B = \sqrt{(\sqrt{5}+1)^2} + \sqrt{(\sqrt{5}-1)^2} = \sqrt{5}+1+\sqrt{5}-1 = 2\sqrt{5}$

c) $C = \sqrt{(3x)^2 - 2x} = |3x| - 2x = -3x - 2x = -5x (vi x < 0)$

d) $D = x - 4 + \sqrt{16 - 8x + x^2} = x - 4 + \sqrt{(4-x)^2} = x - 4 + |4-x| = x - 4 + x - 4 = 2(x-4) (vi x > 4)$

Dạng 5 : Tìm Min, Max

Bài 5 : Tìm Min

a) $y = \sqrt{x^2 - 2x + 5}$

b) $y = \sqrt{\frac{x^2}{4} - \frac{x}{6} + 1}$

LG

a) Ta có : $x^2 - 2x + 5 = (x-1)^2 + 4 \geq 4 \Rightarrow \sqrt{x^2 - 2x + 5} \geq \sqrt{4} = 2$

vậy Miny = 2. dấu “ = ” xảy ra khi và chỉ khi $x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$

b) Ta có : $\frac{x^2}{4} - \frac{x}{6} + 1 = \left(\frac{x}{2} - \frac{1}{6}\right)^2 + \frac{35}{36} \geq \frac{35}{36} \Rightarrow y = \sqrt{\frac{x^2}{4} - \frac{x}{6} + 1} \geq \sqrt{\frac{35}{36}} = \frac{\sqrt{35}}{6}$

vậy Miny = $\frac{\sqrt{35}}{6}$. Dấu « = » xảy ra khi và chỉ khi $\frac{x}{2} - \frac{1}{6} = 0 \Leftrightarrow \frac{x}{2} = \frac{1}{6} \Leftrightarrow x = \frac{1}{3}$

Ngày dạy:

VẬN DỤNG CÁC HỆ THỨC VỀ CẠNH VÀ ĐƯỜNG CAO TRONG TAM GIÁC VUÔNG

A./ Kiến thức cơ bản

Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH sao cho ta có :

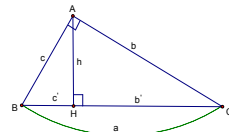
$AH = h, BC = a, AB = c, AC = b, BH = c', CH = b'$ khi đó :

1) $b^2 = a.b'$; $c^2 = a.c'$

2) $h^2 = b'.c'$ 3) $b.c = a.h$

4) $\frac{1}{h^2} = \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$

5) $a^2 = b^2 + c^2$ (Pitago)



B./ Bài tập áp dụng

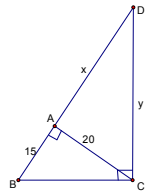
Bài 1 : Tìm x, y trong các hình vẽ sau

a)	+ ta có :
----	-----------

	$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} \text{ (Pitago)}$ $\Rightarrow BC = \sqrt{4^2 + 6^2} = \sqrt{52} \approx 7,21$ <p>+ Áp dụng định lý 1 :</p> $AB^2 = BC.BH \Rightarrow 4^2 = \sqrt{52}.x \Rightarrow x \approx 2,22$ $AC^2 = BC.CH \Rightarrow 6^2 = \sqrt{52}.y \Rightarrow y \approx 4,99$ <p>Hay $y = BC - x = 7,21 - 2,22 = 4,99$</p>
<p>b)</p>	<p>- Xét tam giác ABC vuông tại A. áp dụng định lý 1 ta có :</p> $AC^2 = BC.CH \Rightarrow 12^2 = 18.y \Rightarrow y = 8$ $\Rightarrow x = BC - y = 18 - 8 = 10$
<p>c)</p>	<p>* Cách 1 :</p> $AH^2 = BH.CH = 4.9 = 36 \Rightarrow AH = 6$ <p>Theo Pitago cho các tam giác vuông AHB; AHC ta có:</p> $x = \sqrt{BH^2 + AH^2} = \sqrt{4^2 + 6^2} = \sqrt{52}$ $y = \sqrt{CH^2 + AH^2} = \sqrt{6^2 + 9^2} = \sqrt{117}$ <p>* Cách 2: Áp dụng định lý 1 ta có:</p> $AB^2 = BC.BH = (BH + CH).BH = (4 + 9).4 = 52$ $\Rightarrow AB = \sqrt{52} \Rightarrow x = \sqrt{52}$ $AC^2 = BC.CH = (BH + CH).CH = (4 + 9).9 = 117 \Rightarrow AC = \sqrt{117} \Rightarrow y = \sqrt{117}$
<p>d)</p>	<p>Áp dụng định lý 2, ta có:</p> $AH^2 = BH.CH \Rightarrow x^2 = 3.7 = 21 \Leftrightarrow x = \sqrt{21}$ <p>Áp dụng định lý 1. ta có :</p> $AC^2 = BC.CH = (BH + CH).CH$ $\Rightarrow y^2 = (3 + 7).7 = 70 \Leftrightarrow y = \sqrt{70}$ $(y = \sqrt{x^2 + CH^2} = \sqrt{21 + 49} = \sqrt{70})$
<p>e)</p>	<p>Theo Pitago, ta có :</p> $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} \Rightarrow y = \sqrt{13^2 + 17^2} = \sqrt{458}$ <p>Áp dụng định lý 3, ta có :</p> $AB.AC = BC.AH \Rightarrow 13.17 = \sqrt{458}.x \Leftrightarrow x = \frac{221}{\sqrt{458}} \approx 10,33$
<p>g)</p>	<p>Áp dụng định lý 2, ta có : $AH^2 = BH.CH \Rightarrow 5^2 = 4.x \Leftrightarrow x = \frac{5^2}{4} = 6,25$</p> <p>Theo Pitago cho tam giác AHC vuông tại H, ta có :</p> $y = \sqrt{AH^2 + CH^2} = \sqrt{5^2 + 6,25^2} \approx 8$ <p>(DL1: $y^2 = BC.x = (4 + 6,25).6,25 \Leftrightarrow y \approx 8$)</p>

Bài 2 : Cho tam giác ABC vuông tại A, có các cạnh góc vuông $AB = 15\text{cm}$, $AC = 20\text{cm}$. Từ C kẻ đường vuông góc với cạnh huyền, đường này cắt đường thẳng AB tại D. Tính AD và CD

LG



$\triangle ABC, \widehat{C} = 90^\circ, CA \perp BD$. Theo định lý 3, ta có :

$$CA^2 = AB \cdot AD \Rightarrow 20^2 = 15 \cdot AD \Leftrightarrow AD = \frac{80}{3}$$

Theo Pitago trong tgiác ACD vuông tại A, ta có :

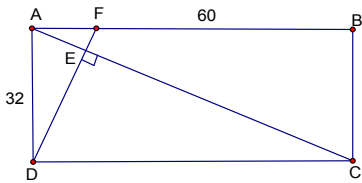
$$CD = \sqrt{AD^2 + CA^2} = \sqrt{\left(\frac{80}{3}\right)^2 + 20^2} = \frac{100}{3}$$

Bài 3: Cho hình chữ nhật ABCD có AB = 60cm, AD = 32cm. Từ D kẻ đường thẳng vuông góc với đường chéo AC, đường thẳng này cắt AC tại E và AB tại F. Tính độ dài EA, EC, ED, FB, FD

LG

Xét tam giác ADC vuông tại D, ta có: $AC = \sqrt{AD^2 + CD^2} = \sqrt{32^2 + 60^2} = 68$

Theo định lý 1: $AD^2 = AC \cdot AE \Leftrightarrow AE = \frac{AD^2}{AC} = \frac{32^2}{68} = \frac{256}{17}$



Theo định lý 1, ta có:

$$CD^2 = AC \cdot CE \Rightarrow CE = \frac{CD^2}{AC} = \frac{60^2}{68} = \frac{900}{17}$$

Theo định lý 2, ta có:

$$DE = \sqrt{AE \cdot EC} = \sqrt{\dots} = \frac{480}{17}$$

Xét tam giác DAF, theo định lý 1: $AD^2 = DF \cdot DE \Rightarrow DF = \frac{AD^2}{DE} = \dots = \frac{544}{15}$

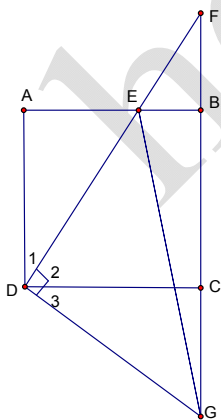
Theo Pitago: $AF = \sqrt{DF^2 - AD^2} = \dots = \frac{256}{15} \Rightarrow FB = AB - AF = 60 - \frac{256}{15} = \frac{644}{15}$

Bài 4: Cho hình vuông ABCD. Gọi E là một điểm nằm giữa A, B. Tia DE và tia CB cắt nhau ở F. Kẻ đường thẳng qua D vuông góc với DE, đường thẳng này cắt đường thẳng BC tại G. Chứng minh rằng:

a) Tam giác DEG cân

b) Tổng $\frac{1}{DE^2} + \frac{1}{DF^2}$ không đổi khi E chuyển động trên AB

LG



a) Ta có: $\widehat{D}_1 = \widehat{D}_3$ (cùng phụ với \widehat{D}_2)

xét $\triangle ADE$ và $\triangle CDG$ ta có :

$$\left. \begin{array}{l} AD = DC (gt) \\ \angle D_1 = \angle D_3 (cmt) \\ \angle A = \angle C = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ADE = \triangle CDG (g.c.g)$$

$\Rightarrow DE = DG \Rightarrow \triangle DEG$ cân tại D

b) vì $DE = DG \Rightarrow \frac{1}{DE^2} = \frac{1}{DG^2}$ ta có : $\frac{1}{DE^2} + \frac{1}{DF^2} = \frac{1}{DG^2} + \frac{1}{DF^2}$

xét tam giác DGF vuông tại D, ta có : $\frac{1}{CD^2} = \frac{1}{DG^2} + \frac{1}{DF^2}$ (đl4)

Vì $\frac{1}{CD^2}$ không đổi khi E chuyển động trên AB, suy ra tổng

$$\frac{1}{DE^2} + \frac{1}{DF^2} = \frac{1}{DG^2} + \frac{1}{DF^2} \text{ không đổi khi E thay đổi trên AB}$$

Ngày dạy:

CÁC PHÉP TÍNH VỀ CĂN BẬC HAI

A./ Kiến thức cơ bản :

1. khai phương một tích. Nhân các căn bậc hai

a) Định lý : $a; b \geq 0$, ta có: $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$

b) Quy tắc khai phương một tích : Muốn khai phương một tích các số không âm, ta có thể khai phương từng thừa số rồi nhân các kết quả với nhau ($a; b \geq 0$, ta có: $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$)

c) Quy tắc nhân các căn bậc hai : Muốn nhân các CBH của các số không âm, ta có thể nhân các số dưới dấu căn với nhau rồi khai phương kết quả đó ($a; b \geq 0$: $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$)

d) Chú ý :

- Với $A > 0$ ta có : $(\sqrt{A})^2 = \sqrt{A^2} = A$

- Nếu A, B là các biểu thức : $A; B \geq 0$ ta có: $\sqrt{A \cdot B} = \sqrt{A} \cdot \sqrt{B}$

- Mở rộng : $\sqrt{A \cdot B \cdot C} = \sqrt{A} \cdot \sqrt{B} \cdot \sqrt{C}$ ($A, B, C \geq 0$)

2. Khai phương một thương. Chia các căn bậc hai

a) Định lý : $a \geq 0, b > 0$ ta có: $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$.

b) Quy tắc khai phương một thương : Muốn khai phương một thương $\frac{a}{b}$, trong đó số a không âm và số b dương, ta có thể lần lượt khai phương số a và số b, rồi lấy kết quả thứ nhất chia cho kết quả thứ hai ($a \geq 0, b > 0$ ta có: $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$.)

c) Quy tắc chia hai CBH : Muốn chia CBH của số a không âm cho số b dương, ta có thể chia số a cho số b rồi khai phương kết quả đó ($a \geq 0, b > 0$: $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$)

d) Chú ý : Nếu A, B là biểu thức : $A \geq 0, B > 0$: $\frac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}} = \sqrt{\frac{A}{B}}$

B./ Bài tập áp dụng :

Dạng 1 : Tính

Bài 1 : Thực hiện phép tính

$$a) \sqrt{1 \frac{24}{25} \cdot 5 \frac{1}{16} \cdot 0,01} = \sqrt{\frac{49}{25} \cdot \frac{81}{16} \cdot \frac{1}{100}} = \sqrt{\left(\frac{7}{5}\right)^2 \cdot \sqrt{\left(\frac{9}{4}\right)^2} \cdot \sqrt{\left(\frac{1}{10}\right)^2}} = \frac{7}{5} \cdot \frac{9}{4} \cdot \frac{1}{10} = \frac{63}{200}$$

$$b) \sqrt{2,25 \cdot 1,46 - 2,25 \cdot 0,02} = \sqrt{2,25(1,46 - 0,02)} = \sqrt{2,25 \cdot 1,44} = \sqrt{(1,5 \cdot 1,2)^2} = 1,5 \cdot 1,2 = 1,8$$

$$c) \sqrt{2,5 \cdot 16,9} = \sqrt{\frac{25}{10} \cdot \frac{169}{10}} = \sqrt{\frac{(5 \cdot 13)^2}{10^2}} = \frac{5 \cdot 13}{10} = \frac{13}{2}$$

$$d) \sqrt{117,5^2 - 26,5^2 - 1440} = \sqrt{(117,5 + 26,5)(117,5 - 26,5) - 1440} = \sqrt{144 \cdot 91 - 144 \cdot 10} \\ = \sqrt{144(91 - 10)} = \sqrt{144 \cdot 81} = \sqrt{(12 \cdot 9)^2} = 108$$

Dạng 2 : Rút gọn các biểu thức

Bài 2 : Tính giá trị các biểu thức

$$\begin{aligned}
 a) A &= \sqrt{0,1} + \sqrt{0,9} + \sqrt{6,4} + \sqrt{0,4} + \sqrt{44,1} = \sqrt{\frac{1}{10}} + \sqrt{\frac{9}{10}} + \sqrt{\frac{64}{10}} + \sqrt{\frac{4}{10}} + \sqrt{\frac{441}{10}} \\
 &= \frac{1}{\sqrt{10}} + \frac{3}{\sqrt{10}} + \frac{8}{\sqrt{10}} + \frac{2}{\sqrt{10}} + \frac{21}{\sqrt{10}} = \frac{35}{\sqrt{10}} = \frac{35\sqrt{10}}{10} = \frac{7\sqrt{10}}{2} \\
 b) B &= \frac{\sqrt{6} + \sqrt{14}}{2\sqrt{3} + \sqrt{28}} = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{3} + \sqrt{7})}{2\sqrt{3} + 2\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{3} + \sqrt{7})}{2(\sqrt{3} + \sqrt{7})} = \frac{\sqrt{2}}{2} \\
 c) C &= \frac{3 + \sqrt{5}}{4 - \sqrt{3}} + \frac{3 - \sqrt{5}}{4 + \sqrt{3}} = \frac{(3 + \sqrt{5})(4 + \sqrt{3}) + (3 - \sqrt{5})(4 - \sqrt{3})}{(4 + \sqrt{3})(4 - \sqrt{3})} \\
 &= \frac{12 + 3\sqrt{3} + 4\sqrt{5} + \sqrt{15} + 12 - 3\sqrt{3} - 4\sqrt{5} + \sqrt{15}}{16 - 3} = \frac{24 + 2\sqrt{15}}{13}
 \end{aligned}$$

Bài 3 : Rút gọn các biểu thức

$$\begin{aligned}
 a) \sqrt{9(x-5)^2} \quad (x \geq 5) &= 3|x-5| = 3(x-5) \\
 b) \sqrt{x^2 \cdot (x-2)^2} \quad (x < 0) &= |x| \cdot |x-2| = -x(2-x) = x(x-2) \\
 c) \frac{\sqrt{108x^3}}{\sqrt{12x}} \quad (x > 0) &= \sqrt{\frac{108x^3}{12x}} = \sqrt{9x^2} = 3|x| = 3x \\
 d) \frac{\sqrt{13x^4y^6}}{\sqrt{208x^6y^6}} \quad (x < 0; y \neq 0) &= \sqrt{\frac{13x^4y^6}{208x^6y^6}} = \sqrt{\frac{1}{16x^2}} = \frac{1}{4|x|} = \frac{1}{-4x} = -\frac{1}{4x}
 \end{aligned}$$

Dạng 3 : Chứng minh

Bài 4 : Chứng minh các biểu thức sau

$$\begin{aligned}
 a) \sqrt{6 + \sqrt{35}} \cdot \sqrt{6 - \sqrt{35}} &= 1 \\
 VT &= \sqrt{(6 + \sqrt{35})(6 - \sqrt{35})} = \sqrt{36 - 35} = 1 = VP \\
 b) \sqrt{9 - \sqrt{17}} \cdot \sqrt{9 + \sqrt{17}} &= 8 \\
 VT &= \sqrt{(9 - \sqrt{17})(9 + \sqrt{17})} = \sqrt{81 - 17} = \sqrt{64} = 8 = VP \\
 c) (\sqrt{2} - 1)^2 &= \sqrt{9} - \sqrt{8} \\
 VT &= 2 - 2\sqrt{2} + 1 = 3 - 2\sqrt{2} \\
 VP &= 3 - \sqrt{2^2 \cdot 2} = 3 - 2\sqrt{2} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} VT \\ VP \end{aligned}} \right\} \Rightarrow VT = VP \\
 d) (\sqrt{4} - \sqrt{3})^2 &= \sqrt{49} - \sqrt{48} \\
 VT &= 4 - 2\sqrt{12} + 3 = 7 - 2\sqrt{2^2 \cdot 3} = 7 - 4\sqrt{3} \\
 VP &= 7 - \sqrt{4^2 \cdot 3} = 7 - 4\sqrt{3} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} VT \\ VP \end{aligned}} \right\} \Rightarrow VT = VP \\
 e) 2\sqrt{2}(2 - 3\sqrt{3}) + (1 - 2\sqrt{2})^2 + 6\sqrt{6} &= 9 \\
 VT &= 4\sqrt{2} - 6\sqrt{6} + 1 - 4\sqrt{2} + 8 + 6\sqrt{6} = 9 = VP \\
 g) \sqrt{8 - 2\sqrt{15}} - \sqrt{8 + 2\sqrt{15}} &= -2\sqrt{3} \\
 VT &= \sqrt{(5 - 2\sqrt{5} \cdot \sqrt{3} + 3)} - \sqrt{(5 + 2\sqrt{5} \cdot \sqrt{3} + 3)} = \sqrt{(\sqrt{5} - \sqrt{3})^2} - \sqrt{(\sqrt{5} + \sqrt{3})^2} \\
 &= \sqrt{5} - \sqrt{3} - (\sqrt{5} + \sqrt{3}) = \sqrt{5} - \sqrt{3} - \sqrt{5} - \sqrt{3} = -2\sqrt{3} = VP
 \end{aligned}$$

Dạng 4 : Giải phương trình

Bài 5 : Giải các phương trình sau

a) $2\sqrt{2x} - 5\sqrt{8x} + 7\sqrt{18x} = 28$ (1) đk : $x \geq 0$

(1) $\Leftrightarrow 2\sqrt{2x} - 5 \cdot 2 \cdot \sqrt{2x} + 7 \cdot 3 \cdot \sqrt{2x} = 28 \Leftrightarrow 13\sqrt{2x} = 28 \Leftrightarrow \sqrt{2x} = \frac{28}{13} \Leftrightarrow 2x = \frac{784}{169} \Leftrightarrow x = \frac{392}{169}$ (tm)

b) $\sqrt{4x-20} + \sqrt{x-5} - \frac{1}{3}\sqrt{9x-45} = 4$ (2)

(2) $\Leftrightarrow \sqrt{4(x-5)} + \sqrt{x-5} - \frac{1}{3}\sqrt{9(x-5)} = 4$ đk : $x-5 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 5$

$\Leftrightarrow 2\sqrt{x-5} + \sqrt{x-5} - \frac{1}{3} \cdot 3\sqrt{x-5} = 4 \Leftrightarrow 2\sqrt{x-5} = 4 \Leftrightarrow \sqrt{x-5} = 2 \Leftrightarrow x-5 = 4 \Leftrightarrow x = 9$ (tm)

c) $\sqrt{\frac{3x-2}{x+1}} = 3$ (3) đk : $\frac{3x-2}{x+1} \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3x-2 \geq 0 \\ x+1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{2}{3} \\ x > -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x-2 \leq 0 \\ x+1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{2}{3} \\ x < -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{2}{3} \\ x < -1 \end{cases}$

Ta có (3) $\Leftrightarrow \frac{3x-2}{x+1} = 9 \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow 6x = -11 \Leftrightarrow x = \frac{-11}{6}$ thỏa mãn

d) $\frac{\sqrt{5x-4}}{\sqrt{x+2}} = 2$ (4) đk : $\begin{cases} 5x-4 \geq 0 \\ x+2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{4}{5} \\ x > -2 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq \frac{4}{5}$

(4) $\Leftrightarrow \sqrt{5x-4} = 2\sqrt{x+2} \Leftrightarrow 5x-4 = 4(x+2) \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow x = 12$ thỏa mãn

Bài tập : (bất đẳng thức Cauchy) : Cho 2 số a và b không âm. Chứng minh rằng $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$. Dấu đẳng thức xảy ra khi nào ?

