

## 40 đề luyện thi học sinh giỏi môn Toán lớp 9

### ĐỀ SỐ 1

Thời gian: 150 phút

**Câu I.** ( 4 điểm). Giải phương trình

1.  $\sqrt{x^2 - 6x + 9} + \sqrt{x^2 + 10x + 25} = 8$

2.  $y^2 - 2y + 3 = \frac{6}{x^2 + 2x + 4}$

**Câu II.** (4 điểm)

1. Cho biểu thức :

$$A = \frac{x^2 + 2x + 3}{(x+2)^2}$$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức A.

2. Cho  $a > 0$ ;  $b > 0$ ;  $c > 0$

Chứng minh bất đẳng thức  $(a+b+c) \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right) \geq 9$

**Câu III.** (4,5 điểm)

1. Giải bài toán bằng cách lập phương trình.

Tìm số tự nhiên có hai chữ số biết rằng chữ số hàng chục lớn hơn chữ số hàng đơn vị là 2 và số đó lớn hơn tổng các bình phương các chữ số của nó là 1.

2. Cho phương trình:  $x^2 - (m+1)x + 2m - 3 = 0$  (1)

+ Chứng minh rằng phương trình trên luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m.

+ Tìm giá trị của m để phương trình (1) có nghiệm bằng 3.

**Câu IV** (4 điểm)

Cho hình thang cân ABCD, ( $AB \parallel CD$ ;  $AB > CD$ ). Hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại I. Góc  $ACD = 60^\circ$ ; gọi E; F; M lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng IA; ID; BC.

1. Chứng minh tứ giác BEFC nội tiếp được trong một đường tròn.

2. Chứng minh tam giác MEF là tam giác đều.

**Câu V.** (3,5 điểm)

Cho hình chóp tam giác đều S. ABC có các mặt là tam giác đều. Gọi O là trung điểm của đường cao SH của hình chóp.

Chứng minh rằng: góc  $AOB = BOC = COA = 90^\circ$

## ĐỀ SỐ 2

**Bài 1** (2đ):

1. Cho biểu thức:

$$A = \left( \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{xy}+1} + \frac{\sqrt{xy}+\sqrt{x}}{1-\sqrt{xy}} + 1 \right) : \left( 1 - \frac{\sqrt{xy}+\sqrt{x}}{\sqrt{xy}-1} - \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{xy}+1} \right)$$

a. Rút gọn biểu thức.

b. Cho  $\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{y}} = 6$  Tìm Max A.

2. Chứng minh rằng với mọi số nguyên dương n ta có:

$$1 + \frac{1}{n^2} + \frac{1}{(n+1)^2} = \left( 1 + \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right)^2 \text{ từ đó tính tổng:}$$

$$S = \sqrt{1 + \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2}} + \sqrt{1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2}} + \dots + \sqrt{1 + \frac{1}{2005^2} + \frac{1}{2006^2}}$$

**Bài 2** (2đ): Phân tích thành nhân tử:  $A = (xy + yz + zx)(x + y + z) - xyz$

**Bài 3** (2đ):

1. Tìm giá trị của a để phương trình sau chỉ có 1 nghiệm:

$$\frac{x+6a+3}{x+a+1} = \frac{-5a(2a+3)}{(x-a)(x+a+1)}$$

2. Giả sử  $x_1, x_2$  là 2 nghiệm của phương trình:  $x^2 + 2kx + 4 = 4$

Tìm tất cả các giá trị của k sao cho có bất đẳng thức:

$$\left(\frac{x_1}{x_2}\right)^2 + \left(\frac{x_2}{x_1}\right)^2 \geq 3$$

**Bài 4:** (2đ) Cho hệ phương trình:

$$\begin{cases} \frac{1}{x-1} + \frac{m}{y-2} = 2 \\ \frac{2}{y-2} - \frac{3m}{x-1} = 1 \end{cases}$$

