

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HẢI DƯƠNG

KÌ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH
LỚP 9 NĂM HỌC 2013-2014

MÔN THI: TOÁN

Thời gian làm bài: 150 phút

Ngày thi 20 tháng 03 năm 2014

(đề thi gồm 01 trang)

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

Câu 1 (2 điểm).

a) Rút gọn biểu thức $A = \frac{\sqrt{1-\sqrt{1-x^2}} \cdot (\sqrt{(1+x)^3} + \sqrt{(1-x)^3})}{2-\sqrt{1-x^2}}$

với $-1 \leq x \leq 1$.

b) Cho a và b là các số thỏa mãn $a > b > 0$ và $a^3 - a^2b + ab^2 - 6b^3 = 0$.

Tính giá trị của biểu thức $B = \frac{a^4 - 4b^4}{b^4 - 4a^4}$.

Câu 2 (2 điểm).

a) Giải phương trình $x^2(x^2 + 2) = 4 - x\sqrt{2x^2 + 4}$.

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^3 = 2x + y \\ y^3 = 2y + x \end{cases}$.

Câu 3 (2 điểm).

a) Tìm các số nguyên dương x, y thỏa mãn phương trình $xy^2 + 2xy + x = 32y$.

b) Cho hai số tự nhiên a, b thỏa mãn $2a^2 + a = 3b^2 + b$.

Chứng minh rằng $2a + 2b + 1$ là số chính phương.

Câu 4 (3 điểm).

Cho tam giác đều ABC nội tiếp đường tròn (O, R). H là một điểm di động trên đoạn OA (H khác A). Đường thẳng đi qua H và vuông góc với OA cắt cung nhỏ AB tại M. Gọi K là hình chiếu của M trên OB.

a) Chứng minh $\widehat{HKM} = 2\widehat{AMH}$.

b) Các tiếp tuyến của (O, R) tại A và B cắt tiếp tuyến tại M của (O, R) lần lượt tại D và E. OD, OE cắt AB lần lượt tại F và G. Chứng minh $OD \cdot GF = OG \cdot DE$.

c) Tìm giá trị lớn nhất của chu vi tam giác MAB theo R.

Câu 5 (1 điểm).

Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $2ab + 6bc + 2ac = 7abc$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $C = \frac{4ab}{a+2b} + \frac{9ac}{a+4c} + \frac{4bc}{b+c}$.

Hết

Họ và tên thí sinh..... số báo danh.....

Chữ ký của giám thị 1.....

Chữ ký của giám thị 2.....