LG

* Cách 1 :

+ vì $a \geq 0; b \geq 0 \Rightarrow \sqrt{a}; \sqrt{b}$ xác định

+ ta có : $(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 \geq 0 \Leftrightarrow a - 2\sqrt{ab} + b \geq 0 \Leftrightarrow a + b \geq 2\sqrt{ab} \Leftrightarrow \frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$

+ dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $a = b$

* Cách 2 : ta có

$(a-b)^2 \geq 0 \Leftrightarrow a^2 - 2ab + b^2 \geq 0 \Leftrightarrow a^2 + b^2 \geq 2ab \Leftrightarrow a^2 + 2ab + b^2 \geq 4ab$

$\Leftrightarrow (a+b)^2 \geq 4ab \Leftrightarrow a+b \geq 2\sqrt{ab} \Leftrightarrow \frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$

Ngày dạy:

TỈ SỐ LƯỢNG GIÁC CỦA GÓC NHỌN

A. Kiến thức cơ bản

1. Định nghĩa : Cho $\angle ABC = \alpha$ ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$) ta định nghĩa các tỉ số giữa các cạnh AB, BC, CA của tam giác ABC vuông tại A như sau :

$\sin \alpha = \frac{AC}{BC}; \quad \cos \alpha = \frac{AB}{BC}$ $\operatorname{tg} \alpha = \frac{AC}{AB}; \quad \operatorname{cot} \alpha = \frac{AB}{AC}$	
--	--

* Nhận xét : từ định nghĩa ta thấy : + tỉ số lượng giác của 1 góc nhọn luôn dương
 + $0 < \sin, \cos < 1$
 + $\operatorname{cot} \alpha = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha}; \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{cot} \alpha = 1$

2. Tỉ số lượng giác của 2 góc phụ nhau

- Định lý : nếu 2 góc phụ nhau thì sin góc này bằng cosin góc kia, tg góc này bằng cotg góc kia. Tức : nếu $\alpha + \beta = 90^\circ$ thì ta có :

$$\begin{cases} \sin \alpha = \cos \beta; & \cos \alpha = \sin \beta \\ \operatorname{tg} \alpha = \operatorname{cot} \beta; & \operatorname{cot} \alpha = \operatorname{tg} \beta \end{cases}$$

3. Bảng các tỉ số lượng giác của các góc đặc biệt

α	30°	45°	60°
Tỉ số lượng giác			
Sin	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
Cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
tg	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$
Cotg	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$

* Nhận xét :

- Dựa vào bảng trên ta thấy :

với $0^\circ < \alpha_1; \alpha_2 < 90^\circ$ và $\alpha_1 < \alpha_2 \Rightarrow \begin{cases} \sin \alpha_1 < \sin \alpha_2; & \tan \alpha_1 < \tan \alpha_2 \\ \cos \alpha_1 > \cos \alpha_2; & \cot \alpha_1 > \cot \alpha_2 \end{cases}$

Tức là :

+ góc lớn hơn thì có sin lớn hơn, nhưng lại có cosin nhỏ hơn

+ góc lớn hơn thì có tan lớn hơn, nhưng lại có cot nhỏ hơn

Hay ta có thể phát biểu : $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ thì :

+ sin và tan đồng biến với góc α

+ cos và cot nghịch biến với góc α

4. Các hệ thức cơ bản

(1) $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$; (2) $\operatorname{cot} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$; (3) $\tan \alpha \cdot \operatorname{cot} \alpha = 1$; (4) $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

B. Bài tập áp dụng

Bài 1 : Cho biết $\sin = 0,6$. Tính $\cos \alpha$, $\tan \alpha$ và $\operatorname{cot} \alpha$

+ ta có: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{1 - 0,6^2} = 0,8$

+ $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{0,6}{0,8} = \frac{3}{4}$; $\operatorname{cot} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{0,8}{0,6} = \frac{4}{3}$

Bài 2:

1. Chứng minh rằng:

a) $\tan^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$; b) $\cot^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$; c) $\cos^4 \alpha - \sin^4 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$

2. Áp dụng: tính $\sin \alpha$, $\cos \alpha$, $\cot \alpha$, biết $\tan \alpha = 2$

LG

1. a) ta có:

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \Leftrightarrow \tan^2 \alpha = \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} \Leftrightarrow \tan^2 \alpha + 1 = \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} + 1 \Leftrightarrow \tan^2 \alpha + 1 = \frac{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

b) $VT = \cot^2 \alpha + 1 = \frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} + 1 = \frac{\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} = \frac{1}{\sin^2 \alpha} = VP$

c)

$$VT = \cos^4 \alpha - \sin^4 \alpha = (\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha) \cdot (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$= \cos^2 \alpha - (1 - \cos^2 \alpha) = \cos^2 \alpha - 1 + \cos^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 = VP$$

2. Ta có:

+ $\tan \alpha = 2$ nên (a) $\Rightarrow 2^2 + 1 = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Leftrightarrow \cos^2 \alpha = \frac{1}{5} \Leftrightarrow \cos \alpha = \sqrt{\frac{1}{5}}$;

+ $\tan \alpha = 2 \Rightarrow \cot \alpha = \frac{1}{2}$;

+ (b) $\Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 1 = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \Rightarrow \frac{1}{\sin^2 \alpha} = \frac{5}{4} \Rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{4}{5} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{2\sqrt{5}}{5}$

Bài 3: Biết $\tan \alpha = 4/3$. Tính $\sin \alpha$, $\cos \alpha$, $\cot \alpha$

LG

+ ta có: $\tan \alpha = 4/3$ nên $\cot \alpha = 3/4$

+ mà $\tan^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{9}{25} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{3}{5}$;

+ mặt khác: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \sqrt{1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2} = \frac{4}{5}$

Bài 4: Dựng góc α trong các trường hợp sau:

a) $\sin \alpha = \frac{1}{2}$;

b) $\cos \alpha = \frac{2}{3}$;

c) $\tan \alpha = 3$;

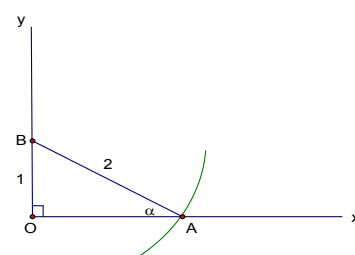
d) $\cot \alpha = 4$

LG

a)* Cách dựng

- dựng góc $xOy = 90^\circ$. Lấy đoạn thẳng làm đơn vị
- trên Oy lấy điểm B sao cho $OB = 1$
- vẽ cung tròn tâm B, bán kính bằng 2, cung này cắt Ox tại A
- nối A với B $\Rightarrow \angle BAO = \alpha$ cần dựng

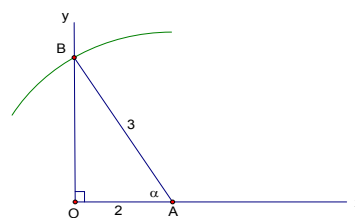
* Chứng minh: - ta có: $\sin \alpha = \sin \angle BAO = \frac{OB}{AB} = \frac{1}{2}$ đpcm

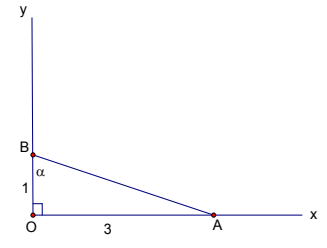
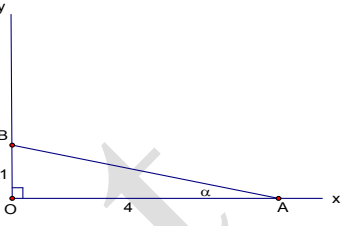


b)* Cách dựng

- dựng góc $xOy = 90^\circ$. Lấy đoạn thẳng làm đơn vị
- trên Ox lấy điểm A sao cho $OA = 2$
- vẽ cung tròn tâm A, bán kính bằng 3, cung này cắt Oy tại B
- nối A với B $\Rightarrow \angle BAO = \alpha$ cần dựng

* Chứng minh: - ta có: $\cos \alpha = \cos \angle BAO = \frac{OA}{AB} = \frac{2}{3}$ đpcm



<p>c) * Cách dựng - dựng góc $xOy = 90^0$. Lấy đoạn thẳng làm đơn vị - trên Ox lấy điểm A sao cho $OA = 3$ - trên Oy lấy điểm B sao cho $OB = 1$ $\Rightarrow \angle OBA = \alpha$ cần dựng * C minh: - thật vậy, ta có: $\tan \alpha = \tan \angle OBA = \frac{OA}{OB} = \frac{3}{1} = 3$ đpcm</p>	
<p>d) * Cách dựng - dựng góc $xOy = 90^0$. Lấy đoạn thẳng làm đơn vị - trên Ox lấy điểm A sao cho $OA = 4$ - trên Oy lấy điểm B sao cho $OB = 1$ $\Rightarrow \angle OAB = \alpha$ cần dựng * C minh: - thật vậy, ta có: $\cot \alpha = \cot \angle OAB = \frac{OA}{OB} = \frac{4}{1} = 4$ đpcm</p>	

Bài 5: Cho tam giác ABC có $AB = 5$; $BC = 12$; $AC = 13$

a) CMR tam giác ABC vuông

b) Tìm tỉ số lượng giác của góc A và góc C

LG

a) Ta có: $AB^2 + BC^2 = 12^2 + 5^2 = 169 = 13^2 = AC^2 \Rightarrow AB^2 + BC^2 = AC^2$
 theo định lý Pytago đảo, suy ra tam giác ABC vuông tại B

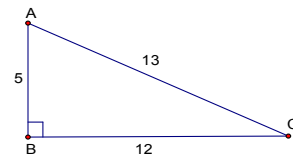
b)

- vì $\angle A + \angle C = 90^0 \Rightarrow \angle A, \angle C$ là 2 góc phụ nhau

- do đó:

$$\sin A = \cos C = \frac{12}{13}; \quad \cos A = \sin C = \frac{5}{13}$$

$$\operatorname{tg} A = \cot g C = \frac{12}{5}; \quad \cot g A = \operatorname{tg} C = \frac{5}{12}$$



Ngày dạy:

BIẾN ĐỔI ĐƠN GIẢN BIỂU THỨC CHỨA CĂN THỨC BẬC HAI

A. Kiến thức cơ bản

1. Đưa thừa số ra ngoài dấu căn

$$\sqrt{A^2 B} = |A| \sqrt{B} = \begin{cases} A\sqrt{B} & (A \geq 0; B \geq 0) \\ -A\sqrt{B} & (A < 0; B \geq 0) \end{cases}$$

2. Đưa thừa số vào trong dấu căn

$$- A \geq 0; B \geq 0: A\sqrt{B} = \sqrt{A^2 B}$$

$$- A < 0; B \geq 0: A\sqrt{B} = -\sqrt{A^2 B}$$

3. Khử mẫu của biểu thức lấy căn : $AB \geq 0; B \neq 0: \sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{\sqrt{A \cdot B}}{|B|}$

4. Trục căn thức ở mẫu

$$a) B > 0: \frac{A}{\sqrt{B}} = \frac{A\sqrt{B}}{B}$$

$$b) A \geq 0; A \neq B^2: \frac{C}{\sqrt{A \pm B}} = \frac{C(\sqrt{A \mp B})}{A - B^2}$$

$$c) A, B \geq 0; A \neq B: \frac{C}{\sqrt{A \pm \sqrt{B}}} = \frac{C(\sqrt{A \mp \sqrt{B}})}{A - B}$$

* Chú ý:

- các căn bậc hai đồng dạng là các căn bậc hai có cùng biểu thức dưới dấu căn
- biểu thức liên hợp: 2 biểu thức chứa căn thức được gọi là liên hợp với nhau nếu tích của chúng không chứa căn thức
- quy tắc trục căn thức ở mẫu: muốn trục căn thức ở mẫu của 1 biểu thức ta nhân tử và mẫu của biểu thức đó với biểu thức liên hợp của mẫu

B. Bài tập áp dụng

Dạng 1: Đưa nhân tử ra ngoài, vào trong dấu căn

Bài 1: Đưa nhân tử ra ngoài dấu căn

$$a) \sqrt{125x} (x > 0) = \sqrt{(5x)^2 \cdot 5x} = 5x\sqrt{5x}$$

$$b) \sqrt{80y^4} = \sqrt{(4y^2)^2 \cdot 5} = 4y^2\sqrt{5}$$

$$c) \sqrt{5(1-\sqrt{2})^2} = |1-\sqrt{2}| \cdot \sqrt{5} = (\sqrt{2}-1)\sqrt{5} \quad (1-\sqrt{2} < 0)$$

$$d) \sqrt{27(2-\sqrt{5})^2} = |2-\sqrt{5}| \cdot \sqrt{3 \cdot 3^2} = (\sqrt{5}-2) \cdot 3\sqrt{3} \quad (2-\sqrt{5} < 0)$$

$$e) \sqrt{\frac{2}{(3-\sqrt{10})^2}} = \frac{\sqrt{2}}{|3-\sqrt{10}|} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{10}-3} = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{10}+3)}{(\sqrt{10}-3)(\sqrt{10}+3)} = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{10}+3)}{10-9} = \sqrt{2}(\sqrt{10}+3)$$

$$g) \sqrt{\frac{5(1-\sqrt{3})^2}{4}} = \frac{\sqrt{5}|1-\sqrt{3}|}{2} = \frac{\sqrt{5}(\sqrt{3}-1)}{2} \quad (1-\sqrt{3} < 0)$$

Bài 2: Đưa thừa số vào trong dấu căn và so sánh

$$a) 3\sqrt{5} \text{ và } 5\sqrt{3}$$

$$\text{ta có: } \left. \begin{array}{l} 3\sqrt{5} = \sqrt{3^2 \cdot 5} = \sqrt{45} \\ 5\sqrt{3} = \sqrt{5^2 \cdot 3} = \sqrt{75} \end{array} \right\} \text{do } 75 > 45 \Rightarrow \sqrt{75} > \sqrt{45} \Rightarrow 5\sqrt{3} > 3\sqrt{5}$$

$$b) 4\sqrt{3} \text{ và } 3\sqrt{5}$$

$$\text{ta có: } \left. \begin{array}{l} 4\sqrt{3} = \sqrt{4^2 \cdot 3} = \sqrt{48} \\ 3\sqrt{5} = \sqrt{3^2 \cdot 5} = \sqrt{45} \end{array} \right\} \text{do } 48 > 45 \Rightarrow \sqrt{48} > \sqrt{45} \Rightarrow 4\sqrt{3} > 3\sqrt{5}$$

$$c) 7\sqrt{2} \text{ và } \sqrt{72}$$

$$\text{ta có: } 7\sqrt{2} = \sqrt{7^2 \cdot 2} = \sqrt{98} \text{ do } 98 > 72 \Rightarrow \sqrt{98} > \sqrt{72} \Rightarrow 7\sqrt{2} > \sqrt{72}$$

$$d) 5\sqrt{7} \text{ và } 4\sqrt{8}$$

$$\text{ta có: } \left. \begin{array}{l} 5\sqrt{7} = \sqrt{5^2 \cdot 7} = \sqrt{175} \\ 4\sqrt{8} = \sqrt{4^2 \cdot 8} = \sqrt{128} \end{array} \right\} \text{do } 175 > 128 \Rightarrow \sqrt{175} > \sqrt{128} \Rightarrow 5\sqrt{7} > 4\sqrt{8}$$

Bài 3: Đưa nhân tử vào trong dấu căn và rút gọn

$$a) (2-a)\sqrt{\frac{2a}{a-2}} (a > 2) = -\sqrt{\frac{2a(a-2)^2}{a-2}} = -\sqrt{2a(a-2)} \quad (2-a < 0)$$

$$b) (x-5)\sqrt{\frac{x}{25-x^2}} (0 < x < 5) = -\sqrt{\frac{x(5-x)^2}{(5-x)(5+x)}} = -\sqrt{\frac{x(5-x)}{5+x}} \quad (x-5 < 0)$$

$$c) (a-b)\sqrt{\frac{3a}{b^2-a^2}} \quad (0 < a < b) = -\sqrt{\frac{3a(a-b)^2}{b^2-a^2}} = -\sqrt{\frac{3a(b-a)^2}{(b-a)\cdot(b+a)}} = -\sqrt{\frac{3a(b-a)}{b+a}} \quad (a-b < 0)$$

Dạng 2: Thực hiện phép tính và rút gọn biểu thức

Bài 4: Thực hiện phép tính

$$a) \sqrt{125} - 4\sqrt{45} + 3\sqrt{20} - \sqrt{80} = \dots = 5\sqrt{5} - 12\sqrt{5} + 6\sqrt{5} - 4\sqrt{5} = -5\sqrt{5}$$

$$b) 2\sqrt{\frac{27}{4}} - \sqrt{\frac{48}{9}} - \frac{2}{5}\sqrt{\frac{75}{16}} = \dots = 2 \cdot \frac{3}{2}\sqrt{3} - \frac{4}{3}\sqrt{3} - \frac{2}{5} \cdot \frac{5}{4}\sqrt{3} = \dots = \frac{7}{6}\sqrt{3}$$

$$c) 2\sqrt{\frac{9}{8}} - \sqrt{\frac{49}{2}} + \sqrt{\frac{25}{18}} = \dots = 2 \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} - 7 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{5}{3} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = \dots = \frac{-7}{3} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{-7\sqrt{2}}{6}$$

$$d) 5\sqrt{20} - 3\sqrt{12} + 15\sqrt{\frac{1}{5}} - 4\sqrt{27} + \sqrt{\sqrt{5^2-4^2}} = 5 \cdot 2\sqrt{5} - 3 \cdot 2\sqrt{3} + 15 \cdot \frac{1}{5}\sqrt{5} - 4 \cdot 3\sqrt{3} + \sqrt{\sqrt{(5+4)\cdot(5-4)}} \\ = 10\sqrt{5} - 6\sqrt{3} + 3\sqrt{5} - 12\sqrt{3} + \sqrt{\sqrt{9}} = 13\sqrt{5} - 18\sqrt{3} + \sqrt{3} = 13\sqrt{5} - 17\sqrt{3}$$

$$e) \sqrt{7+4\sqrt{3}} + \sqrt{28-10\sqrt{3}} = \sqrt{(2+\sqrt{3})^2} + \sqrt{(5-\sqrt{3})^2} = 2+\sqrt{3}+5-\sqrt{3} = 7$$