1. Giải hệ phương trình với  $m = 1$
2. Tìm  $m$  để hệ đã cho có nghiệm.

**Bài 5** (2đ) :

1. Giải phương trình:  $\sqrt{3x^2 + 6x + 7} + \sqrt{5x^2 + 10x + 14} = 4 - 2x - x^2$

2. Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} y^3 - 9x^2 + 27x - 27 = 0 \\ z^3 - 9y^2 + 27y - 27 = 0 \\ x^3 - 9z^2 + 27z - 27 = 0 \end{cases}$$

**Bài 6** (2đ): Trên mặt phẳng tọa độ cho đường thẳng (d) có phương trình:

$$2kx + (k - 1)y = 2 \quad (k \text{ là tham số})$$

1. Tìm  $k$  để đường thẳng (d) song song với đường thẳng  $y = \sqrt{3}x$ ? Khi đó hãy tính góc tạo bởi (d) và tia Ox.
2. Tìm  $k$  để khoảng cách từ gốc tọa độ đến đường thẳng (d) là lớn nhất?

**Bài 7** (2đ): Giả sử  $x, y$  là các số dương thỏa mãn đẳng thức:  $x + y = \sqrt{10}$

Tìm giá trị của  $x$  và  $y$  để biểu thức:

$$P = (x^4 + 1)(y^4 + 1) \text{ đạt giá trị nhỏ nhất. Tìm giá trị nhỏ nhất ấy.}$$

**Bài 8** (2đ): Cho  $\Delta ABC$  với  $BC = 5\text{cm}$ ,  $AC = 6\text{cm}$ ;  $AB = 7\text{cm}$ . Gọi  $O$  là giao điểm 3 đường phân giác,  $G$  là trọng tâm của tam giác.

Tính độ dài đoạn  $OG$ .

**Bài 9**(2đ) Gọi  $M$  là một điểm bất kì trên đường thẳng  $AB$ . Vẽ về một phía của  $AB$  các hình vuông  $AMCD$ ,  $BMEF$ .

- a. Chứng minh rằng  $AE$  vuông góc với  $BC$ .

b. Gọi H là giao điểm của AE và BC. Chứng minh rằng ba điểm D, H, F thẳng hàng.

c. Chứng minh rằng đường thẳng DF luôn luôn đi qua một điểm cố định khi M chuyển động trên đoạn thẳng AB cố định.

d. Tìm tập hợp các trung điểm K của đoạn nối tâm hai hình vuông khi M chuyển động trên đường thẳng AB cố định.

**Bài 10 (2đ):** Cho  $\widehat{xOy}$  khác góc bẹt và một điểm M thuộc miền trong của góc. Vẽ đường thẳng qua M và cắt hai cạnh của góc thành một tam giác có diện tích nhỏ nhất.

### ĐỀ SỐ 3

**Bài 1:**

(2 điểm)

Chứng minh:

$$\sqrt[3]{\sqrt{2}} - 1 = \sqrt[3]{\frac{1}{9}} - \sqrt[3]{\frac{2}{9}} + \sqrt[3]{\frac{4}{9}}$$

**Bài 2:**

(2 điểm)

Cho  $4a^2 + b^2 = 5ab$  ( $2a > b > 0$ )

Tính số trị biểu thức:  $M = \frac{ab}{4b^2 - b^2}$

**Bài 3:**

(2 điểm)

Chứng minh: nếu a, b là các nghiệm của phương trình:  $x^2 + px + 1 = 0$  và c, d là các nghiệm của phương trình:  $x^2 + qx + 1 = 0$  thì ta có:

$$(a - c)(b - c)(a + d)(b + d) = q^2 - p^2$$

**Bài 4:**

(2 điểm)

**Giải bài toán bằng cách lập phương trình**

Tuổi anh và em cộng lại bằng 21. Hiện tại tuổi anh gấp đôi tuổi em lúc anh bằng tuổi em hiện nay. Tính tuổi của anh, em.