Bài 5: Rút gọn biểu thức với giả thiết các biểu thức chữ đều có nghĩa

$$a) \frac{x\sqrt{x} + y\sqrt{y}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} - \sqrt{xy} \quad (x > 0; y > 0) \\ = \frac{(\sqrt{x} + \sqrt{y}) \cdot (x - \sqrt{xy} + y)}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} - \sqrt{xy} = x - \sqrt{xy} + y - \sqrt{xy} = x - 2\sqrt{xy} + y = (\sqrt{x} - \sqrt{y})^2$$

$$b) \frac{a + \sqrt{ab}}{b + \sqrt{ab}} \quad (a; b \geq 0) = \frac{\sqrt{a}(\sqrt{a} + \sqrt{b})}{\sqrt{b}(\sqrt{b} + \sqrt{a})} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

$$c) \frac{(x\sqrt{y} + y\sqrt{x}) \cdot (\sqrt{x} - \sqrt{y})}{\sqrt{xy}} \quad (x > 0; y > 0) \\ = \frac{\sqrt{xy} \cdot (\sqrt{x} + \sqrt{y}) \cdot (\sqrt{x} - \sqrt{y})}{\sqrt{xy}} = (\sqrt{x} + \sqrt{y}) \cdot (\sqrt{x} - \sqrt{y}) = x - y$$

$$\text{- nếu } \sqrt{x-2} \geq \sqrt{2} \Rightarrow x-2 \geq 2 \Rightarrow x \geq 4 \\ \Rightarrow A = \sqrt{x-2} + \sqrt{2} + \sqrt{x-2} - \sqrt{2} = 2\sqrt{x-2}$$

$$\text{- nếu } \sqrt{x-2} < \sqrt{2} \Rightarrow x-2 < 2 \Rightarrow x < 4 \\ \Rightarrow A = \sqrt{x-2} + \sqrt{2} - \sqrt{x-2} + \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$$

Dạng 3: Trục căn thức ở mẫu

Bài 6: Trục căn thức ở mẫu

$$a) \frac{12}{3-\sqrt{3}} = \frac{12 \cdot (3+\sqrt{3})}{(3-\sqrt{3}) \cdot (3+\sqrt{3})} = \frac{12 \cdot (3+\sqrt{3})}{9-3} = 2 \cdot (3+\sqrt{3})$$

$$b) \frac{8}{\sqrt{5}+2} = \frac{8 \cdot (\sqrt{5}-2)}{(\sqrt{5}+2) \cdot (\sqrt{5}-2)} = \frac{8 \cdot (\sqrt{5}-2)}{5-4} = 8 \cdot (\sqrt{5}-2)$$

$$c) \frac{14}{\sqrt{10}+\sqrt{3}} = \frac{14 \cdot (\sqrt{10}-\sqrt{3})}{(\sqrt{10}+\sqrt{3}) \cdot (\sqrt{10}-\sqrt{3})} = \frac{14 \cdot (\sqrt{10}-\sqrt{3})}{10-3} = 2 \cdot (\sqrt{10}-\sqrt{3})$$

$$d) \frac{7\sqrt{3}-5\sqrt{11}}{8\sqrt{3}-7\sqrt{11}} = \frac{(7\sqrt{3}-5\sqrt{11}) \cdot (8\sqrt{3}+7\sqrt{11})}{(8\sqrt{3}-7\sqrt{11}) \cdot (8\sqrt{3}+7\sqrt{11})} = \frac{168+49\sqrt{33}-40\sqrt{33}-385}{192-539} = \frac{9\sqrt{33}-217}{-337}$$

$$e) \frac{3\sqrt{5}-2\sqrt{2}}{2\sqrt{5}-3\sqrt{2}} = \frac{(3\sqrt{5}-2\sqrt{2}) \cdot (2\sqrt{5}+3\sqrt{2})}{(2\sqrt{5}-3\sqrt{2}) \cdot (2\sqrt{5}+3\sqrt{2})} = \frac{30+9\sqrt{10}-4\sqrt{10}-12}{20-18} = \frac{18+5\sqrt{10}}{2}$$

Bài 7: Trục căn thức ở mẫu và thực hiện phép tính

$$a) \frac{5}{4-\sqrt{11}} + \frac{1}{3+\sqrt{7}} - \frac{6}{\sqrt{7}-2} - \frac{\sqrt{7}-5}{2} = \frac{5 \cdot (4+\sqrt{11})}{(4-\sqrt{11}) \cdot (4+\sqrt{11})} + \frac{3-\sqrt{7}}{(3+\sqrt{7}) \cdot (3-\sqrt{7})} - \frac{6 \cdot (\sqrt{7}+2)}{(\sqrt{7}-2) \cdot (\sqrt{7}+2)} - \frac{\sqrt{7}-5}{2}$$

$$= \frac{5 \cdot (4+\sqrt{11})}{16-11} + \frac{3-\sqrt{7}}{9-7} - \frac{6 \cdot (\sqrt{7}+2)}{7-4} - \frac{\sqrt{7}-5}{2} = \frac{5 \cdot (4+\sqrt{11})}{5} + \frac{3-\sqrt{7}}{2} - \frac{6 \cdot (\sqrt{7}+2)}{3} - \frac{\sqrt{7}-5}{2}$$

$$= 4+\sqrt{11} + \frac{3-\sqrt{7}-\sqrt{7}+5}{2} - 2(\sqrt{7}+2) = 4+\sqrt{11} + 4 - \sqrt{7} - 2\sqrt{7} - 4 = 4+\sqrt{11} - 3\sqrt{7}$$

$$b) \frac{4}{\sqrt{5}-\sqrt{2}} + \frac{3}{\sqrt{5}-2} - \frac{2}{\sqrt{3}-2} + \frac{\sqrt{3}-1}{6} = \frac{4(\sqrt{5}+\sqrt{2})}{(\sqrt{5}-\sqrt{2}) \cdot (\sqrt{5}+\sqrt{2})} + \frac{3(\sqrt{5}+2)}{(\sqrt{5}-2) \cdot (\sqrt{5}+2)} - \frac{2 \cdot (\sqrt{3}+2)}{(\sqrt{3}-2) \cdot (\sqrt{3}+2)} + \frac{\sqrt{3}-1}{6}$$

$$= \frac{4(\sqrt{5}+\sqrt{2})}{5-2} + \frac{3(\sqrt{5}+2)}{5-4} - \frac{2 \cdot (\sqrt{3}+2)}{3-4} + \frac{\sqrt{3}-1}{6} = \frac{4(\sqrt{5}+\sqrt{2})}{3} + 3 \cdot (\sqrt{5}+2) + 2 \cdot (\sqrt{3}+2) + \frac{\sqrt{3}-1}{6}$$

$$= \frac{8(\sqrt{5}+\sqrt{2}) + 18 \cdot (\sqrt{5}+2) + 12 \cdot (\sqrt{3}+2) + \sqrt{3}-1}{6} = \frac{8\sqrt{5}+8\sqrt{2}+18\sqrt{5}+36+12\sqrt{3}+24+\sqrt{3}-1}{6}$$

$$= \frac{26\sqrt{5}+8\sqrt{2}+13\sqrt{3}+59}{6}$$

Ngày dạy:

RÚT GỌN BIỂU THỨC CHỨA CĂN THỨC BẬC HAI. ÔN TẬP ĐẠI SỐ - CHƯƠNG I

A. Kiến thức cơ bản

Để rút gọn biểu thức có chứa căn thức bậc hai, ta cần vận dụng thích hợp các phép biến đổi đã biết

B. Bài tập áp dụng

Bài 1: Tính

$$a) \sqrt{3+2\sqrt{2}} - \sqrt{6-4\sqrt{2}} = \sqrt{(\sqrt{2}+1)^2} - \sqrt{(2-\sqrt{2})^2} = \sqrt{2}-1 - (2-\sqrt{2}) = 2\sqrt{2}-1$$

$$b) \sqrt{\sqrt{5}-\sqrt{3}-\sqrt{29-12\sqrt{5}}} = \sqrt{\sqrt{5}-\sqrt{3}-\sqrt{(2\sqrt{5}-3)^2}} = \sqrt{\sqrt{5}-\sqrt{3}-2\sqrt{5}+3}$$

$$= \sqrt{\sqrt{5}-\sqrt{6}-2\sqrt{5}} = \sqrt{\sqrt{5}-\sqrt{(\sqrt{5}-1)^2}} = \sqrt{\sqrt{5}-\sqrt{5}+1} = 1$$

$$c) \sqrt{6+2\sqrt{5}} - \sqrt{29-12\sqrt{5}} = \sqrt{6+2\sqrt{5}} - 2\sqrt{5}+3 = \sqrt{9} = 3$$

$$d) \sqrt{2+\sqrt{5-\sqrt{13+\sqrt{48}}}} = \sqrt{2+\sqrt{5-\sqrt{13+4\sqrt{3}}}} = \sqrt{2+\sqrt{5-\sqrt{(2\sqrt{3}+1)^2}}} = \sqrt{2+\sqrt{5-2\sqrt{3}-1}}$$

$$= \sqrt{2+\sqrt{4-2\sqrt{3}}} = \sqrt{2+\sqrt{(\sqrt{3}-1)^2}} = \sqrt{2+\sqrt{3}-1} = \sqrt{1+\sqrt{3}}$$

Bài 2: Thực hiện phép tính, rút gọn kết quả

a) $2\sqrt{20} - \sqrt{45} + 3\sqrt{18} + 3\sqrt{32} - \sqrt{50} = 4\sqrt{5} - 3\sqrt{5} + 9\sqrt{2} + 12\sqrt{2} - 5\sqrt{2} = \sqrt{5} + 16\sqrt{2}$

b) $\sqrt{32} + \sqrt{0,5} - 2\sqrt{\frac{1}{3}} - \sqrt{\frac{1}{8}} + \sqrt{48} = 4\sqrt{2} + \frac{1}{2}\sqrt{2} - \frac{2}{3}\sqrt{3} - \frac{1}{4}\sqrt{2} + 4\sqrt{3} = \dots = \frac{17}{4}\sqrt{2} + \frac{10}{3}\sqrt{3}$

c) $\sqrt{\frac{1}{2}} + \sqrt{4,5} - \sqrt{12,5} - 0,5\sqrt{200} + \sqrt{242} + 6\sqrt{\frac{1}{8}} - \sqrt{24,5} = \frac{1}{2}\sqrt{2} + \sqrt{\frac{9}{2}} - \sqrt{\frac{25}{2}} - \frac{1}{2}\sqrt{10^2 \cdot 2} + \sqrt{11^2 \cdot 2} + 6\sqrt{\frac{9}{8}} - \sqrt{\frac{49}{2}}$

$$= \frac{1}{2}\sqrt{2} + \frac{3}{2}\sqrt{2} - \frac{5}{2}\sqrt{2} - 5\sqrt{2} + 11\sqrt{2} + 6 \cdot \frac{3}{4}\sqrt{2} - \frac{7}{2}\sqrt{2}$$

$$= \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{2} - \frac{5}{2} - 5 + 11 + 6 \cdot \frac{3}{4} - \frac{7}{2}\right)\sqrt{2} = \frac{13}{2}\sqrt{2}$$

d) $\left(\frac{3}{2}\sqrt{6} + 2\sqrt{\frac{2}{3}} - 4\sqrt{\frac{3}{2}}\right) \cdot \left(3\sqrt{\frac{2}{3}} - \sqrt{12} - \sqrt{6}\right) = \left(\frac{3}{2}\sqrt{6} + \frac{2}{3}\sqrt{6} - 2\sqrt{6}\right) \cdot (\sqrt{6} - 2\sqrt{3} - \sqrt{6}) = \frac{1}{6}\sqrt{6} \cdot (-2\sqrt{3}) = -\sqrt{3}$

Bài 3: Chứng minh đẳng thức

a) $\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{2\sqrt{a}-2\sqrt{b}} - \frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{2\sqrt{a}+2\sqrt{b}} - \frac{2b}{b-a} = \frac{2\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$

Biến đổi về trái ta được:

$$VT = \frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{2\sqrt{a}-2\sqrt{b}} - \frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{2\sqrt{a}+2\sqrt{b}} - \frac{2b}{b-a} = \frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{2(\sqrt{a}-\sqrt{b})} - \frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{2(\sqrt{a}+\sqrt{b})} + \frac{2b}{(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{a}-\sqrt{b})}$$

$$= \frac{(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2 - (\sqrt{a}-\sqrt{b})^2 + 4b}{2(\sqrt{a}-\sqrt{b})(\sqrt{a}+\sqrt{b})} = \frac{a+2\sqrt{ab}+b-b-a+2\sqrt{ab}-b+4b}{2(\sqrt{a}-\sqrt{b})(\sqrt{a}+\sqrt{b})} = \frac{4\sqrt{ab}+4b}{2(\sqrt{a}-\sqrt{b})(\sqrt{a}+\sqrt{b})}$$

$$= \frac{4\sqrt{b}(\sqrt{a}+\sqrt{b})}{2(\sqrt{a}-\sqrt{b})(\sqrt{a}+\sqrt{b})} = \frac{2\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} = VP$$

b) $\left(\frac{2\sqrt{3}-\sqrt{6}}{\sqrt{8}-2} - \frac{\sqrt{216}}{3}\right) \cdot \frac{1}{\sqrt{6}} = \frac{-3}{2}$

Biến đổi về trái ta được:

$$VT = \left(\frac{2\sqrt{3}-\sqrt{6}}{\sqrt{8}-2} - \frac{\sqrt{216}}{3}\right) \cdot \frac{1}{\sqrt{6}} = \left(\frac{\sqrt{6}(\sqrt{2}-1)}{2(\sqrt{2}-1)} - \frac{6\sqrt{6}}{3}\right) \cdot \frac{1}{\sqrt{6}}$$

$$= \left(\frac{\sqrt{6}}{2} - 2\sqrt{6}\right) \cdot \frac{1}{\sqrt{6}} = \frac{-3}{2} \sqrt{6} \cdot \frac{1}{\sqrt{6}} = \frac{-3}{2} = VP$$

Bài 4: Cho biểu thức $A = \frac{(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2 - 4\sqrt{ab}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} - \frac{a\sqrt{b}+b\sqrt{a}}{\sqrt{ab}}$

a) Tìm điều kiện để A có nghĩa

b) Chứng tỏ rằng giá trị của biểu thức A không phụ thuộc vào a

LG

a) đk: $a > 0; b > 0; a$ khác b

b) ta có:

$$A = \frac{(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 - 4\sqrt{ab}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} - \frac{a\sqrt{b} + b\sqrt{a}}{\sqrt{ab}} = \frac{a + 2\sqrt{ab} + b - 4\sqrt{ab}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} - \frac{\sqrt{ab}(\sqrt{a} + \sqrt{b})}{\sqrt{ab}}$$

$$= \frac{a - 2\sqrt{ab} + b}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} - (\sqrt{a} + \sqrt{b}) = \frac{(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} - (\sqrt{a} + \sqrt{b}) = \sqrt{a} - \sqrt{b} - \sqrt{a} - \sqrt{b} = -2\sqrt{b}$$

Bài 5: Cho biểu thức $B = \left(\frac{2\sqrt{x} + x}{x\sqrt{x} - 1} - \frac{1}{\sqrt{x} - 1} \right) : \frac{x - 1}{x + \sqrt{x} + 1}$

a) Tìm đk xác định

b) Rút gọn biểu thức B

LG

a) đk: $x \geq 0; x \neq 1$

b) Ta có:

$$B = \left(\frac{2\sqrt{x} + x}{x\sqrt{x} - 1} - \frac{1}{\sqrt{x} - 1} \right) : \frac{x - 1}{x + \sqrt{x} + 1} = \left(\frac{2\sqrt{x} + x}{(\sqrt{x} - 1)(x + \sqrt{x} + 1)} - \frac{1}{\sqrt{x} - 1} \right) : \frac{x - 1}{x + \sqrt{x} + 1}$$

$$= \frac{2\sqrt{x} + x - x - \sqrt{x} - 1}{(\sqrt{x} - 1)(x + \sqrt{x} + 1)} \cdot \frac{x + \sqrt{x} + 1}{x - 1} = \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} - 1} \cdot \frac{1}{x - 1} = \frac{1}{x - 1}$$

Bài 6: Cho biểu thức $C = \left(1 - \frac{x - 3\sqrt{x}}{x - 9} \right) : \left(\frac{\sqrt{x} - 3}{2 - \sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x} - 2}{3 + \sqrt{x}} - \frac{9 - x}{x + \sqrt{x} - 6} \right)$

a) Tìm đk để C có nghĩa

b) Rút gọn C

c) Tìm x để C = 4

LG

a) đk: $x \geq 0; x \neq 4; x \neq 9$

b) Ta có:

$$C = \left(1 - \frac{x - 3\sqrt{x}}{x - 9} \right) : \left(\frac{\sqrt{x} - 3}{2 - \sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x} - 2}{3 + \sqrt{x}} - \frac{9 - x}{x + \sqrt{x} - 6} \right)$$

$$= \left(1 - \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 3)}{(\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} + 3)} \right) : \left(\frac{3 - \sqrt{x}}{\sqrt{x} - 2} + \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} + 3} - \frac{9 - x}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 3)} \right)$$

$$= \left(1 - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 3} \right) : \left(\frac{(3 - \sqrt{x})(3 + \sqrt{x}) + (\sqrt{x} - 2)^2 - 9 + x}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 3)} \right) = \frac{\sqrt{x} + 3 - \sqrt{x}}{\sqrt{x} + 3} : \frac{9 - x + (\sqrt{x} - 2)^2 - 9 + x}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 3)}$$

$$= \frac{3}{\sqrt{x} + 3} \cdot \frac{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 3)}{(\sqrt{x} - 2)^2} = \frac{3}{\sqrt{x} - 2}$$

c) $C = 4 \Leftrightarrow \frac{3}{\sqrt{x} - 2} = 4 \Leftrightarrow \sqrt{x} - 2 = \frac{3}{4} \Leftrightarrow \sqrt{x} = \frac{11}{4} \Leftrightarrow x = \frac{121}{16}$

Bài 7: Cho biểu thức $D = \left(\frac{\sqrt{x}}{3 + \sqrt{x}} + \frac{x + 9}{9 - x} \right) : \left(\frac{3\sqrt{x} + 1}{x - 3\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right)$

a) Tìm đk

b) Rút gọn

c) Tìm x sao cho $D < -1$

LG

a) đk: $x > 0$; x khác 9

b) Ta có:

$$D = \left(\frac{\sqrt{x}}{3+\sqrt{x}} + \frac{x+9}{9-x} \right) : \left(\frac{3\sqrt{x}+1}{x-3\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right) = \left(\frac{\sqrt{x}}{3+\sqrt{x}} + \frac{x+9}{(3+\sqrt{x})(3-\sqrt{x})} \right) : \left(\frac{3\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right)$$

$$= \frac{\sqrt{x}(3-\sqrt{x})+x+9}{(3+\sqrt{x})(3-\sqrt{x})} : \frac{3\sqrt{x}+1-\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)} = \frac{3\sqrt{x}+9}{(3+\sqrt{x})(3-\sqrt{x})} : \frac{2(\sqrt{x}+2)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)}$$

$$= \frac{3(\sqrt{x}+3)}{(3+\sqrt{x})(3-\sqrt{x})} \cdot \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)}{2(\sqrt{x}+2)} = \frac{-3\sqrt{x}}{2\sqrt{x}+4}$$

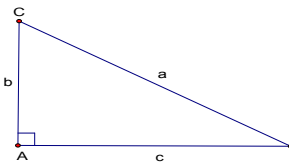
c) $D < -1 \Leftrightarrow \frac{-3\sqrt{x}}{2\sqrt{x}+4} < -1 \Leftrightarrow 3\sqrt{x} > 2\sqrt{x}+4 \Leftrightarrow \sqrt{x} > 4 \Leftrightarrow x > 16$ ($2\sqrt{x}+4 > 0$)

Ngày dạy:

HỆ THỨC VỀ CẠNH VÀ GÓC TRONG TAM GIÁC VUÔNG

A. Kiến thức cơ bản

1. Các hệ thức



* Định lý: Trong 1 tam giác vuông, mỗi cạnh góc vuông bằng:

- Cạnh huyền nhân Sin góc đối hoặc Cosin góc kề

- Cạnh góc vuông kia nhân Tang góc đối hoặc Cotg góc kề

(trong tam giác ABC vuông tại A, $BC = a$; $AB = c$; $AC = b$, ta có:

$$(1) \begin{cases} b = a \cdot \sin B = a \cdot \cos C \\ c = a \cdot \sin C = a \cdot \cos B \end{cases} \quad (2) \begin{cases} b = c \cdot \tan B = c \cdot \cot C \\ c = b \cdot \tan C = b \cdot \cot B \end{cases}$$

2. Áp dụng giải tam giác vuông

* Giải tam giác vuông: là tìm tất cả các yếu tố của một tam giác vuông (các cạnh, các góc) nếu biết trước 2 yếu tố trong đó có ít nhất 1 yếu tố về cạnh và không kể góc vuông

* Một số trường hợp giải tam giác vuông thường gặp

a) Biết 2 cạnh góc vuông

- Tính cạnh huyền (theo Pi-ta-go)
- Tính một góc nhọn (tan hoặc cot)
- Tính góc nhọn còn lại (2 góc phụ nhau)

b) Biết cạnh huyền và 1 góc nhọn

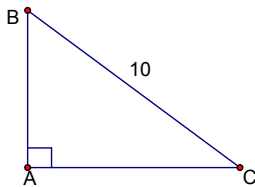
- Tính góc nhọn còn lại (2 góc phụ nhau)
- Tính các cạnh góc vuông (hệ thức về cạnh và góc – hệ thức (1))

c) Biết cạnh góc vuông và góc nhọn kề

- Tính góc nhọn còn lại
- Tính cạnh góc vuông còn lại và cạnh huyền (hệ thức về cạnh và góc – hệ thức (1); (2))

B. Bài tập áp dụng

Bài 1: Cho tam giác ABC vuông tại A, biết $\tan B = \frac{4}{3}$ và $BC = 10$. Tính AB; AC



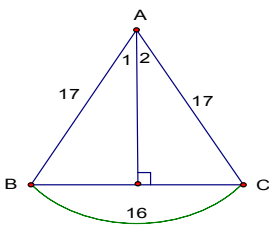
$$- \operatorname{tg} B = \frac{4}{3} \Rightarrow \angle B \approx 53^{\circ}07'$$

- theo hệ thức về cạnh và góc trong tam giác vuông

$$AB = BC \cos B = 10 \cdot \cos 53^{\circ}07' = 6$$

$$AC = BC \cdot \sin B = 10 \cdot \sin 53^{\circ}07' = 8$$

Bài 2: Cho tam giác ABC cân tại A; $AB = AC = 17$; $BC = 16$. Tính đường cao AH và góc A, góc B của tam giác ABC



$$+ \text{ tam giác ABC cân, có } AH \perp BC \Rightarrow \begin{cases} \angle A_1 = \angle A_2 \\ BH = CH = \frac{BC}{2} = 8 \end{cases}$$

+ xét tam giác AHC, vuông tại H

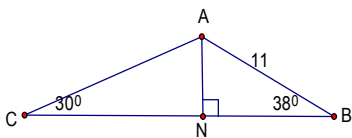
$$- \text{ ta có: } AH = \sqrt{AC^2 - CH^2} = \sqrt{17^2 - 8^2} = 15$$

$$- \text{ mặt khác: } \sin A_2 = \frac{CH}{AC} = \frac{8}{17} \Rightarrow \angle A_2 = \angle A_1 = 28^{\circ}04' \Rightarrow \angle A = 2\angle A_2 = 56^{\circ}08'$$

+ xét tam giác AHB vuông tại H, ta có:

$$\angle B = 90^{\circ} - \angle A_1 = 90^{\circ} - 28^{\circ}04' = 61^{\circ}56'$$

Bài 3: Cho tam giác ABC có $AB = 11$, $\angle ABC = 38^{\circ}$; $\angle ACB = 30^{\circ}$. Gọi N là chân đường vuông góc kẻ từ A đến BC. Tính AN; AC



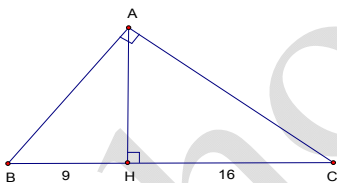
- xét tam giác ANB vuông tại N, theo hệ thức về cạnh và góc trong tam giác vuông ta có:

$$AN = AB \cdot \sin B = 11 \cdot \sin 38^{\circ} \approx 6,77$$

- xét tam giác ANC vuông tại N, theo hệ thức về cạnh và góc trong tam giác vuông ta có:

$$AN = AC \cdot \sin C \Rightarrow AC = \frac{AN}{\sin C} = \frac{6,77}{\sin 30^{\circ}} \approx 13,54$$

Bài 4: Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Biết $BH = 9$; $HC = 16$. Tính góc B, góc C?



- xét tam giác ABC vuông tại A, theo hệ thức về cạnh và đường cao trong tam giác vuông, ta có:

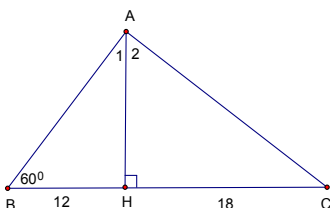
$$AH^2 = BH \cdot CH = 9 \cdot 16 = 144 \Rightarrow AH = 12$$

- xét tam giác AHB, vuông tại H, ta có:

$$\operatorname{tg} B = \frac{AH}{BH} = \frac{12}{9} \Rightarrow \angle B = 53^{\circ}7'$$

$$- \text{ mà } \angle B + \angle C = 90^{\circ} \Rightarrow \angle C = 36^{\circ}53'$$

Bài 5: Cho tam giác ABC có $\angle B = 60^{\circ}$, các hình chiếu vuông góc của AB và AC lên BC theo thứ tự bằng 12 và 18. Tính các góc và đường cao của tam giác ABC



- xét tam giác AHB vuông tại H

$$\angle B = 60^{\circ} \Rightarrow \angle A = 30^{\circ} \Rightarrow BH = \frac{1}{2} AB \Rightarrow AB = 2BH = 2 \cdot 12 = 24$$

$$\Rightarrow AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \sqrt{24^2 - 12^2} = 20,8$$

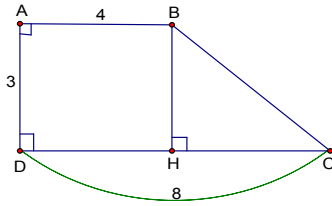
- xét tam giác AHC, theo hệ thức lượng...

$$\operatorname{tg} C = \frac{AH}{HC} = \frac{20,8}{18} \Rightarrow \angle C = 49^{\circ}06' \Rightarrow \angle A = 180^{\circ} - (\angle B + \angle C) = 70^{\circ}54'$$

- theo hệ thức về cạnh và góc, ta có:

$$HC = AC \cdot \cos C \Rightarrow AC = \frac{HC}{\cos C} = \frac{18}{\cos 49^{\circ}06'} \approx 27,5$$

Bài 6: Cho hình thang ABCD, có $\angle A = \angle D = 90^{\circ}$, đáy nhỏ AB = 4, đáy lớn CD = 8, AD = 3. Tính BC, $\angle B, \angle C$?



- kẻ BH vuông góc với CD, suy ra AD = BH = 3;
AB = DH = 4, do đó: CH = 8 – 4 = 4

- xét tam giác BHC vuông tại H, ta có:

$$BC = \sqrt{BH^2 + CH^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$$

$$\sin C = \frac{BH}{BC} = \frac{3}{5} \Rightarrow \angle C \approx 37^{\circ}$$

- vì ABCD là hình thang nên:

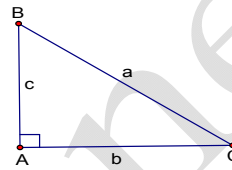
$$\angle B + \angle C = 180^{\circ} \Rightarrow \angle B = 180^{\circ} - \angle C = 180^{\circ} - 37^{\circ} = 143^{\circ}$$

Bài 7: Giải các tam giác vuông sau, tam giác ABC vuông tại A biết:

a) a = 18; b = 8

b) b = 20; $\angle C = 38^{\circ}$

c) $\operatorname{tg} B = \frac{3}{4}$; c = 4



LG: a) a = 18; b = 8

$$\sin B = \frac{AC}{BC} = \frac{8}{18} \Rightarrow \angle B = 23^{\circ}23' \Rightarrow \angle C = 90^{\circ} - 23^{\circ}23' = 63^{\circ}37'$$

$$AB = BC \cdot \sin C = 18 \cdot \sin 63^{\circ}37' \approx 16,1$$

b) b = 20; $\angle C = 38^{\circ}$

$$\angle C = 38^{\circ} \Rightarrow \angle B = 52^{\circ}; \quad AB = AC \cdot \operatorname{tg} C = 20 \cdot \operatorname{tg} 38^{\circ} \approx 15,6; \quad BC = \frac{AC}{\sin B} = \frac{20}{\sin 52^{\circ}} \approx 25,4$$

c) $\operatorname{tg} B = \frac{3}{4}$; c = 4

$$AC = AB \operatorname{tg} B = 4 \cdot \frac{3}{4} = 3;$$

$$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$$

$$\sin C = \frac{c}{a} = \frac{4}{5} = 0,8 \Rightarrow \angle C \approx 53^{\circ}08' \Rightarrow \angle B \approx 36^{\circ}52'$$

Ngày dạy:

ÔN TẬP HÌNH HỌC – CHƯƠNG I

A. Kiến thức cơ bản

1. Các hệ thức về cạnh và đường cao trong tam giác vuông

Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH sao cho ta có :

$AH = h, BC = a, AB = c, AC = b, BH = c', CH = b'$ khi đó :

<p>1) $b^2 = a \cdot b'$; $c^2 = a \cdot c'$</p> <p>2) $h^2 = b' \cdot c'$</p> <p>3) $b \cdot c = a \cdot h$</p> <p>4) $\frac{1}{h^2} = \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$</p> <p>5) $a^2 = b^2 + c^2$ (Pitago)</p>	
--	--

2. Định nghĩa các tỉ số lượng giác của góc nhọn

Cho $\angle ABC = \alpha$ ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$) ta định nghĩa các tỉ số giữa các cạnh AB, BC, CA của tam giác ABC vuông tại A như sau :

<p>$\sin \alpha = \frac{AC}{BC}$; $\cos \alpha = \frac{AB}{BC}$</p> <p>$\operatorname{tg} \alpha = \frac{AC}{AB}$; $\operatorname{cot} \alpha = \frac{AB}{AC}$</p>	
--	--

3. Một số tính chất của các tỉ số lượng giác

- Nếu $\alpha + \beta = 90^\circ$ thì ta có : $\begin{cases} \sin \alpha = \cos \beta; & \cos \alpha = \sin \beta \\ \operatorname{tg} \alpha = \operatorname{cot} \beta; & \operatorname{cot} \alpha = \operatorname{tg} \beta \end{cases}$

- Cho $0^\circ < \alpha < 90^\circ$. Khi đó

+ $0 < \sin, \cos < 1$

+ $\sin^2 + \cos^2 = 1$

+ $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$; $\operatorname{cot} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$; $\operatorname{cot} \alpha = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha}$; $\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{cot} \alpha = 1$

4. Các hệ thức về cạnh và góc trong tam giác vuông

	<p>- Cho tam giác ABC vuông tại A, $BC = a$; $AB = c$; $AC = b$, ta có:</p> <p>(1) $\begin{cases} b = a \cdot \sin B = a \cdot \cos C \\ c = a \cdot \sin C = a \cdot \cos B \end{cases}$ (2) $\begin{cases} b = c \cdot \operatorname{tg} B = c \cdot \operatorname{cot} C \\ c = b \cdot \operatorname{tg} C = b \cdot \operatorname{cot} B \end{cases}$</p>
--	--

B. Bài tập áp dụng

Bài 1 : Chứng minh rằng : với α là góc nhọn tương ứng trong tam giác ABC, $\angle A = 90^\circ$ thì:

a) $\cos^4 \alpha - \sin^4 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$

b) $\sin \alpha - \sin \alpha \cdot \cos^2 \alpha = \sin^3 \alpha$

c) $\operatorname{tg}^2 \alpha - \sin^2 \alpha \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha = \sin^2 \alpha$

d) $\cos^2 \alpha + \operatorname{tg}^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha = 1$

LG

a) $VT = (\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha) \cdot (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \cos^2 \alpha - (1 - \cos^2 \alpha) = 2 \cos^2 \alpha - 1 = VP$

b) $VT = \sin \alpha \cdot (1 - \cos^2 \alpha) = \sin \alpha \cdot \sin^2 \alpha = \sin^3 \alpha = VP$

c) $VT = \operatorname{tg}^2 \alpha \cdot (1 - \sin^2 \alpha) = \operatorname{tg}^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha = \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} \cdot \cos^2 \alpha = \sin^2 \alpha = VP$

$$d) VT = \cos^2 \alpha \cdot (1 + \tan^2 \alpha) = \cos^2 \alpha \cdot \left(1 + \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha}\right) = \cos^2 \alpha \cdot \frac{\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = 1 = VP$$

Bài 2 : Cho tam giác ABC, biết AB = 21 ; AC = 28 ; BC = 35

a) Chứng minh rằng tam giác ABC vuông

b) Tính sinB, sinC, góc B, góc C và đường cao AH của tam giác ABC

LG

	<p>a) ta có: $\left. \begin{aligned} AB^2 + AC^2 &= 21^2 + 28^2 = 1225 \\ BC^2 &= 35^2 = 1225 \end{aligned} \right\} \Rightarrow BC^2 = AB^2 + AC^2$ do đó theo định lý đảo của định lý Pi-ta-go tam giác ABC vuông tại A</p> <p>b)</p> $\sin B = \frac{AC}{BC} = \frac{28}{35} = 0,8 \Rightarrow \angle B \approx 53^\circ$ $\sin C = \frac{AB}{BC} = \frac{21}{35} = 0,6 \Rightarrow \angle C \approx 37^\circ$ <p>Xét tam giác AHB vuông tại H, áp dụng hệ thức về cạnh và góc trong tam giác vuông ta có:</p> $AH = AB \cdot \sin B = 21 \cdot \sin 53^\circ \approx 21 \cdot 0,8 = 16,8 \quad (\text{hoặc } AH \cdot BC = AB \cdot AC)$
--	---

Bài 3: Giải tam giác vuông tại A, biết

a) a = 12; $\angle B = 42^\circ$

b) b = 13; c = 20

LG

	<p>- ta có:</p> $\angle C = 90^\circ - \angle B = 90^\circ - 42^\circ = 48^\circ$ $AB = BC \cdot \cos B = 12 \cdot \cos 42^\circ \approx 9$ $AC = BC \cdot \cos C = 12 \cdot \cos 48^\circ \approx 8$
	<p>- ta có:</p> $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{20^2 + 13^2} \approx 23,85$ $\tan B = \frac{AC}{AB} = \frac{13}{20} = 0,65 \Rightarrow \angle B \approx 33^\circ$ $\angle C = 90^\circ - \angle B = 57^\circ$

Bài 4: Cho tam giác ABC có $\angle B = 60^\circ$ các hình chiếu vuông góc của AB, AC lên BC theo thứ tự bằng 12; 18. Tính các cạnh, các góc và đường cao của tam giác ABC

LG

	<p>+ ta có: $BC = BH + CH = 12 + 18 = 30$</p> <p>+ xét tam giác AHB vuông tại H</p> <p>- ta có : $AH = BH \cdot \tan B = 12 \cdot \tan 60^\circ = 12\sqrt{3}$</p> <p>- mặt khác :</p> $BH = AB \cdot \cos B \Rightarrow AB = \frac{BH}{\cos B} = \frac{12}{\cos 60^\circ} = 24$ $\angle A_1 = 90^\circ - \angle B = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$ <p>+ xét tam giác AHC vuông tại H, ta có :</p>
--	--

	$AC = \sqrt{AH^2 + CH^2} = \dots = \sqrt{756} \approx 27,5$ $\operatorname{tg}C = \frac{AH}{HC} = \frac{12\sqrt{3}}{18} \Rightarrow \angle C \approx 49^\circ$ <p>+ xét $\triangle ABC$, ta có: $\angle A = 180^\circ - (\angle B + \angle C) = 71^\circ$</p>
--	---

Ngày dạy:

HÀM SỐ BẬC NHẤT. ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ $y = ax + b$ ($a \neq 0$)

A. Kiến thức cơ bản

1. Định nghĩa hàm số bậc nhất

- Hàm số bậc nhất là hàm số được cho bởi công thức $y = ax + b$ ($a \neq 0$), trong đó a, b là các số cho trước

2. Tính chất của hàm số bậc nhất : Hàm số bậc nhất $y = ax + b$ ($a \neq 0$) xác định với mọi x thuộc R và có tính chất sau :

a) Đồng biến trên R, khi $a > 0$

b) Nghịch biến trên R, khi $a < 0$

3. Đồ thị của hàm số $y = ax$

- Đồ thị của hàm số $y = ax$ là 1 đường thẳng đi qua gốc tọa độ O

- Cách vẽ

+ Cho $x = 0 \Rightarrow y = a \Rightarrow A(0; a)$

+ Đường thẳng đi qua gốc tọa độ O và A(0 ; a) là đồ thị hàm số $y = ax$

4. Đồ thị của hàm số $y = ax + b$ ($a \neq 0$)

- Đồ thị của hàm số $y = ax + b$ ($a \neq 0$) là 1 đường thẳng

+ Cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng b

+ Song song với đường thẳng $y = ax$ nếu b khác 0; trùng với đường thẳng $y = ax$ nếu b = 0

- Chú ý : Đồ thị của hàm số $y = ax + b$ ($a \neq 0$) còn được gọi là đường thẳng $y = ax + b$ ($a \neq 0$)

b được gọi là tung độ gốc của đường thẳng

* Cách vẽ : 2 bước

- Bước 1 : Tìm giao của đồ thị với 2 trục tọa độ

+ Giao của đồ thị với trục tung : cho $x = 0 \Rightarrow y = b \Rightarrow A(0; b)$

+ Giao của đồ thị với trục hoành : cho $y = 0 \Rightarrow x = \frac{-b}{a} \Rightarrow B\left(\frac{-b}{a}; 0\right)$

- Bước 2 : Vẽ đường thẳng đi qua 2 điểm A ; B ta được đồ thị hàm số $y = ax + b$ ($a \neq 0$)

B. Bài tập áp dụng

Bài 1 : Cho hàm số $y = f(x) = \frac{-1}{2}x + 3$. Tính $f(0)$; $f(1)$; $f(-1)$; $f(2)$; $f(-2)$; $f(8)$

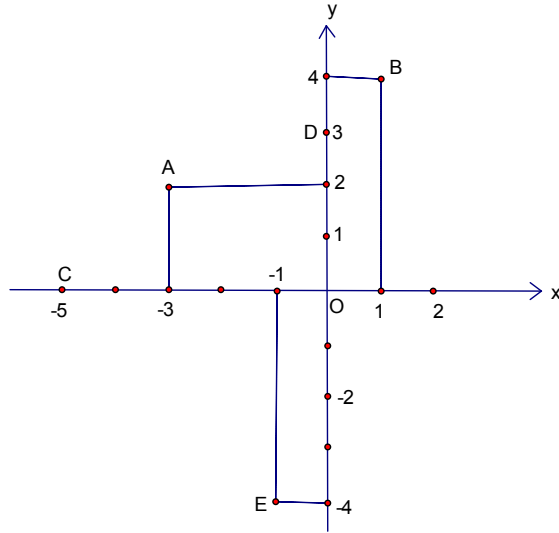
LG

- Lập bảng giá trị tương ứng của x và f(x)

x	-2	-1	0	1	2	8
$f(x) = \frac{-1}{2}x + 3$	-4	$\frac{7}{2}$	3	$\frac{5}{2}$	2	-1

Bài 2 : Biểu diễn các điểm sau trên mặt phẳng tọa độ? A(-3; 2), B(1; 4), C(-5; 0), D(0; 3), E(-1; -4)