**Bài 5:** (2 điểm)

Giải phương trình:  $x^4 + \sqrt{x^2 + 2006} = 2006$

**Bài 6:** (2 điểm)

Trong cùng một hệ trục tọa độ vuông góc, cho parabol (P):  $y = -\frac{x^2}{4}$  và đường thẳng (d):  $y = mx - 2m - 1$ .

1. Vẽ (P)
2. Tìm m sao cho (d) tiếp xúc với (P)
3. Chứng tỏ (d) luôn đi qua điểm cố định  $A \in (P)$

**Bài 7:** (2 điểm).

Cho biểu thức  $A = x - 2\sqrt{xy} + 3y - 2\sqrt{x} + 1$

Tìm giá trị nhỏ nhất mà A có thể đạt được.

**Bài 8:** (4 điểm).

Cho hai đường tròn (O) và (O') ở ngoài nhau. Kẻ tiếp tuyến chung ngoài AB và tiếp tuyến chung trong EF,  $A, E \in (O)$ ;  $B, F \in (O')$

a. Gọi M là giao điểm của AB và EF. Chứng minh:

$$\Delta AOM \sim \Delta BMO'$$

b. Chứng minh:  $AE \perp BF$

c. Gọi N là giao điểm của AE và BF. Chứng minh: O, N, O' thẳng hàng.

**Bài 9:** (2 điểm).

Dựng hình chữ nhật biết hiệu hai kích thước là d và góc nhọn giữa đường chéo bằng  $\alpha$ .

## ĐỀ SỐ 4

**Câu 1(2đ)** : Giải PT sau :

$$a, x^4 - 3x^3 + 3x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$b, \sqrt{x+2+2\sqrt{x+1}} + \sqrt{x+2-2\sqrt{x+1}} = 2$$

**Câu 2(2đ):** a, Thực hiện phép tính :

$$\sqrt{13-\sqrt{100}} - \sqrt{53+4\sqrt{90}}$$

b, Rút gọn biểu thức :

$$B = \frac{a^2}{a^2 - b^2 - c^2} + \frac{b^2}{b^2 - c^2 - a^2} + \frac{c^2}{c^2 - a^2 - b^2} \quad \text{Với } a + b + c = 0$$

**Câu 3(3đ):** a, Chứng minh rằng :

$$5\sqrt{2} < 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{50}} < 10\sqrt{2}$$

b, Tìm GTNN của  $P = x^2 + y^2 + z^2$

$$\text{Biết } x + y + z = 2007$$

**Câu 4(3đ):** Tìm số HS đạt giải nhất, nhì, ba trong kỳ thi HS giỏi toán K9 năm 2007. Biết :

Nếu đưa 1 em từ giải nhì lên giải nhất thì số giải nhì gấp đôi giải nhất.

Nếu giảm số giải nhất xuống giải nhì 3 giải thì số giải nhất bằng 1/4 số giải nhì

Số em đạt giải ba bằng 2/7 tổng số giải.

**Câu 5 (4đ):** Cho  $\triangle ABC$  : Góc  $A = 90^\circ$ . Trên AC lấy điểm D. Vẽ  $CE \perp BD$ .

a, Chứng minh rằng :  $\triangle ABD \sim \triangle ECD$ .

b, Chứng minh rằng tứ giác ABCE là tứ giác nội tiếp được.

c, Chứng minh rằng  $FD \perp BC$  ( $F = BA \cap CE$ )

d, Góc  $\widehat{ABC} = 60^\circ$ ;  $BC = 2a$ ;  $AD = a$ . Tính AC, đường cao AH của  $\triangle ABC$  và bán kính đường tròn ngoại tiếp tứ giác ADEF.