LG



Bài 3: Tìm m để hàm số sau là hàm số bậc nhất?

a) $y = (m-4)x + 2009$

b) $(2m-3)x + 2m + 1$

c) $y = \frac{m+2}{m-2}x + 4$

d) $y = \sqrt{3-m}x + 5\sqrt{3-m}$

LG

a) $\Leftrightarrow m-4 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 4$

b) $\Leftrightarrow 2m-3 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq \frac{3}{2}$

c) $\Leftrightarrow \frac{m+2}{m-2} \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m+2 \neq 0 \\ m-2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -2 \\ m \neq 2 \end{cases}$

d) $\Leftrightarrow \sqrt{3-m} \neq 0 \Leftrightarrow 3-m > 0 \Leftrightarrow m < 3$

Bài 4: Cho hàm số $y = (m-5)x + 2010$. Tìm m để hàm số trên là

a) hàm số bậc nhất

b) hàm số đồng biến, nghịch biến

LG

a) $\Leftrightarrow m-5 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 5$

b) hàm số đồng biến $\Leftrightarrow m-5 > 0 \Leftrightarrow m > 5$

- hàm số nghịch biến $\Leftrightarrow m-5 < 0 \Leftrightarrow m < 5$

Bài 5 : Cho hàm số $y = (m^2 - 5m + 6)x + 2$. Tìm m để

a) hàm số trên là hàm số bậc nhất

b) hàm số đồng biến, nghịch biến

c) đồ thị hàm số đi qua điểm A(1 ; 4)

LG

a) hàm số đã cho là hàm số bậc nhất $\Leftrightarrow m^2 - 5m + 6 \neq 0 \Leftrightarrow (m-2)(m-3) \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m-2 \neq 0 \\ m-3 \neq 0 \end{cases}$

b) hàm số đồng biến $\Leftrightarrow m^2 - 5m + 6 > 0 \Leftrightarrow (m-2)(m-3) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m-2 > 0 \\ m-3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ m > 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 3 \\ m < 2 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m-2 < 0 \\ m-3 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 2 \\ m < 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 3 \\ m < 2 \end{cases}$

*) hàm số ngh.biến

$$\Leftrightarrow m^2 - 5m + 6 < 0 \Leftrightarrow (m-2)(m-3) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m-2 > 0 \\ m-3 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ m < 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 < m < 3 \\ \text{ko tm} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m-2 < 0 \\ m-3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 2 \\ m > 3 \end{cases}$$

c) vì đồ thị hàm số đi qua A(1 ; 4) nên :

$$4 = (m^2 - 5m + 6) \cdot 1 + 2 \Leftrightarrow m^2 - 5m + 4 = 0 \Leftrightarrow (m-1)(m-4) = 0$$

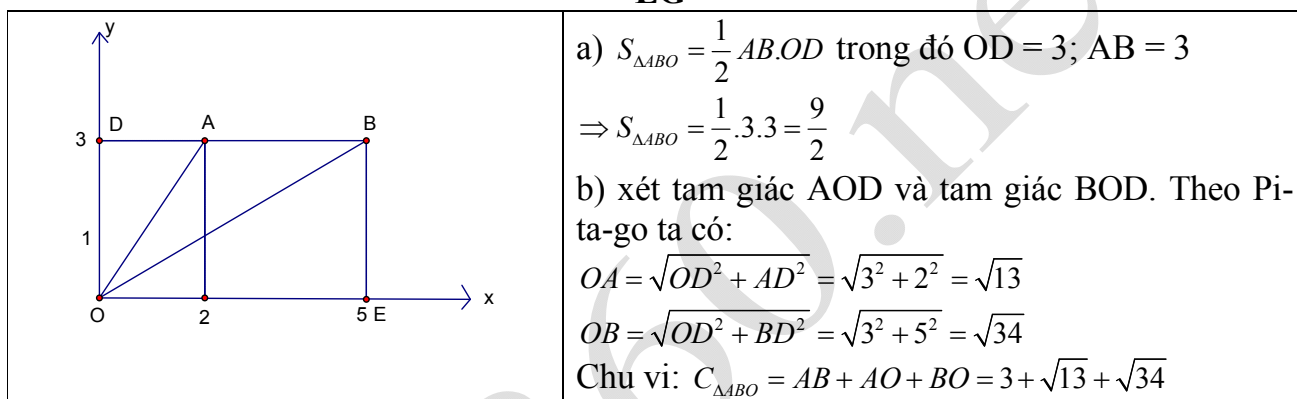
$$\Leftrightarrow \begin{cases} m-1=0 \\ m-4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=1 \\ m=4 \end{cases}$$

Bài 6 : Vẽ tam giác ABO trên mặt phẳng tọa độ Oxy. Biết O(0 ; 0) , A(2 ; 3), B(5 ; 3)

a) Tính diện tích tam giác ABO

b) Tính chu vi tam giác ABO

LG



Bài 7: Cho hàm số $y = (m-1) \cdot x + m$

a) Xác định m để đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 2

b) Xác định m để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng -3

c) Vẽ đồ thị của 2 hàm số ứng với giá trị của m vừa tìm được ở câu a) và b) trên cùng mặt phẳng tọa độ Oxy

LG

a) hàm số $y = (m-1) \cdot x + m$ có tung độ gốc $b = m$

- vì đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 2, nên $m = 2$

- hàm số có dạng : $y = x + 2$

b) vì đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng -3, nên tung độ của điểm này

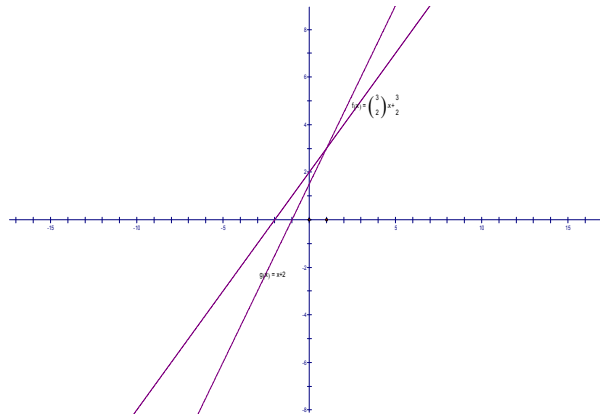
bằng 0, ta có : $0 = (m-1)(-3) + m \Leftrightarrow 2m = 3 \Leftrightarrow m = \frac{3}{2}$

- hàm số có dạng : $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$

c)

x	0	-2
$y = x + 2$	2	0

x	0	-3
$y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	0



Bài 8 : Cho các hàm số : $y = x + 4$; $y = -2x + 4$

a) Vẽ 2 đồ thị hàm số trên cùng mặt phẳng tọa độ

b) 2 đường thẳng $y = x + 4$; $y = -2x + 4$ cắt nhau tại C và cắt trục hoành theo thứ tự tại A và B. Tính chu vi và diện tích của tam giác ABC

LG

a) Vẽ 2 đồ thị hàm số trên cùng mặt phẳng tọa độ

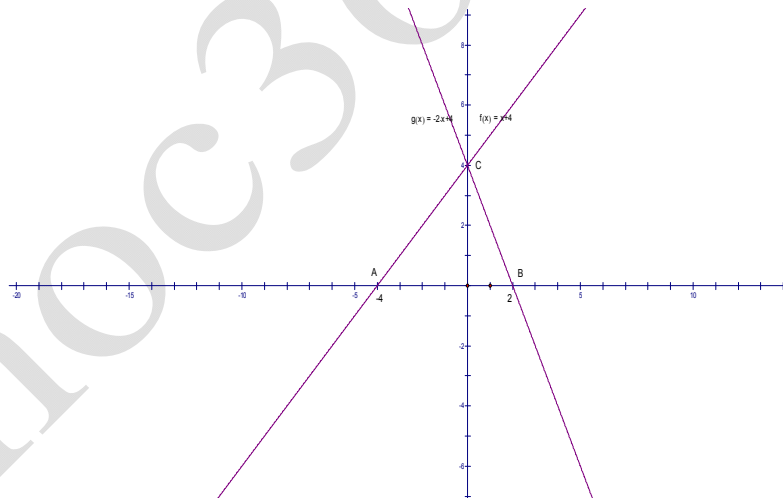
* Bảng các giá trị của x và y là :

+) hàm số $y = x + 4$

x	0	-4
$y = x + 4$	4	0

+) hàm số $y = -2x + 4$

x	0	2
$y = -2x + 4$	4	0



b) $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot CO$ trong đó $AB = 6$; $CO = 4 \Rightarrow S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 4 = 12$

xét tam giác vuông AOC và tam giác vuông BCO. Theo Pi-ta-go, ta có:

$$AC = \sqrt{OA^2 + OC^2} = \sqrt{4^2 + 4^2} = 4\sqrt{2}$$

$$BC = \sqrt{OB^2 + OC^2} = \sqrt{2^2 + 4^2} = 2\sqrt{5}$$

Chu vi: $C_{\Delta ABO} = AB + AC + BC = 6 + 4\sqrt{2} + 2\sqrt{5}$

Ngày dạy:

SỰ XÁC ĐỊNH ĐƯỜNG TRÒN. TÍNH CHẤT ĐỐI XỨNG CỦA ĐƯỜNG TRÒN

A. Kiến thức cơ bản

1. Định nghĩa của đường tròn: Đường tròn tâm O, bán kính R, ký hiệu: (O; R) là tập hợp các điểm cách O một khoảng bằng R

2. Vị trí tương đối của 1 điểm đối với đường tròn: Cho (O; R) và 1 điểm M trong cùng 1 mặt phẳng

- điểm M nằm trên (O) $\Leftrightarrow OM = R$
- điểm M nằm bên trong (O) $\Leftrightarrow OM < R$
- điểm M nằm bên ngoài (O) $\Leftrightarrow OM > R$

3. Sự xác định đường tròn

- Định lý: Qua 3 điểm không thẳng hàng ta vẽ được 1 và chỉ 1 đường tròn

- Chú ý:

+ tâm của đường tròn đi qua 3 điểm không thẳng hàng là giao điểm của các đường trung trực của tam giác ABC. Đường tròn đi qua 3 điểm không thẳng hàng A, B, C được gọi là đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC và tam giác ABC nội tiếp đường tròn

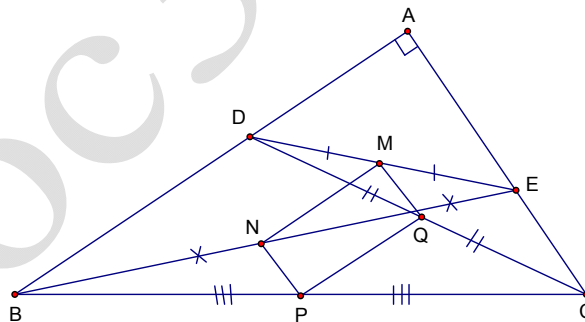
+ không vẽ được đường tròn nào đi qua 3 điểm thẳng hàng

+ để chứng minh nhiều điểm cùng nằm trên 1 đường tròn, ta chứng minh các điểm ấy cùng cách đều 1 điểm cố định. Điểm cố định ấy là tâm của đường tròn, khoảng cách đều ấy là bán kính của đường tròn

B. Bài tập áp dụng

Bài 1: Cho tam giác ABC vuông tại A. Trên AB, AC lần lượt lấy các điểm D, E. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của DE, EB, BC, CD. CMR: 4 điểm M, N, P, Q cùng thuộc 1 đường tròn

LG



+ Xét tam giác EDB, ta có:

$$\left. \begin{array}{l} ME = MD \\ NE = NB \end{array} \right\} \Rightarrow MN \text{ là đường trung bình của } \triangle EDB, \text{ suy ra } MN // = \frac{1}{2} EB \text{ (1) hay } MN // AB$$

+ Xét tam giác BCD, ta có :

$$\left. \begin{array}{l} QC = QD \\ PC = PB \end{array} \right\} \Rightarrow PQ \text{ là đường trung bình của tam giác BCD, suy ra } PQ // = \frac{1}{2} BD \quad (2)$$

+ Từ (1) và (2) $\Rightarrow MN // = PQ \Rightarrow$ tứ giác MNPQ là hình bình hành (*)

+ Xét tam giác CDE, ta có :

$$\left. \begin{array}{l} MD = ME \\ QD = QC \end{array} \right\} \Rightarrow MQ \text{ là đường trung bình của } \triangle CDE, \text{ suy ra } MQ // CE \Rightarrow MQ // AC$$

$$+ \text{ Ta có : } \left. \begin{array}{l} MQ // AC \\ MN // AB \\ \text{mà } AC \perp AB \end{array} \right\} \Rightarrow MQ \perp MN \Rightarrow \angle M = 90^0 \quad (**)$$

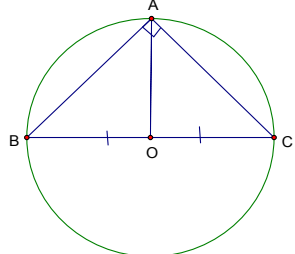
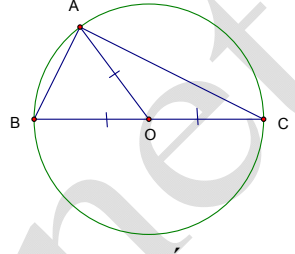
+ Từ (*) và (**) \Rightarrow tứ giác MNPQ là hình chữ nhật, gọi O là giao điểm của MP và NQ $\Rightarrow OM = ON = OP = OQ \Rightarrow$ 4 điểm M, N, P, Q cùng thuộc 1 đường tròn

Bài 2 : Chứng minh định lý sau :

a) Tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác vuông là trung điểm của cạnh huyền

b) Nếu 1 tam giác có 1 cạnh là đường kính của đường tròn ngoại tiếp thì tam giác đó là tam giác vuông

LG

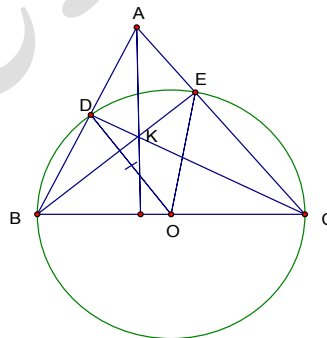
	
<p>Xét tam giác ABC vuông tại A. Gọi O là trung điểm của BC $\Rightarrow OA = OB = OC$ (vì AO là trung tuyến của tam giác) \Rightarrow O là tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC</p>	<p>Vì tam giác ABC nội tiếp đường tròn tâm O có đường kính BC $\Rightarrow OA = OB = OC$ $\Rightarrow OA = \frac{1}{2} BC$ \Rightarrow tam giác ABC vuông tại A</p>

Bài 3 : Cho tam giác ABC nhọn, vẽ đường tròn (O ; $\frac{1}{2} BC$) cắt các cạnh AB, AC theo thứ tự tại D và E

a) Chứng minh rằng : CD vuông góc với AB ; BE vuông góc với AC

b) Gọi K là giao điểm của BE và CD. Chứng minh rằng : AK vuông góc với BC

LG



a) Theo bài 2, tam giác BCD và tam giác BCE có cạnh BC là đường kính \Rightarrow tam giác BCD vuông tại D (\Rightarrow CD vuông góc với AB) và tam giác BCE vuông tại E (\Rightarrow BE vuông góc với AC)

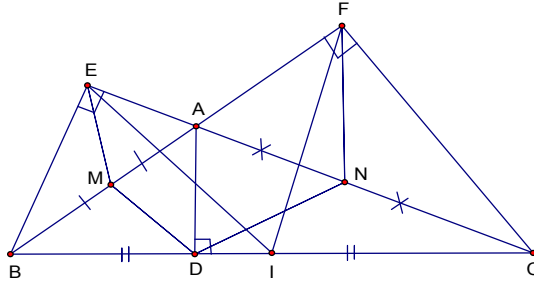
b) Xét tam giác ABC, ta có :

$$\left. \begin{array}{l} BE \perp AC \\ CD \perp AB \\ \text{mà } BE \times CD = K \end{array} \right\} \Rightarrow K \text{ là trực tâm của tam giác ABC} \Rightarrow AK \text{ vuông góc với BC}$$

Bài 4 : Cho tam giác ABC, góc A $> 90^0$. Gọi D, E, F theo thứ tự là chân các đường cao kẻ từ A, B, C. Chứng minh rằng:

- a) Các điểm A, D, B, E cùng nằm trên 1 đường tròn
 b) Các điểm A, D, C, F cùng nằm trên 1 đường tròn
 c) Các điểm B, C, E, F cùng nằm trên 1 đường tròn

LG



- a) gọi M là trung điểm của AB

xét tam giác ADB, $\angle D = 90^\circ \Rightarrow MA = MB = MD = \frac{1}{2} AB$ (1)

xét tam giác AEB, $\angle E = 90^\circ \Rightarrow MA = ME = MB = \frac{1}{2} AB$ (2)

từ (1) và (2) $\Rightarrow MA = MB = MD = ME \Rightarrow$ các điểm A, D, B, E cùng nằm trên 1 đường tròn

- b) gọi N là trung điểm của AC

xét tam giác ADC vuông tại D và tam giác AFC vuông tại F, ta có: DN, FN lần lượt là trung tuyến ứng với cạnh huyền BC $\Rightarrow NA = ND = NC = NF \Rightarrow$ A, D, C, F cùng nằm trên 1 đường tròn

- c) gọi I là trung điểm của BC

(chứng minh tương tự)

Bài 5: Cho tam giác ABC có $AB = AC$ nội tiếp đường tròn tâm O, đường cao AH của tam giác cắt đường tròn (O) tại D

- a) Chứng minh rằng AD là đường kính của đường tròn tâm O

- b) Tính góc ACD

- c) Cho $BC = 12\text{cm}$, $AC = 10\text{cm}$. Tính AH và bán kính của đường tròn tâm O

LG

a) + vì $AB = AC \Rightarrow$ tam giác ABC cân tại A, mà AH vuông góc với BC \Rightarrow AH là đường trung trực của BC \Rightarrow AD cũng là trung trực của BC (1)

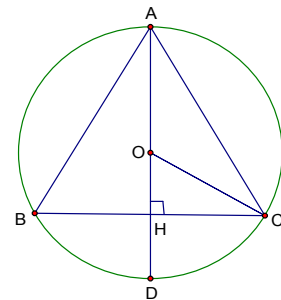
+ do tam giác ABC nội tiếp đường tròn tâm O \Rightarrow O thuộc đường trung trực của BC (2)

+ từ (1) và (2) \Rightarrow O thuộc AD \Rightarrow AD là đường kính của đường tròn (O)

b) theo bài 2 tam giác ACD nội tiếp đường tròn (O) có AD là đường kính \Rightarrow góc $ACD = 90^\circ$

c) + vì $AD \perp BC \Rightarrow BH = CH = \frac{1}{2} BC = \frac{1}{2} \cdot 12 = 6\text{ cm}$

+ xét tam giác AHC vuông tại H, ta có: $AC^2 = AH^2 + CH^2 \Rightarrow AH = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8\text{ cm}$



+ xét tam giác ACD vuông tại C, áp dụng hệ thức về cạnh và đường cao trong tam giác vuông ta có: $AC^2 = AD.AH \Rightarrow AD = \frac{AC^2}{AH} = \frac{10^2}{8} = 12,5cm \Rightarrow$ bán kính của đường tròn (O) là

$$R = \frac{1}{2}AD = \frac{1}{2}.12,5 = 6,25cm$$

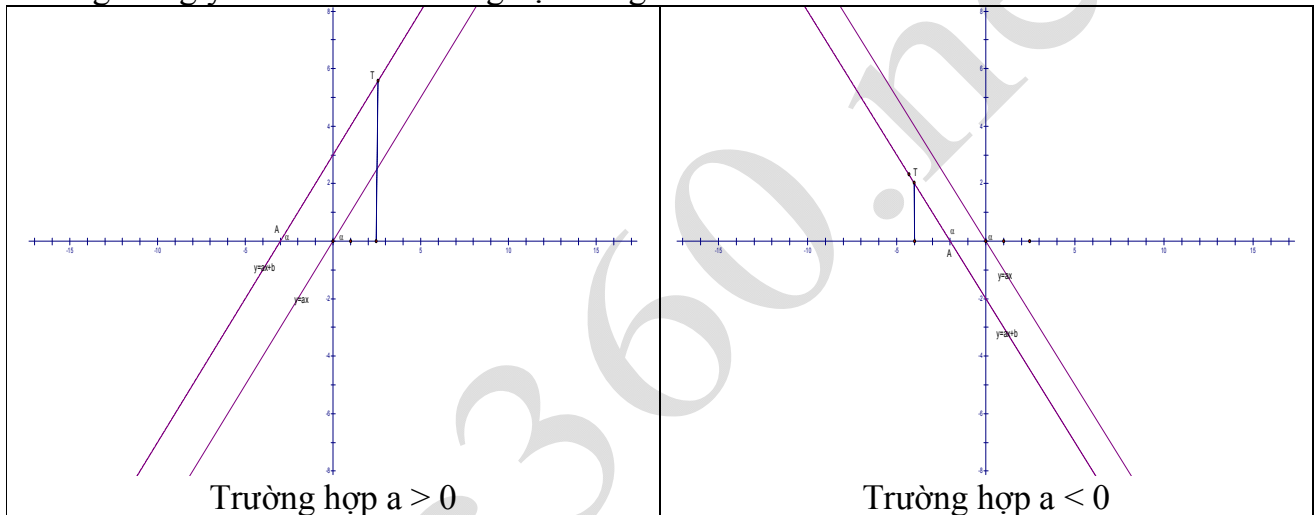
Ngày dạy:

HỆ SỐ GÓC CỦA ĐƯỜNG THẲNG. ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG, ĐƯỜNG THẲNG CẮT NHAU

A. Kiến thức cơ bản

1. Góc tạo bởi đường thẳng $y = ax + b$ (a khác 0) và trục Ox

- Góc α tạo bởi đường thẳng $y = ax + b$ (a khác 0) và trục Ox là góc tạo bởi tia Ax và tia AT, trong đó A là giao điểm của đường thẳng $y = ax + b$ với trục Ox; T là điểm thuộc đường thẳng $y = ax + b$ và có tung độ dương



- với $a > 0 \Rightarrow 0^\circ < \alpha < 90^\circ$, a càng lớn thì α càng lớn

- với $a < 0 \Rightarrow 90^\circ < \alpha < 180^\circ$, a càng lớn thì α càng lớn

2. $y = ax + b$ (a khác 0) thì a được gọi là hệ số góc của đường thẳng

3. Với 2 đường thẳng (d): $y = ax + b$ và (d'): $y = a'x + b'$ ($a, a' \neq 0$), ta có:

$$+ (d) // (d') \Leftrightarrow a = a'; b \neq b'$$

$$+ (d) \equiv (d') \Leftrightarrow a = a'; b = b'$$

$$+ (d) \times (d') \Leftrightarrow a \neq a'$$

$$+ (d) \perp (d') \Leftrightarrow a.a' = -1$$

- Chú ý: khi a khác a' và b = b' thì 2 đường thẳng có cùng tung độ gốc, do đó chúng cắt nhau tại 1 điểm trên trục tung có tung độ là b

B. Bài tập áp dụng

Bài 1: Xác định hệ số góc k của đường thẳng $y = kx + 3 - k$ trong mỗi trường hợp sau:

a) Đường thẳng song song với đồ thị hàm số $y = \frac{2}{3}x$

b) Cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 2

c) Cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 3

LG

a) Vì đt $y = kx + 3 - k$ song song với đths $y = \frac{2}{3}x \Rightarrow k = \frac{2}{3} \Rightarrow$ ptđt có dạng: $y = \frac{2}{3}x - \frac{7}{3}$

- b) Vì đths $y = kx + 3 - k$ cắt trục tung tại điểm có tung độ là $b = 3 - k$, mà theo giả thiết đths cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 2 nên $3 - k = 2 \Rightarrow k = 1 \Rightarrow$ ptđt có dạng: $y = x + 2$
 c) Vì đt $y = kx + 3 - k$ cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 3, nên tung độ tại điểm này bằng 0

ta có : $0 = 3k + 3 - k \Leftrightarrow k = \frac{-3}{2} \Rightarrow$ ptđt có dạng : $y = \frac{-3}{2}x + \frac{9}{2}$

Bài 2 : Cho hs bậc nhất : $y = ax - 4$ (1). Xác định hệ số a trong mỗi trường hợp sau

- a) đths (1) cắt đường thẳng $y = 2x - 1$ tại điểm có hoành độ bằng 2
 b) đths (1) cắt đường thẳng $y = -3x + 2$ tại điểm có tung độ bằng 5

LG

a) Gọi M là giao điểm của đths (1) và đt $y = 2x - 1 \Rightarrow$ tọa độ điểm M thỏa mãn đồng thời cả 2 đt trên

- tung độ của điểm M là $y = 2.2 - 1 = 3 \Rightarrow M(2 ; 3)$

- vì đths (1) đi qua điểm $M(2 ; 3)$, nên ta có : $3 = 2.a - 4 \Rightarrow a = 7/2$

b) Gọi N là giao điểm của đths (1) và đt $y = -3x + 2 \Rightarrow$ tọa độ điểm N thỏa mãn đồng thời cả 2 đt trên

- hoành độ của điểm N là $5 = -3x + 2 \Rightarrow x = -1 \Rightarrow N(-1 ; 5)$

- vì đths (1) đi qua $N(-1 ; 5)$, nên ta có : $5 = a.(-1) - 4 \Rightarrow a = -9$

Bài 3 : Cho hs : $y = -2x + 3$

a) Vẽ đths trên

b) Xác định hs có đthị là đt đi qua gốc tọa độ và vuông góc với đt $y = -2x + 3$

c) Tìm tọa độ giao điểm A của đt $y = -2x + 3$ và đt tìm được ở câu b)

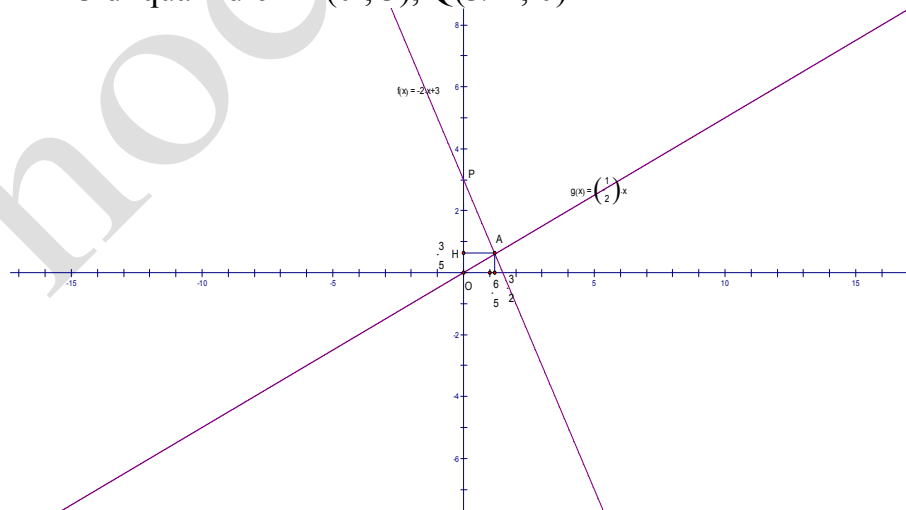
d) Gọi P là giao điểm của đt $y = -2x + 3$ với trục tung. Tìm diện tích tam giác OAP

LG

a) Vẽ đths $y = -2x + 3$

x	0	3/2
$y = -2x + 3$	3	0

\Rightarrow đths $y = -2x + 3$ đi qua 2 điểm P(0 ; 3), Q(3/2 ; 0)



b) đt qua gốc tọa độ O có dạng $y = ax$ (a khác 0)

- vì $y = -2x + 3$ và $y = ax$ vuông góc với nhau nên : $-2a = 1 \Rightarrow a = -1/2$

\Rightarrow hs có dạng : $y = \frac{1}{2}x$

c) tìm tọa độ giao điểm của $y = -2x + 3$ và $y = \frac{1}{2}x$

- gọi A là giao điểm của 2 đt trên \Rightarrow tọa độ điểm A thỏa mãn cả 3 đt trên

- hoành độ điểm A là nghiệm của pt : $-2x + 3 = \frac{1}{2}x \Leftrightarrow x = \frac{6}{5}$

- tung độ của điểm A là : $y = \frac{1}{2} \cdot \frac{6}{5} = \frac{3}{5}$

Vậy giao điểm A của 2 đt trên có tọa độ : $A(\frac{6}{5}; \frac{3}{5})$

d) $S_{\Delta AOP} = \frac{1}{2} AH \cdot OP$ trong đó : $AH = \frac{6}{5}$; $OP = 3$

$\Rightarrow S_{\Delta AOP} = \frac{1}{2} \cdot \frac{6}{5} \cdot 3 = \frac{9}{5}$ (đvdt)

Bài 4 : Cho hàm số : $y = \frac{m-1}{m+1}x + m + 2$ (1)

a) Với gtr nào của m thì (1) là hsbn?

b) Với gtr nào của m thì (1) là hs đồng biến?

c) Với gtr nào của m thì đths (1) đi qua điểm $A(1; 2)$?

LG

a) hs (1) là hsbn $\Leftrightarrow \frac{m-1}{m+1} \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m-1 \neq 0 \\ m+1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \neq \pm 1$

b) hs (1) đồng biến $\Leftrightarrow \frac{m-1}{m+1} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m-1 > 0 \\ m+1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > 1$
 $\Leftrightarrow \begin{cases} m-1 < 0 \\ m+1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < -1$
 $\Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m < -1 \end{cases}$

c) vì đths (1) đi qua A nên tọa độ điểm A thỏa mãn hs (1), ta có:

$$2 = \frac{m-1}{m+1} + m + 2 \Leftrightarrow 2(m+1) = m-1 + (m+1)(m+2) \Leftrightarrow m^2 + 2m - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow (m+1)^2 - 2 = 0 \Leftrightarrow (m+1-\sqrt{2})(m+1+\sqrt{2}) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 + \sqrt{2} \\ m = -1 - \sqrt{2} \end{cases}$$

Bài 5:

a) Vẽ đt các hs sau trên cùng mặt phẳng tọa độ:

$$y = 2x \quad (1); \quad y = 0,5x \quad (2); \quad y = -x + 6 \quad (3)$$

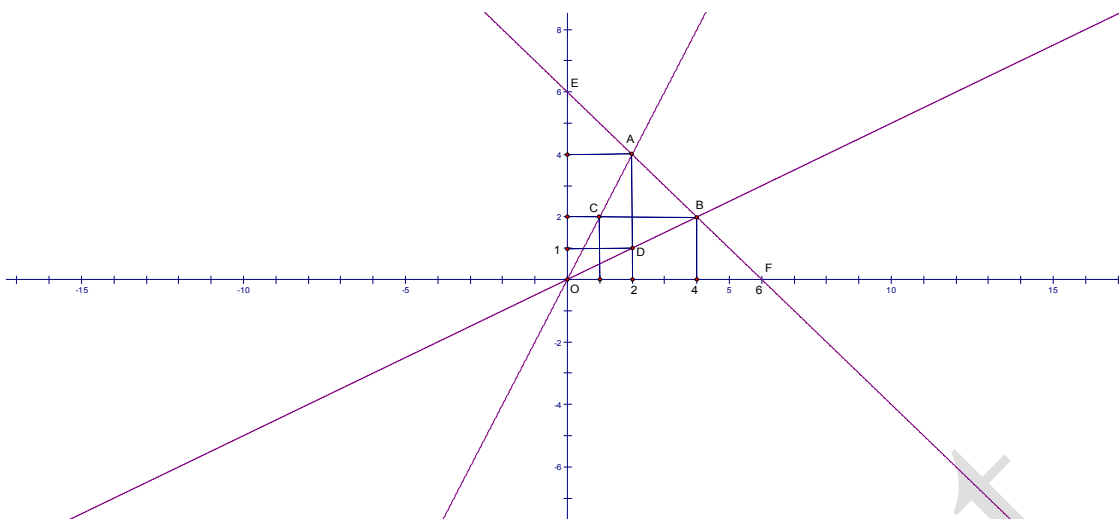
b) Gọi các giao điểm của các đt có pt (3) với 2 đt có pt (1) và (2) theo thứ tự là A và B.

Tìm tọa độ của 2 điểm A và B

c) Tính các góc của tam giác OAB

LG

a) vẽ đt



- đths (1) đi qua điểm O và C(1; 2)
- đths (2) đi qua điểm O và D(2; 1)
- đths (3) đi qua điểm E(0; 6) và F(6; 0)

b) Tìm tọa độ điểm A và B

- hoành độ điểm A thỏa mãn pt: $2x = -x + 6 \Rightarrow x = 2$

Thay $x = 2$ vào (1) ta đc $y = 4 \Rightarrow A(2; 4)$

- hoành độ điểm B thỏa mãn pt : $0,5x = -x + 6 \Rightarrow x = 4$

Thay $x = 4$ vào (2) ta đc $y = 2 \Rightarrow B(4 ; 2)$

c) ta có :
$$\left. \begin{array}{l} OA = \sqrt{2^2 + 4^2} = \sqrt{20} \\ OB = \sqrt{2^2 + 4^2} = \sqrt{20} \end{array} \right\} \Rightarrow OA = OB \Rightarrow \Delta OAB \text{ cân tại O}$$

Ta lại có : $\widehat{AOB} = \widehat{AOx} - \widehat{BOx}$ trong đó :

$$\tan \widehat{AOx} = \frac{4}{2} = 2 \Rightarrow \widehat{AOx} \approx 63^{\circ}26';$$

$$\tan \widehat{BOx} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{BOx} \approx 26^{\circ}34'$$

$$\Rightarrow \widehat{AOB} = 63^{\circ}26' - 26^{\circ}34' = 36^{\circ}52'$$

$$\Rightarrow \widehat{A} = \widehat{B} = \frac{180^{\circ} - 36^{\circ}52'}{2} = 71^{\circ}34'$$

Ngày dạy:

DẤU HIỆU NHẬN BIẾT TIẾP TUYẾN CỦA ĐƯỜNG TRÒN. TÍNH CHẤT HAI TIẾP TUYẾN CẮT NHAU

A. Kiến thức cơ bản

1. Dấu hiệu nhận biết tiếp tuyến của đường tròn

Đường thẳng a là tiếp tuyến của đtr (O ; R) $\Leftrightarrow d = R$ (d : là khoảng cách từ tâm O đến a)

Nếu đt a đi qua 1 điểm của đtr và vuông góc với bán kính đi qua điểm đó thì đt a là 1 tiếp tuyến của đtr

2. Tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau

Nếu 2 tiếp tuyến của đtr cắt nhau tại một điểm thì :

- điểm đó cách đều hai tiếp điểm
- tia kẻ từ điểm đó đi qua tâm là tia phân giác của góc tạo bởi hai tiếp tuyến
- tia kẻ từ tâm đi qua điểm đó là tia phân giác của góc tạo bởi hai bán kính đi qua 2 tiếp điểm

3. Đường tròn nội tiếp tam giác

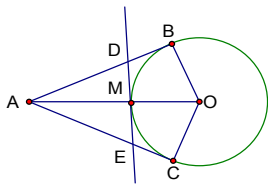
- đtr nội tiếp tam giác là đtr tiếp xúc với 3 cạnh của tam giác
- tâm của đtr nội tiếp tam giác là giao điểm của 3 đường phân giác của các góc trong tam giác

4. Đường tròn bàng tiếp tam giác

- đtr bàng tiếp tam giác là đtr tiếp xúc với 1 cạnh của tam giác và tiếp xúc với phần kéo dài của hai cạnh còn lại
- tâm của đtr bàng tiếp tam giác là giao điểm của 2 đường phân giác các góc ngoài tại hai đỉnh của tam giác
- mỗi tam giác có 3 đtr bàng tiếp

B. Bài tập áp dụng

Bài 1 : Từ 1 điểm A nằm bên ngoài đtr (O), kẻ các tiếp tuyến AB và AC với đtr (B ; C là các tiếp điểm). Qua điểm M thuộc cung nhỏ BC, kẻ tt với đtr (O), tt này cắt các tt AB, AC theo thứ tự tại D và E. Chứng minh rằng chu vi tam giác ADE bằng 2.AB



LG

Theo tính chất 2 tt cắt nhau, ta có :

$$DM = DB \quad (1) ;$$

$$EM = EC \quad (2)$$

Chu vi tam giác ADE là :

$$C_{\triangle ADE} = AD + AE + DE = AD + AE + DM + EM \quad (3)$$

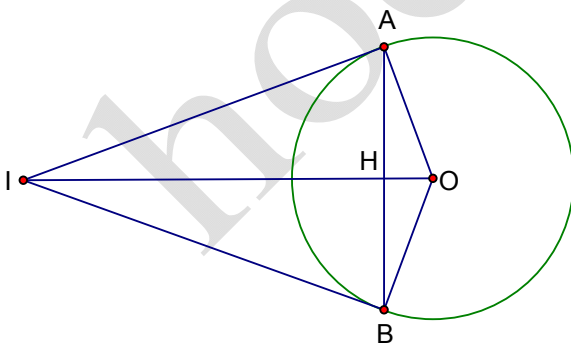
Từ (1) ; (2) và (3) :

$$\Rightarrow C_{\triangle ADE} = AD + AE + DB + EC = (AD + DB) + (AE + EC) = AB + AC = 2AB \quad (\text{vì } AB = AC)$$

Bài 2 : Cho đtr (O), điểm I nằm bên ngoài đtr (O). Kẻ các tt IA và IB với đtr (A, B là các tiếp điểm). Gọi H là giao điểm của IO và AB. Biết AB = 24cm ; IA = 20cm

a) Tính độ dài AH ; IH ; OH

b) Tính bán kính của đtr (O)



LG

- Theo tính chất của 2 tt cắt nhau, ta có:
IA = IB = 20cm; IO là phân giác của góc AIB

- Tam giác IAB cân tại I, có IH là phân giác \Rightarrow IH cũng đồng thời là đường cao và là đg trung tuyến

$$\Rightarrow AH = BH = \frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} \cdot 24 = 12 \text{ cm}$$

- Xét tam giác AHI vuông tại H

ta có : $IH^2 = IA^2 - AH^2 = 20^2 - 12^2 = 16^2 \Rightarrow IH = 16 \text{ cm}$ (theo Pytago)

- Xét tam giác AIO, vuông tại A, áp dụng hệ thức về cạnh và đg cao trong tam giác vuông ta có :

$$AH^2 = HI \cdot HO \Rightarrow HO = \frac{AH^2}{HI} = \frac{12^2}{16} = 9$$

$$AO^2 = IO \cdot OH = (IH + OH) \cdot OH = (16 + 9) \cdot 9 = 225 \Rightarrow AO = 15 \text{ cm}$$

Bài 3 : Cho nửa đtr (O ; R) đg kính AB. Gọi Ax, By là các tia vuông góc với AB (Ax, By và nửa đtr cùng thuộc nửa mp có bờ là AB). Lấy M thuộc Ax, qua M kẻ tt với nửa đtr, cắt By tại N