**Câu 6 (4đ):** Cho đường tròn (O,R) và điểm F nằm trong đường tròn (O). AB và A'B' là 2 dây cung vuông góc với nhau tại F.

a, Chứng minh rằng :  $AB^2 + A'B'^2 = 8R^2 - 4OF^2$

b, Chứng minh rằng :  $AA'^2 + BB'^2 = A'B^2 + AB'^2 = 4R^2$

c, Gọi I là trung điểm của AA'. Tính  $OI^2 + IF^2$

## ĐỀ SỐ 5

**Câu1:** Cho hàm số:  $y = \sqrt{x^2 - 2x + 1} + \sqrt{x^2 - 6x + 9}$

- Vẽ đồ thị hàm số
- Tìm giá trị nhỏ nhất của y và các giá trị x tương ứng
- Với giá trị nào của x thì  $y \geq 4$

**Câu2:** Giải các phương trình:

a  $\sqrt{9 - 12x + 4x^2} = 4$

b  $\sqrt{3x^2 - 18x + 28} + \sqrt{4x^2 - 24x + 45} = -5 - x^2 + 6x$

c  $\frac{\sqrt{x^2 + 2x - 3}}{\sqrt{x + 3}} + x - 1$

**Câu3:** Rút gọn biểu thức:

a  $A = (\sqrt{3} - 1) \sqrt{6 + 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} - \sqrt{2 + \sqrt{12}} + \sqrt{18 - \sqrt{128}}}$

b  $B = \frac{1}{2\sqrt{1+1}\sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{2+2}\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{2006\sqrt{2005+2005}\sqrt{2006}} + \frac{1}{2007\sqrt{2006+2006}\sqrt{2007}}$

**Câu4:** Cho hình vẽ ABCD với điểm M ở bên trong hình vẽ thỏa mãn  $\widehat{MAB} = \widehat{MBA} = 15^\circ$

Vẽ tam giác đều ABN ở bên ngoài hình vẽ.

- Tính góc AMN . Chứng minh MD=MN
- Chứng minh tam giác MCD đều

**Câu5:** Cho hình chóp SABC có  $SA \perp SB$ ;  $SA \perp SC$ ;  $SB \perp SC$ .

Biết  $SA=a$ ;  $SB+SC = k$ . Đặt  $SB=x$

- Tính  $V_{\text{hchóp}}$  theo a, k, x
- Tính SA, SC để thể tích hình chóp lớn nhất.

## ĐỀ SỐ 6

### I - PHẦN TRẮC NGHIỆM :

Chọn đáp án đúng :

a) Rút gọn biểu thức :  $\sqrt{a^4(3-a)^2}$  với  $a \geq 3$  ta được :

A :  $a^2(3-a)$ ; B:  $-a^2(3-a)$  ; C:  $a^2(a-3)$  ; D:  $-a^2(a-3)$

b) Một nghiệm của phương trình:  $2x^2-(k-1)x-3+k=0$  là

A.  $-\frac{k-1}{2}$  ; B.  $\frac{k-1}{2}$  ; C.  $-\frac{k-3}{2}$  ; D.  $\frac{k-3}{2}$

c) Phương trình:  $x^2-|x|-6=0$  có nghiệm là:

A.  $X=3$  ; B.  $X=\pm 3$  ; C.  $-3$  ; D.  $X=3$  và  $X=-2$

d) Giá trị của biểu thức:

$$\frac{2(\sqrt{2} + \sqrt{6})}{3\sqrt{2} + \sqrt{3}} \text{ bằng :}$$

A.  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$  ; B. 1 ; C.  $\frac{4}{3}$  ; D.  $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

### II - PHẦN TỰ LUẬN :

**Câu 1 :** a) giải phương trình :  $\sqrt{x^2 - 16x + 64} + \sqrt{x^2} = 10$

b) giải hệ phương trình : 
$$\begin{cases} |x+2| + |y-3| = 8 \\ |x+2| - 5y = 1 \end{cases}$$

**Câu 2:** Cho biểu thức :  $A = \left( \frac{\sqrt{x}}{2} - \frac{1}{2\sqrt{x}} \right) \left( \frac{x-\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} - \frac{x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} \right) \sim$

a) Rút gọn biểu thức A.

b) Tìm giá trị của x để  $A > -6$ .