- Tính góc MON
- CMR : $MN = AM + BN$
- CMR: $AM \cdot BN = R^2$

LG

a) - theo tc của 2 tt cắt nhau, ta có:

$$\widehat{O}_1 = \widehat{O}_2 = \frac{1}{2} \widehat{AOH}; MA = MH \quad (1)$$

$$\widehat{O}_3 = \widehat{O}_4 = \frac{1}{2} \widehat{BOH}; NB = NH$$

- ta có:

$$\widehat{MON} = \widehat{O}_2 + \widehat{O}_3 = \frac{1}{2} (\widehat{AOH} + \widehat{BOH}) = \frac{1}{2} \cdot 180^\circ = 90^\circ$$

b) do $MN = MH + NH$ (2)

=> từ (1) và (2) : $MN = MA + NB$

c) Xét tam giác MON vuông tại O, theo hệ thức về cạnh và đg cao trong tam giác vuông, ta có :

$$\left. \begin{array}{l} OH^2 = MH \cdot NH = AM \cdot BN \\ \text{mà } OH = R \end{array} \right\} \Rightarrow AM \cdot BN = R^2$$

Bài 4: Cho đtr (O; R) và 1 điểm A nằm cách O 1 khoảng bằng 2R. Từ A vẽ các tt AB, AC với đtr (B, C là các tiếp điểm). đg thg vuông góc với OB tại O cắt AC tại N, đg thg vuông góc với OC tại O cắt AB tại M

- CMR: AMON là hình thoi
- Đthg MN là tt của đtr (O)
- Tính diện tích hình thoi AMON

LG

a) + vì AB, AC là 2 tt của đtr (O)

$$\Rightarrow AB \perp OB; AC \perp OC$$

+ mà $ON \perp OB; OM \perp OC$

Nên $AB \parallel ON, AC \parallel OM \Rightarrow$ tứ giác AMON là Hình bình hành (1)

+ mặt khác : $\widehat{A}_1 = \widehat{A}_2$ (tc 2 tt cắt nhau) (2)

+ từ (1) và (2) => tứ giác AMON là hình thoi

b) + vì AMON là hình thoi $\Rightarrow MN \perp OA$ (3)

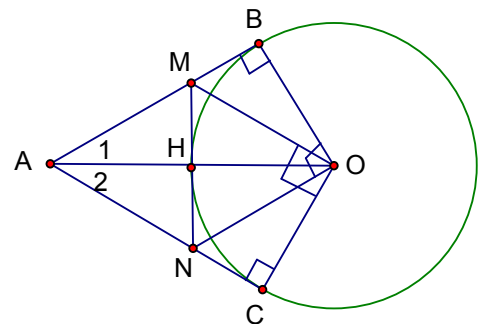
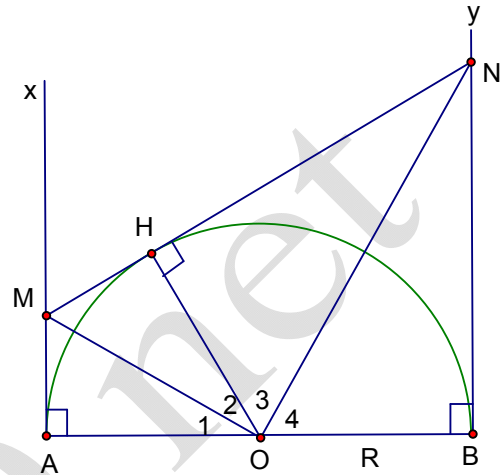
$$+ \text{ mặt khác : } HO = AH = \frac{1}{2} OA = \frac{1}{2} \cdot 2R = R \quad (4)$$

+ từ (3) và (4) => MN là tt của đtr (O)

c) + xét tam giác ABO, vuông tại B ta có : $\sin A_1 = \frac{OB}{OA} = \frac{R}{2R} = \frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{A}_1 = 30^\circ$

+ xét tam giác AHM vuông tại H, ta có :

$$MH = AH \cdot \tan A_1 = R \cdot \tan 30^\circ = R \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow MN = 2 \cdot MH = 2 \cdot R \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{2R\sqrt{3}}{3}$$



$$+ \text{ do đó : } S_{\square AMON} = \frac{1}{2} \cdot MN \cdot AO = \frac{1}{2} \cdot \frac{2R\sqrt{3}}{3} \cdot 2R = \frac{2R^2\sqrt{3}}{3} \text{ (đvdt)}$$

Ngày dạy:

ÔN TẬP ĐẠI SỐ + HÌNH HỌC

I. ĐẠI SỐ

Bài 1: Thực hiện phép tính

a) $\sqrt{50} - 3\sqrt{45} - 2\sqrt{18} + 5\sqrt{20} = 5\sqrt{2} - 9\sqrt{5} - 6\sqrt{2} + 10\sqrt{5} = -\sqrt{2} + \sqrt{5}$

b) $\frac{8+2\sqrt{2}}{3-\sqrt{2}} - \frac{2+3\sqrt{2}}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}} = \frac{(8+2\sqrt{2})(3+\sqrt{2})}{(3-\sqrt{2})(3+\sqrt{2})} - \frac{\sqrt{2}(\sqrt{2}+3)}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{2}(1+\sqrt{2})}{(1-\sqrt{2})(1+\sqrt{2})}$

$$= \frac{28+14\sqrt{2}}{7} - (\sqrt{2}+3) - (\sqrt{2}+2) = 4+2\sqrt{2} - \sqrt{2} - 3 - \sqrt{2} - 2 = -1$$

c) $\left(1 + \frac{7-\sqrt{7}}{1-\sqrt{7}}\right) \cdot \left(\frac{\sqrt{3}-\sqrt{21}}{\sqrt{3}} - 2\right) = \left(1 + \frac{\sqrt{7}(\sqrt{7}-1)}{1-\sqrt{7}}\right) \cdot \left(\frac{\sqrt{3}(1-\sqrt{7})}{\sqrt{3}} - 2\right) = (1-\sqrt{7}) \cdot (1-\sqrt{7}-2)$

$$= (1-\sqrt{7}) \cdot (-1-\sqrt{7}) = (-\sqrt{7}+1) \cdot (-\sqrt{7}-1) = (-\sqrt{7})^2 - 1^2 = 7-1=6$$

d) $\sqrt{10+2\sqrt{3-2\sqrt{29-12\sqrt{5}}}} = \sqrt{10+2\sqrt{3-2\sqrt{20-2.2\sqrt{5}.3+9}}} = \sqrt{10+2\sqrt{3-2\sqrt{(2\sqrt{5}-3)^2}}}$
 $= \sqrt{10+2\sqrt{3-2(2\sqrt{5}-3)}} = \sqrt{10+2\sqrt{3-4\sqrt{5}+6}} = \sqrt{10+2\sqrt{5-2.2\sqrt{5}+4}} = \sqrt{10+2\sqrt{(\sqrt{5}-2)^2}}$
 $= \sqrt{10+2(\sqrt{5}-2)} = \sqrt{10+2\sqrt{5}-4} = \sqrt{6+2\sqrt{5}} = \sqrt{5+2\sqrt{5}+1} = \sqrt{(\sqrt{5}+1)^2} = \sqrt{5}+1$

Bài 2: Cho biểu thức $B = 1: \left(\frac{x+2}{x\sqrt{x}+1} + \frac{\sqrt{x}-1}{x-\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}-1}{x-1}\right)$

a) RG biểu thức B

b) So sánh B với 1

LG

a) đk: $x \geq 0; x \neq 1$. Ta có:

$$\begin{aligned}
 B &= 1: \left(\frac{x+2}{(\sqrt{x}+1)(x-\sqrt{x}+1)} + \frac{\sqrt{x}-1}{x-\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}-1}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} \right) \\
 &= 1: \left(\frac{x+2}{(\sqrt{x}+1)(x-\sqrt{x}+1)} + \frac{\sqrt{x}-1}{x-\sqrt{x}+1} - \frac{1}{\sqrt{x}+1} \right) \\
 &= 1: \frac{x+2+(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)-(x-\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}+1)(x-\sqrt{x}+1)} = 1: \frac{x+2+x-1-x+\sqrt{x}-1}{(\sqrt{x}+1)(x-\sqrt{x}+1)} \\
 &= 1: \frac{x+\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+1)(x-\sqrt{x}+1)} = 1: \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}+1)(x-\sqrt{x}+1)} = 1: \frac{\sqrt{x}}{x-\sqrt{x}+1} = \frac{x-\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}
 \end{aligned}$$

b) xét hiệu:

$$\begin{aligned}
 B-1 &= \frac{x-\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}} - 1 = \frac{x-\sqrt{x}+1-\sqrt{x}}{\sqrt{x}} = \frac{x-2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}} = \frac{(\sqrt{x}-1)^2}{\sqrt{x}} > 0 \\
 \Rightarrow B-1 > 0 &\Rightarrow B > 1
 \end{aligned}$$

Bài 3: Cho biểu thức: $P = \left(\frac{x\sqrt{x}-1}{x-\sqrt{x}} - \frac{x\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}} \right) : \left(\frac{2(x-2\sqrt{x}+1)}{x-1} \right)$

a) RG bth P

b) Tìm x để P < 0

c) Tìm x nguyên để P nguyên

LG

a) Đk: $0 < x \neq 1$. Ta có:

$$\begin{aligned}
 P &= \left(\frac{x\sqrt{x}-1}{x-\sqrt{x}} - \frac{x\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}} \right) : \left(\frac{2(x-2\sqrt{x}+1)}{x-1} \right) \\
 &= \left(\frac{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} - \frac{(\sqrt{x}+1)(x-\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)} \right) : \left(\frac{2(\sqrt{x}-1)^2}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} \right) \\
 &= \left(\frac{(x+\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}} - \frac{(x-\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}} \right) : \left(\frac{2(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}+1)} \right) = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}} \cdot \frac{\sqrt{x}+1}{2(\sqrt{x}-1)} = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}
 \end{aligned}$$

b) $P < 0 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} < 0 \Leftrightarrow \sqrt{x}-1 < 0$ (vì $\sqrt{x}+1 > 0$) $\Leftrightarrow \sqrt{x} < 1 \Leftrightarrow x < 1 \Leftrightarrow 0 < x < 1$

c) Ta có: $P = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} = \frac{\sqrt{x}-1+2}{\sqrt{x}-1} = 1 + \frac{2}{\sqrt{x}-1}$

$P \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow \frac{2}{\sqrt{x}-1} \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow 2 : \sqrt{x}-1 \Leftrightarrow \sqrt{x}-1 \in U(2)$, mà $U(2) = \{\pm 1; \pm 2\}$

+) $\sqrt{x}-1=1 \Leftrightarrow \sqrt{x}=2 \Leftrightarrow x=4$ (tm)

+) $\sqrt{x}-1=-1 \Leftrightarrow \sqrt{x}=0 \Leftrightarrow x=0$ (tm)

+) $\sqrt{x}-1=2 \Leftrightarrow \sqrt{x}=3 \Leftrightarrow x=9$ (tm)

+) $\sqrt{x}-1=-2 \Leftrightarrow \sqrt{x}=-1$ (loại)

Bài 4: Cho bth: $P = \left(\frac{3}{\sqrt{x}-1} - \frac{3}{\sqrt{x}} \right) : \left(\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2} - \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1} \right)$

- a) Đk?
 b) RG bth P
 c) Tìm x nguyên để P nguyên

LG

a) đk: $x > 0; x \neq 1; x \neq 4$

b) Ta có:

$$P = \frac{3\sqrt{x}-3(\sqrt{x}-1)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} : \frac{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1) - (\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-1)} = \frac{3}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} : \frac{x-1-x+4}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-1)}$$

$$= \frac{3}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} \cdot \frac{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-1)}{3} = \frac{(\sqrt{x}-2)}{\sqrt{x}}$$

c) Tìm x nguyên để P nguyên

$$P = \frac{(\sqrt{x}-2)}{\sqrt{x}} = 1 - \frac{2}{\sqrt{x}} \in Z \Leftrightarrow \sqrt{x} \in U_{(2)} = \{\pm 1; \pm 2\}$$

+) $\sqrt{x} = 1 \Leftrightarrow x = 1$ (loại)

+) $\sqrt{x} = 2 \Leftrightarrow x = 4$ (loại)

+) $\sqrt{x} = -1$ (loại)

+) $\sqrt{x} = -2$ (loại)

Bài 5: Thực hiện phép tính

$$M = \sqrt{6+2\sqrt{2} \cdot \sqrt{3-\sqrt{2}+\sqrt{12}+\sqrt{18}-\sqrt{128}}} = \sqrt{6+2\sqrt{2} \cdot \sqrt{3-\sqrt{2}+\sqrt{12}+\sqrt{18}-8\sqrt{2}}}$$

$$M = \sqrt{6+2\sqrt{2} \cdot \sqrt{3-\sqrt{2}+\sqrt{12}+\sqrt{(4-\sqrt{2})^2}}} = \sqrt{6+2\sqrt{2} \cdot \sqrt{3-\sqrt{2}+2\sqrt{3}+4-\sqrt{2}}}$$

$$M = \sqrt{6+2\sqrt{2} \cdot \sqrt{3-\sqrt{2}\sqrt{3}+4}} = \sqrt{6+2\sqrt{2} \cdot \sqrt{3-\sqrt{(\sqrt{3}+1)^2}}} = \sqrt{6+2\sqrt{2} \cdot \sqrt{3-\sqrt{3}-1}}$$

$$M = \sqrt{6+2\sqrt{2} \cdot \sqrt{2-\sqrt{3}}} = \sqrt{6+2 \cdot \sqrt{4-2\sqrt{3}}} = \sqrt{6+2 \cdot \sqrt{(\sqrt{3}-1)^2}} = \sqrt{6+2 \cdot (\sqrt{3}-1)}$$

$$M = \sqrt{6+2\sqrt{3}-2} = \sqrt{4+2\sqrt{3}} = \sqrt{(\sqrt{3}+1)^2} = \sqrt{3}+1$$

Bài 6:

a) Với gtr nào của m thì hsbn: $y = (4m+3)x - 5$ đồng biến

b) Với gtr nào của m thì hsbn: $y = (2m+5)x - 14$ nghịch biến

LG

a) hsbđ $\Leftrightarrow 4m+3 > 0 \Leftrightarrow m > -\frac{3}{4}$

b) hsnb $\Leftrightarrow 2m+5 < 0 \Leftrightarrow m < -\frac{5}{2}$

Bài 7: Tìm gtr của m để đường thẳng: $y = (m-3)x + m + 1$, ($m \neq 3$) và đường thẳng $y = (2-m)x - 3$, ($m \neq 2$) cắt nhau tại 1 điểm trên trục tung

LG

- Xét $y = (m-3)x + m + 1, (m \neq 3)$ (1)

Ta có: $a = m - 3; b = m + 1$

- Xét $y = (2-m)x - 3, (m \neq 2)$ (2)

Ta có: $a' = 2 - m; b' = -3$

- Để đth (1) và đth (2) cắt nhau tại 1 điểm trên trục tung khi và chỉ khi

$$\begin{cases} a \neq a' \\ b = b' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m-3 \neq 2-m \\ m+1 = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m \neq 5 \\ m = -4 \end{cases} \Leftrightarrow m = -4$$

Bài 8 : Cho 2 hsbn : $y = (m+3)x - 1$ (1) và $y = (1-2m)x + 5$ (2). Với gtr nào của m thì đồ thị 2 hs trên là 2 đg thg

a) Song song ;

b) Cắt nhau ;

c) Trùng nhau

LG

Xét (1), ta có : $a = m + 3 ; b = -1$

Xét (2), ta có : $a' = 1 - 2m ; b' = 5$

a) (1) // (2) $\Leftrightarrow \begin{cases} a = a' \\ b \neq b' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m+3 = 1-2m \\ -1 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow 3m = -2 \Leftrightarrow m = -\frac{2}{3}$

b) (1) cắt (2) $\Leftrightarrow a \neq a' \Leftrightarrow m+3 \neq 1-2m \Leftrightarrow 3m \neq -2 \Leftrightarrow m \neq -\frac{2}{3}$

c) (1) trùng (2) $\Leftrightarrow \begin{cases} a = a' \\ b = b' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m+3 = 1-2m \\ -1 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -\frac{2}{3} \\ -1 = 5 \end{cases}$ không tồn tại m thỏa mãn

Bài 9 : Vẽ đth 2 hs sau trên cùng 1 hệ trục tọa độ : $y = \frac{2}{3}x + 2$ (1); $y = 2x + 2$ (2). Gọi A ; B

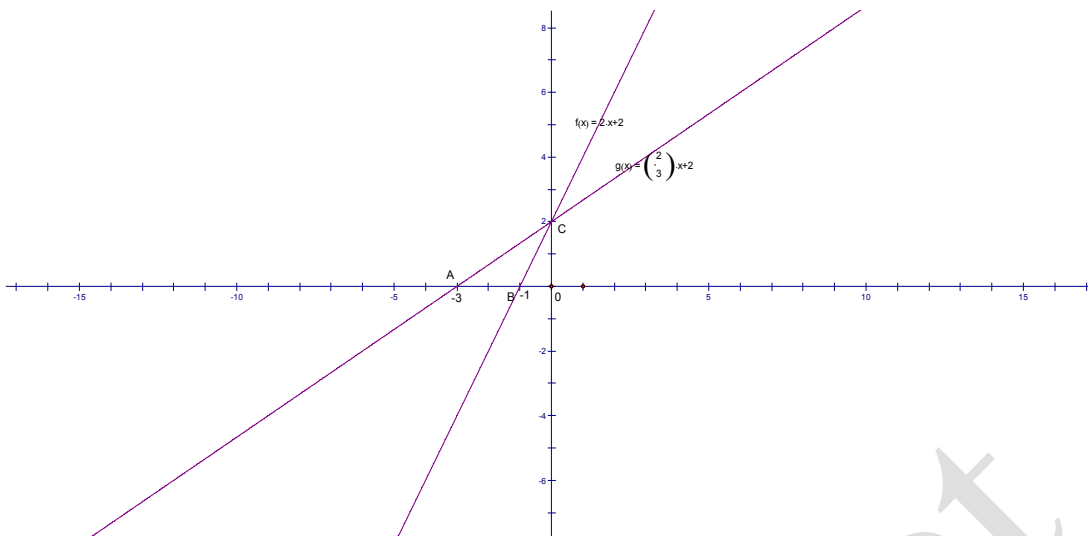
là giao điểm của (1) và (2) với trục hoành ; và giao điểm của 2 đg thg là C. Tìm tọa độ giao điểm A, B, C. Tính diện tích tam giác ABC

LG

* Bảng các giá trị của x và y :

x	0	-3	x	0	-1
$y = \frac{2}{3}x + 2$	2	0	$y = 2x + 2$	2	0

* Đồ thị hs $y = \frac{2}{3}x + 2$ (1) đi qua điểm A(-3 ; 0) và điểm C(0 ; 2). Đồ thị hs $y = 2x + 2$ (2) đi qua điểm B(-1 ; 0) và điểm C(0 ; 2)



* diện tích tam giác ABC là :

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot CO = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 = 2 \text{ (đvdt)}$$

Bài 10 : Cho $x = ab + \sqrt{(1+a^2)(1+b^2)}$; $y = a\sqrt{1+b^2} + b\sqrt{1+a^2}$. Hãy tính y theo x, biết ($ab > 0$)

LG

Ta có :

$$\begin{aligned} x^2 &= \left(ab + \sqrt{(1+a^2)(1+b^2)} \right)^2 = a^2b^2 + 2ab\sqrt{(1+a^2)(1+b^2)} + (1+a^2)(1+b^2) \\ &= 2a^2b^2 + 2ab\sqrt{(1+a^2)(1+b^2)} + a^2 + b^2 + 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y^2 &= \left(a\sqrt{1+b^2} + b\sqrt{1+a^2} \right)^2 = a^2(1+b^2) + 2ab\sqrt{(1+a^2)(1+b^2)} + b^2(1+a^2) \\ &= 2a^2b^2 + 2ab\sqrt{(1+a^2)(1+b^2)} + a^2 + b^2 \end{aligned}$$

Do đó : $y^2 = x^2 - 1 \Rightarrow y = \pm\sqrt{x^2 - 1}$

II. HÌNH HỌC : (Ôn tập về tính chất của 2 tt cắt nhau)

Bài 1 : Cho nửa đtr (O ; R), đường kính AB, vẽ các tiếp tuyến Ax, By về nửa mp bờ AB chứa nửa đtr. Trên Ax, By lấy theo thứ tự M và N sao cho góc MON bằng 90° . Gọi I là trung điểm của MN. CMR :

- a) AB là tt của đtr (I ; IO)
- b) MO là tia phân giác của góc AMN
- c) MN là tt của đtr đường kính AB

LG

a) CMR : AB là tt của (I ; IO)

- ta có: $AM \parallel BN$ (cùng vuông góc với AB) \Rightarrow tứ giác ABNM là hình thang

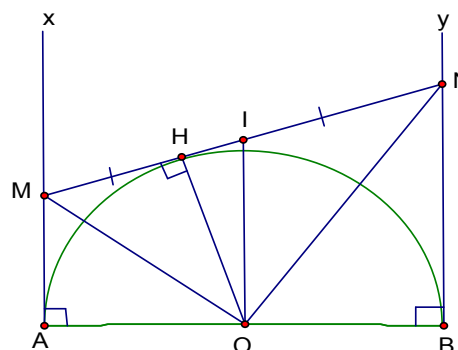
- xét hình thang ABNM, ta có: $\left. \begin{matrix} AO = BO \\ MI = NI \end{matrix} \right\} \Rightarrow IO$ là

đường trung bình của hình thang ABNM

$\Rightarrow IO \parallel AM \parallel BN$

- mặt khác: $AM \perp AB \Rightarrow IO \perp AB = O \Rightarrow AB$ là tt của đtr (I; IO)

b) CMR : MO là tia phân giác của góc AMN



- vì $AM \parallel IO \Rightarrow \angle AMO = \angle MOI$ (so le trong) (1)

- tam giác MON có $\angle O = 90^\circ$, OI là trung tuyến $OI = IM = IN = \frac{1}{2}MN \Rightarrow$ tam giác IMO

cân tại $I \Rightarrow \angle IMO = \angle IOM$ (2)

- từ (1) và (2) $\Rightarrow \angle MOI = \angle AMO = \angle IMO \Rightarrow MO$ là phân giác của $\angle AMN$

c) CMR: MN là tt của đtr đ kính AB

- kẻ OH vuông góc với MN (3)

- xét tam giác MAO và tam giác MHO , ta có:

$$\left. \begin{array}{l} \angle A = \angle H = 90^\circ \\ MN : \text{chung} \\ \angle AMO = \angle HMO \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle MAO = \triangle MHO \text{ (CH-GN)} \Rightarrow OA = OH = R \text{ (cạnh tương ứng)}$$

$\Rightarrow OH$ là bán kính của đtr tâm O đ kính AB (4)

- từ (3) và (4) $\Rightarrow MN$ là tt của đtr đ kính AB

Bài 2: Cho đtr (O) , điểm A nằm bên ngoài đtr. Kẻ các tt AM, AN với đtr (M, N là các tiếp điểm)

a) CMR: OA vuông góc với MN

b) Vẽ đ kính NOC . CMR: $MC \parallel AO$

c) Tính độ dài các cạnh của tam giác AMN , biết $OM = 3\text{cm}$; $OA = 5\text{cm}$

LG

a) ta có: $OM = ON$ (= bán kính)

$AM = AN$ (tính chất 2 tt cắt nhau)

$\Rightarrow AO$ là trung trực của đoạn thẳng MN

$\Rightarrow OA \perp MN$

b) gọi H là giao điểm của MN và AO

- vì $OA \perp MN \Rightarrow MH = NH$

- xét tam giác MNC , ta có:

$$\left. \begin{array}{l} ON = OC \\ MH = NH \end{array} \right\} \Rightarrow HO \text{ là đg trung bình của tam}$$

giác $MNC \Rightarrow HO \parallel MC$ hay $MC \parallel AO$

c) xét tam giác AMO , $\angle M = 90^\circ$, theo Pytago ta có : $AM = \sqrt{OA^2 - OM^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$

$\Rightarrow AM = AN = 4\text{cm}$

- mặt khác, áp dụng hệ thức về cạnh và đg cao trong tam giác vuông AMO , ta có:

$$MA \cdot MO = MH \cdot OA \Rightarrow MH = \frac{MA \cdot MO}{OA} = \frac{4 \cdot 3}{5} = 2,4\text{cm}$$

$$\Rightarrow MN = 2 \cdot MH = 2 \cdot 2,4 = 4,8\text{cm}$$

Bài 3: Cho tam giác ABC , $\angle A = 90^\circ$, đg cao AH , vẽ đtr $(A; AH)$, kẻ các tt BD, CE với đtr (D, E là các tiếp điểm khác H). CMR:

a) 3 điểm D, A, E thẳng hàng

b) DE tiếp xúc với đtr đ kính BC

LG

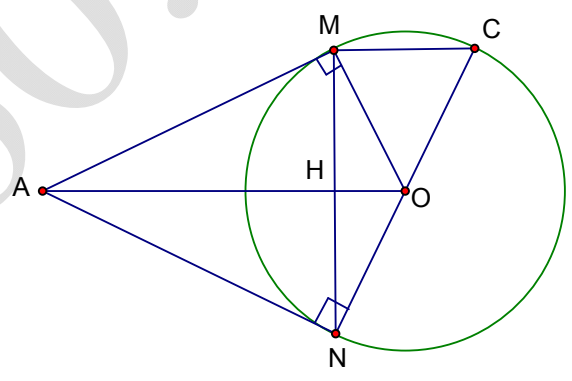
a) theo tc 2 tt cắt nhau, ta có:

- AB là phân giác của $\angle DAH \Rightarrow \angle A_1 = \angle A_2$

- AC là phân giác của $\angle EAH \Rightarrow \angle A_3 = \angle A_4$

- mà $\angle DAE = \angle A_1 + \angle A_2 + \angle A_3 + \angle A_4 = 2(\angle A_2 + \angle A_3) = 2 \cdot 90^\circ = 180^\circ$

\Rightarrow 3 điểm D, A, E thẳng hàng



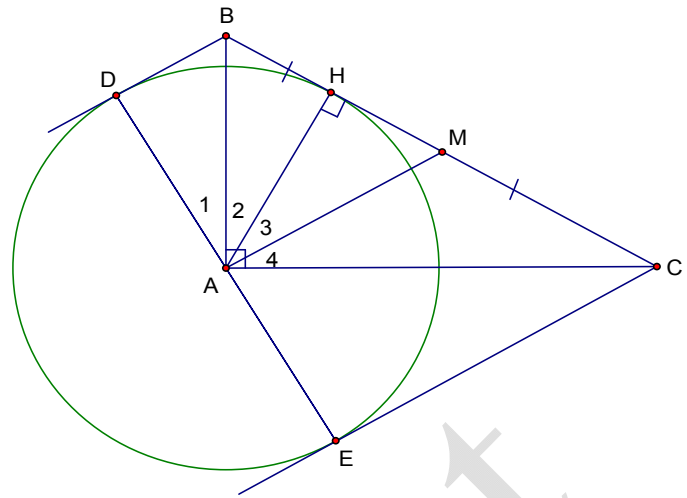
b) gọi M là trung điểm của BC
 - xét tam giác ABC $\angle A = 90^\circ$, có AM
 là trung tuyến $AM = \frac{1}{2}BC$ (1)

- ta có: $BD \parallel CE$ (cùng $\perp DE$) \Rightarrow tứ
 giác BDEC là hthang

- xét hthang BDEC, ta có :
 $\left. \begin{matrix} AD = AE \\ MB = MC \end{matrix} \right\} \Rightarrow$ AM là đường trung bình

của hình thang BDEC $\Rightarrow MA \parallel CE$,
 mà $CE \perp DE \Rightarrow MA \perp DE$ (2)

- từ (1) và (2) $\Rightarrow DE$ tiếp xúc với
 đường tròn (M) đường kính BC



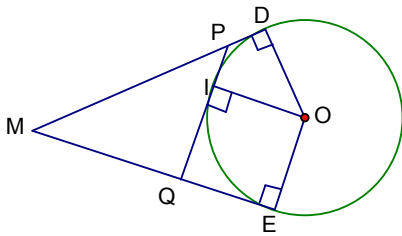
Bài 4: Cho đ tròn (O), điểm M nằm bên ngoài đ tròn. Kẻ tiếp tuyến MD, ME với đ tròn (D, E là các tiếp điểm). Qua điểm I thuộc cung nhỏ DE, kẻ tiếp tuyến với đ tròn, cắt MD và ME theo thứ tự tại P và Q. Biết MD = 4cm. Tính chu vi tam giác MPQ

LG

- Theo tính chất 2 tt cắt nhau, ta có:
 $MD = ME$; $PI = PD$; $QI = QE$

- Chu vi tam giác MPQ bằng:

$$\begin{aligned} MP + PQ + MQ &= MP + PI + QI + MQ \\ &= (MP + PD) + (QE + MQ) \\ &= MD + ME = 2.MD = 2.4 = 8\text{cm} \end{aligned}$$



Bài 5: Cho đ tròn (O; 2cm), các tt AB và AC kẻ từ A đến đ tròn vuông góc với nhau tại A (B, C là các tiếp điểm)

a) Tứ giác ABOC là hình gì? Vì sao?

b) Gọi M là điểm bất kỳ thuộc cung nhỏ BC. Qua M kẻ tt với đ tròn, cắt AB và AC theo thứ tự tại D và E. Tính chu vi tam giác ADE.

c) Tính số đo góc DOE?

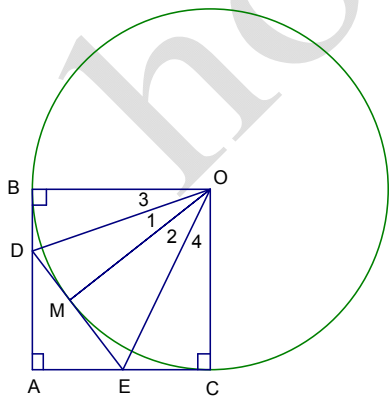
LG

a) Tứ giác ABOC có 3 góc vuông nên là HCN, mà
 lại có 2 cạnh kề là OB và OC: $OB = OC$ nên nó là
 Hình vuông

b) Tương tự BT4, ta có chu vi tam giác ADE bằng:
 8cm

c) Theo tính chất tiếp tuyến ta có:

$$\begin{aligned} \widehat{O}_1 = \widehat{O}_3 &= \frac{1}{2} \widehat{MOB}; \quad \widehat{O}_2 = \widehat{O}_4 = \frac{1}{2} \widehat{MOC} \\ \Rightarrow \widehat{O}_1 + \widehat{O}_2 &= \frac{1}{2} (\widehat{MOB} + \widehat{MOC}) = \frac{1}{2} . 90^\circ = 45^\circ \\ \Rightarrow \widehat{DOE} &= 45^\circ \end{aligned}$$



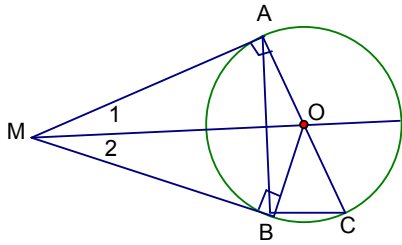
Bài 6: Cho đ tròn (O; 5cm) điểm M nằm bên ngoài đ tròn. Kẻ các tt MA, MB với đ tròn (A, B là các tiếp điểm). Biết góc AMB bằng 60° .

a) CMR: tam giác AMB là tam giác đều

b) Tính chu vi tam giác AMB

c) Tia AO cắt đ tròn ở C. Tứ giác BMOC là hình gì? Vì sao?

LG



a) theo tính chất 2 tt cắt nhau, ta có: $MA = MB$, do đó tam giác AMB cân tại M

+ mặt khác: $\widehat{AMB} = 60^\circ$

Nên tam giác AMB là tam giác đều

b) theo tch 2 tt cắt nhau, ta có:

$$\widehat{M_1} = \widehat{M_2} = \frac{1}{2} \widehat{AMB} = 30^\circ$$

+ mà MA là tt nên $\widehat{MAO} = 90^\circ \Rightarrow$ tam giác MAO vuông tại A

+ xét tam giác MAO vuông tại A có $\widehat{M_1} = 30^\circ \Rightarrow AO = \frac{1}{2} MO \Rightarrow MO = 2.AO = 2.5 = 10 \text{ cm}$

Theo Pytago: $MA = \sqrt{MO^2 - AO^2} = \sqrt{10^2 - 5^2} = \sqrt{75} = 5\sqrt{3}$

+ Chu vi tam giác AMB bằng: $MA + MB + AB = 3.MA = 3.5\sqrt{3} = 15\sqrt{3}$

c) Tam giác AMB đều có MO là phân giác nên MO cũng đồng thời là đường cao của tam giác $\Rightarrow MO \perp AB$ (1)

+ Tam giác ABC có trung tuyến BO bằng $\frac{1}{2} AC$ nên tam giác ABC là tam giác vuông tại B

$\Rightarrow BC \perp AB$ (2)

+ Từ (1) và (2) $\Rightarrow BC \parallel MO$, do đó tứ giác $BMOC$ là hình thang

Ngày dạy:

GIẢI HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẰNG PHƯƠNG PHÁP THỂ

A. Kiến thức cơ bản

1. Quy tắc thể

- từ một trong các phương trình của hệ biểu diễn x theo y (hoặc y theo x)

- dùng kết quả đó thế cho x (hoặc y) trong pt còn lại rồi thu gọn

2. Cách giải hệ phương trình bằng phương pháp thể

- dùng quy tắc thể biến đổi hệ phương trình đã cho để đc 1 hpt mới trong đó có 1 pt 1 ẩn

- giải pt 1 ẩn vừa tìm đc, rồi suy ra nghiệm của hpt đã cho

B. Bài tập áp dụng

Bài 1: Giải các hpt sau bằng phương pháp thể

$$a) \begin{cases} 3x - 2y = 5 \\ -2x + y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -11 \\ y = -19 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 2x - y = 4 \\ x - \frac{y}{2} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \text{hpt vô nghiệm}$$

$$c) \begin{cases} 3x + 2y = -2 \\ 5x + 4y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -5 \\ y = \frac{13}{2} \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} 2x - y = 6 \\ 3x + 5y = 22 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 2 \end{cases}$$

$$e) \begin{cases} -x + 2y - 6 = 0 \\ 5x - 3y - 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 5 \end{cases}$$

$$g) \begin{cases} 2x - 3y = 8 \\ 5x + 2y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \end{cases}$$

$$h) \begin{cases} x - y = 1 \\ 3x + 2y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$

$$i) \begin{cases} 2x - 7y = 8 \\ 12x + 11y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{109}{106} \\ y = \frac{-45}{53} \end{cases}$$

$$k) \begin{cases} 13x - 15y = -48 \\ 2x + y = 29 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 9 \\ y = 11 \end{cases}$$

$$l) \begin{cases} x-6y=17 \\ 5x+y=23 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5 \\ y=-2 \end{cases} \quad m) \begin{cases} \frac{1}{3}x + \frac{1}{4}y - 2 = 0 \\ 5x - y = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=4 \end{cases} \quad n) \begin{cases} \frac{1}{5}x - \frac{1}{6}y = 0 \\ 5x - 4y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=10 \\ y=12 \end{cases}$$

Bài 2: giải các hpt bằng phương pháp thế

$$a) \begin{cases} \sqrt{5}x - y = \sqrt{5}(\sqrt{3}-1) \\ 2\sqrt{3}x + 3\sqrt{5}y = 21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{3} \\ y = \sqrt{5} \end{cases} \quad b) \begin{cases} 2\sqrt{3}x - \sqrt{5}y = 2\sqrt{6} - \sqrt{15} \\ 3x - y = 3\sqrt{2} - \sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{2} \\ y = \sqrt{3} \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} x + 2y = 5\sqrt{5} \\ \sqrt{5}x + y = 5 + 2\sqrt{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2\sqrt{5} \\ y = \sqrt{5} \end{cases} \quad d) \begin{cases} x + 2y = -\sqrt{7} \\ 2x - \sqrt{7}y = 2\sqrt{7} + 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{7} \\ y = -\sqrt{7} \end{cases}$$

$$e) \begin{cases} (\sqrt{5} + 2)x + y = 3 - \sqrt{5} \\ -x + 2y = 6 - 2\sqrt{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 3 - \sqrt{5} \end{cases}$$

$$f) \begin{cases} 4(2x - y + 3) - 3(x - 2y + 3) = 48 \\ 3(3x - 4y + 3) + 4(4x - 2y - 9) = 48 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x + 2y = 45 \\ 25x - 20y = 75 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 \\ y = 5 \end{cases}$$

$$g) \begin{cases} 6(x + y) = 8 + 2x - 3y \\ 5(y - x) = 5 + 3x + 2y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x + 9y = 8 \\ -8x + 3y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{4} \\ y = 1 \end{cases}$$

$$h) \begin{cases} -2(2x + 1) + 1,5 = 3(y - 2) - 6x \\ 11,5 - 4(3 - x) = 2y - (5 - x) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 3y = 0,5 \\ 3x - 0,5 = 2y - 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-29}{10} \\ y = \frac{-21}{10} \end{cases}$$

Bài 3: Tìm các giá trị của m, n sao cho mỗi hpt ẩn x, y sau đây

$$a) \text{ hpt } \begin{cases} 2mx + (1-n)y = m + n + 1 \\ (m+1)x + (m+n)y = 3 \end{cases} \text{ có nghiệm } (2; 1); \text{ đáp số: } m = \frac{2}{9}; n = \frac{1}{3}$$

$$b) \text{ hpt } \begin{cases} 2x + (m+1)y = m + 2n - 1 \\ nx + (1-m)y = 3 \end{cases} \text{ có nghiệm } (-3; 2); \text{ đáp số: } m = 1; n = -1$$

$$c) \text{ hpt } \begin{cases} 3mx - (n+1)y = 93 \\ nx + 4my = -3 \end{cases} \text{ có nghiệm } (1; -5); \text{ đáp số: } m = 1; n = 17$$

$$d) \text{ hpt } \begin{cases} (m-2)x + 5my = 25 \\ 2mx - (n-2)y = 5 \end{cases} \text{ có nghiệm } (3; -1); \text{ đáp số: } m = 2; n = -5$$

Bài 4: Tìm a, b trong các trường hợp sau:

a) đg thg $d_1: ax + by = 1$ đi qua các điểm A(-2; 1) và B(3; -2)

b) đg thg $d_2: y = ax + b$ đi qua các điểm M(-5; 3) và N(3/2; -1)

c) đg thg $d_3: ax - 8y = b$ đi qua các điểm H(9; -6) và đi qua giao điểm của 2 đường thẳng

(d): $5x - 7y = 23$; (d'): $-15x + 28y = -62$

d) đt $d_4: 3ax + 2by = 5$ đi qua các điểm A(-1; 2) và vuông góc với đt (d''): $2x + 3y = 1$

Đáp số

$$a) \begin{cases} a = -3 \\ b = -5 \end{cases}; \quad b) \begin{cases} a = \frac{-8}{13} \\ b = \frac{-1}{13} \end{cases}; \quad c) \begin{cases} a = \frac{-56}{3} \\ b = -120 \end{cases}; \quad d) \begin{cases} a = \frac{-5}{7} \\ b = \frac{5}{7} \end{cases}$$