**Câu 3:** Cho phương trình :  $x^2 - 2(m-1)x + 2m - 5 = 0$

a) Chứng minh rằng phương trình luôn có nghiệm với mọi giá trị của m.

b) Nếu gọi  $x_1, x_2$  là 2 nghiệm của phương trình . Tìm m để  $x_1 + x_2 = 6$  . Tìm 2 nghiệm đó .



**Câu 4:** Cho  $a, b, c$  là các số dương. Chứng minh rằng  $1 < \frac{a}{a+b} + \frac{b}{b+c} + \frac{c}{a+c} < 2$

**Câu 5:** Cho  $\Delta ABC$  nội tiếp đường tròn tâm  $O$ ,  $H$  là trực tâm của tam giác,  $I$  là trung điểm của cạnh  $AC$ . phân giác của góc  $A$  cắt đường tròn tại  $M$ , kẻ đường cao  $AK$  của tam giác. Chứng minh:

a) Đường thẳng  $OM$  đi qua trung điểm  $N$  của  $BC$

b) Góc  $KAM =$  góc  $MAO$

c)  $\Delta AHM \sim \Delta NOI$  và  $AH = 2ON$ .

**Câu 6:** Cho  $\Delta ABC$  có diện tích  $S$ , bán kính đường tròn ngoại tiếp là  $R$  và  $\Delta ABC$  có các cạnh tương ứng là  $a, b, c$ . Chứng minh  $S = \frac{abc}{4R}$

## ĐỀ SỐ 7

### CÂU I:

Tính giá trị của biểu thức:

$$A = \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{7}} + \frac{1}{\sqrt{7} + \sqrt{9}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{97} + \sqrt{99}}$$

$$B = 35 + 335 + 3335 + \dots + \underbrace{3333\dots35}_{99 \text{ số } 3}$$

### CÂU II:

Phân tích thành nhân tử:

1)  $X^2 - 7X - 18$

2)  $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)+3$

3)  $1 + a^5 + a^{10}$

### CÂU III:

1) Chứng minh:  $(ab+cd)^2 \leq (a^2+c^2)(b^2+d^2)$

2) áp dụng: cho  $x+4y = 5$ . Tìm GTNN của biểu thức:  $M = 4x^2 + 4y^2$

### CÂU 4:

Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O), I là trung điểm của BC, M là một điểm trên đoạn CI ( M khác C và I ). Đường thẳng AM cắt (O) tại D, tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác AIM tại M cắt BD và DC tại P và Q.

a) Chứng minh  $DM.AI = MP.IB$

b) Tính tỉ số :  $\frac{MP}{MQ}$

### CÂU 5:

$$\text{Cho } P = \frac{\sqrt{x^2 - 4x + 3}}{\sqrt{1-x}}$$

Tìm điều kiện để biểu thức có nghĩa, rút gọn biểu thức.

### ĐỀ SỐ 8

#### CÂU I:

1) Rút gọn biểu thức :

$$A = \sqrt{4 + \sqrt{10 + 2\sqrt{5}}} + \sqrt{4 - \sqrt{10 + 2\sqrt{5}}}$$

2) Chứng minh :  $\sqrt[3]{5\sqrt{2} + 7} - \sqrt[3]{5\sqrt{2} - 7} = 2$

CÂU II : Chứng minh các bất đẳng thức sau:

1)  $a^2 + b^2 + c^2 > (ab + bc + ca)$

2)  $\frac{18}{a+b+c} \leq \frac{2}{a} + \frac{2}{b} + \frac{2}{c}$  với a, b ; c dương

#### CÂU III :

Cho đường tròn (O) đường kính AB. vẽ hai tiếp tuyến Ax và By; gọi M là một điểm tùy ý trên cung AB vẽ tiếp tuyến tại M cắt Ax và By tại C và D.

a) Chứng minh :  $AC.BD = R^2$

b) Tìm vị trí của M để chu vi tam giác OCD là bé nhất.

#### CÂU IV.

Tìm giá trị nhỏ nhất của

$$A = x^2 + y^2 + xy - 5x - 4y + 2002$$

**CÂU V:** *Tính*

$$1) M = \left(1 - \frac{1}{2}\right) \left(1 - \frac{1}{3}\right) \left(1 - \frac{1}{4}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{n+1}\right)$$

$$2) N = 75(4^{1993} + 4^{1992} + \dots + 4^2 + 5) + 25$$

**CÂU VI :**

*Chứng minh : a=b=c khi và chỉ khi  $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$*

## ĐỀ SỐ 9

**CÂU I:** *Rút gọn biểu thức*

$$A = \sqrt{\sqrt{5} - \sqrt{3} - \sqrt{29} - 12\sqrt{5}}$$

$$B = \frac{x^8 + 3x^4 + 4}{x^4 + x^2 + 2}$$

**CÂU II :** *Giải phương trình*

$$1) (x+4)^4 + (x+10)^4 = 32$$

$$2) x^2 + \sqrt{x+2004} = 2004$$

**CÂU III :** *Giải bất phương trình*

$$(x-1)(x-2) > 0$$

**CÂU IV :**

Cho tam giác ABC có 3 góc nhọn. Dựng ra phía ngoài 2 tam giác vuông cân đỉnh A là ABD và ACE . Gọi M;N;P lần lượt là trung điểm của BC; BD;CE .

a) Chứng minh : BE = CD và BE  $\perp$  với CD

b) Chứng minh tam giác MNP vuông cân

**CÂU V :**

$$1) \text{ Cho } \frac{a-1}{2} = \frac{b+3}{4} = \frac{c-5}{6} \text{ và } 5a - 3b - 4c = 46 . \text{ Xác định a, b, c}$$

2) Cho tỉ lệ thức :  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ . Chứng minh :  $\frac{2a^2 - 3ab + 5b^2}{2b^2 + 3ab} = \frac{2c^2 - 3cd + 5d^2}{2d^2 + 3cd}$

Với điều kiện mẫu thức xác định.

**CÂU VI** : *Tính* :

$$S = 42 + 4242 + 424242 + \dots + 424242 \dots 42$$

## ĐỀ SỐ 10

**Bài 1:** (4đ). Cho biểu thức:

$$P = \frac{x\sqrt{x} - 3}{x - 2\sqrt{x} - 3} - \frac{2(\sqrt{x} - 3)}{\sqrt{x} + 1} + \frac{\sqrt{x} + 3}{3 - \sqrt{x}}$$

- Rút gọn biểu thức P.
- Tính giá trị của P với  $x = 14 - 6\sqrt{5}$
- Tìm GTNN của P.

**Bài 2** (4đ). Giải các phương trình.

a)  $\frac{1}{x^2 + 4x + 3} + \frac{1}{x^2 + 8x + 15} + \frac{1}{x^2 + 12x + 35} + \frac{1}{x^2 + 16x + 63} = \frac{1}{5}$

b)  $\sqrt{x+6} - 4\sqrt{x+2} + \sqrt{x+11} - 6\sqrt{x+2} = 1$

**Bài 3:** (3đ). Cho parabol (P):  $y = x^2$  và đường thẳng (d) có hệ số góc k đi qua điểm M(0;1).

- Chứng minh rằng với mọi giá trị của k, đường thẳng (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt A và B.
- Gọi hoành độ của A và B lần lượt là  $x_1$  và  $x_2$ . Chứng minh rằng :  $|x_1 - x_2| \geq 2$ .
- Chứng minh rằng : Tam giác OAB là tam giác vuông.

**Bài 4:** (3đ). Cho 2 số dương x, y thỏa mãn  $x + y = 1$

a) Tìm GTNN của biểu thức  $M = (x^2 + \frac{1}{y^2})(y^2 + \frac{1}{x^2})$

b) Chứng minh rằng :

$$N = (x + \frac{1}{x})^2 + (y + \frac{1}{y})^2 \geq \frac{25}{2}$$

**Bài 5** ( 2điểm). Cho tam giác ABC vuông ở A có AB = 6cm, AC = 8cm. Gọi I là giao điểm các đường phân giác, M là trung điểm của BC. Tính góc BIM.

**Bài 6**: ( 2đ). Cho hình chữ nhật ABCD, điểm M ∈ BC. Các đường tròn đường kính AM, BC cắt nhau tại N ( khác B). BN cắt CD tại L. Chứng minh rằng : ML vuông góc với AC.

**Bài 7** ( 2điểm). Cho hình lập phương ABCD EFGH. Gọi L và K lần lượt là trung điểm của AD và AB. Khoảng cách từ G đến LK là 10. Tính thể tích hình lập phương.

## ĐỀ SỐ 11

**Câu 1:** ( 4 điểm).

Giải các phương trình:

1)  $x^3 - 3x - 2 = 0$

2)  $\sqrt{7-x} + \sqrt{x-5} = x^2 - 12x + 38.$

**Câu 2:** ( 6 điểm)

1) Tìm các số thực dương a, b, c biết chúng thoả mãn  $abc = 1$  và  $a + b + c + ab + bc + ca \leq 6$

2) Cho  $x > 0$  ;  $y > 0$  thoả mãn:  $x + y \geq 6$

Hãy tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$M = 3x + 2y + \frac{6}{x} + \frac{8}{y}$$

**Câu 3: (3 điểm)**

Cho  $x + y + z + xy + yz + zx = 6$

CMR:  $x^2 + y^2 + z^2 \geq 3$

**Câu 4: (5 điểm)**

Cho nửa đường tròn tâm O có đường kính AB. Vẽ các tiếp tuyến Ax, By (Ax và By và nửa đường tròn cùng thuộc một nửa mặt phẳng bờ AB). Gọi M là một điểm bất kì thuộc nửa đường tròn. Tiếp tuyến tại M cắt Ax; By theo thứ tự ở C; D.

- CMR: Đường tròn đường kính CD tiếp xúc với AB.
- Tìm vị trí của M trên nửa đường tròn (O) để ABDC có chu vi nhỏ nhất.
- Tìm vị trí của C; D để hình thang ABDC có chu vi 14cm. Biết AB = 4cm.

**Câu 5: (2 điểm)**

Cho hình vuông ABCD, hãy xác định hình vuông có 4 đỉnh thuộc 4 cạnh của hình vuông ABCD sao cho hình vuông đó có diện tích nhỏ nhất./.

**ĐỀ SỐ 12**

**PHẦN I: TRẮC NGHIỆM (4 ĐIỂM)**

Khoanh tròn vào chữ cái đứng trước câu trả lời đúng

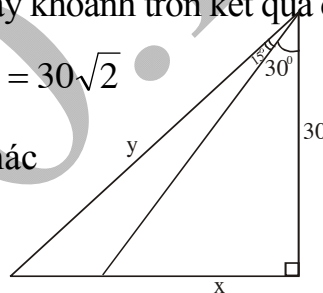
1. Nghiệm nhỏ trong 2 nghiệm của phương trình

$$\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(x + \frac{1}{2}\right)\left(x + \frac{2}{5}\right) = 0 \text{ là}$$

- A.  $-\frac{1}{2}$       B.  $-\frac{2}{5}$       C.  $\frac{1}{2}$       D.  $\frac{1}{20}$

2. Đưa thừa số vào trong dấu căn của  $a\sqrt{b}$  với  $b \geq 0$  ta được

- A.  $\sqrt{a^2b}$       B.  $-\sqrt{a^2b}$       C.  $\sqrt{|a|b}$       D. Cả 3 đều sai
3. Giá trị của biểu thức  $\sqrt{5\sqrt{3} + 5\sqrt{48} - 10\sqrt{7 + 4\sqrt{3}}}$  bằng:
- A.  $4\sqrt{3}$       B. 2      C.  $7\sqrt{3}$       D. 5
4. Cho hình bình hành ABCD thoả mãn
- A. Tất cả các góc đều nhọn;      B. Góc A nhọn, góc B tù  
C. Góc B và góc C đều nhọn;      D.  $\hat{A} = 90^\circ$ , góc B nhọn
5. Câu nào sau đây đúng
- A.  $\cos 87^\circ > \sin 47^\circ$  ;      C.  $\cos 14^\circ > \sin 78^\circ$   
B.  $\sin 47^\circ < \cos 14^\circ$       D.  $\sin 47^\circ > \sin 78^\circ$
6. Độ dài x, y trong hình vẽ bên là bao nhiêu. Em hãy khoanh tròn kết quả đúng
- A.  $x = 30\sqrt{2}$ ;  $y = 10\sqrt{3}$  ;      B.  $x = 10\sqrt{3}$ ;  $y = 30\sqrt{2}$   
C.  $x = 10\sqrt{2}$ ;  $y = 30\sqrt{3}$  ;      D. Một đáp số khác



**PHẦN II: TỰ LUẬN (6 ĐIỂM)**

**Câu 1:** (0,5đ) Phân tích đa thức sau ra thừa số

$$a^4 + 8a^3 - 14a^2 - 8a - 15$$

**Câu 2:** (1,5đ) Chứng minh rằng biểu thức  $10n + 18n - 1$  chia hết cho 27 với n là số tự nhiên

**Câu 3** (1,0đ) Tìm số trị của  $\frac{a+b}{a-b}$  nếu  $2a^2 + 2b^2 = 5ab$ ; Và  $b > a > 0$

**Câu 4** (1,5đ) Giải phương trình

$$a. \sqrt{4y^2 + x} + \sqrt{4y^2 - x} - \sqrt{x^2 + 2} ; \quad b. x^4 + \sqrt{x^2 + 2006} = 2006$$

**Câu 5** (0,5đ) Cho  $\Delta ABC$  cân ở A đường cao  $AH = 10\text{cm}$ , đường cao  $BK = 12\text{cm}$ . Tính độ dài các cạnh của  $\Delta ABC$

**Câu 6** (1,0đ) Cho  $(O; 4\text{cm})$  và  $(O'; 3\text{cm})$  nằm ngoài nhau.  $OO' = 10\text{cm}$ , tiếp tuyến chung trong tiếp xúc với đường tròn  $(O)$  tại E và đường tròn  $(O')$  tại F.  $OO'$  cắt

đường tròn tâm O tại A và B, cắt đường tròn tâm (O) tại C và D (B, C nằm giữa 2 điểm A và D) AE cắt CF tại M, BE cắt DF tại N.

Chứng minh rằng:  $MN \perp AD$

### ĐỀ SỐ 13

**Câu 1:** (4,5 điểm) : Giải các phương trình sau:

1)  $\sqrt{X^2 - 2X + 1} + \sqrt{X^2 - 6X + 9} = 5$

2)  $\frac{3}{X+1} - \frac{1}{X-2} = \frac{9}{(X+1)(2-X)}$

**Câu 2:** (4 điểm)

1) Chứng minh rằng:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3\sqrt{2}} + \frac{1}{4\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{2007\sqrt{2006}} < 2$$

2) Chứng minh rằng nếu a, b, c là chiều dài 3 cạnh của một tam giác thì:

$$ab + bc \geq a^2 + b^2 + c^2 < 2(ab + bc + ca)$$

**Câu 3:** (4 điểm)

1) Tìm x, y, z biết:

$$\frac{x}{y+z+1} = \frac{y}{x+z+2} = \frac{z}{x+y-3} = x+y+z$$

2) Tìm GTLN của biểu thức :

$$\sqrt{x-3} + \sqrt{y-4} \text{ biết } x + y = 8$$

**Câu 4:** (5,5 điểm):



Cho đường tròn tâm (O) đường kính AB, xy là tiếp tuyến tại B với đường tròn, CD là một đường kính bất kỳ. Gọi giao điểm của AC và AD với xy theo thứ tự là M, N.

a) Chứng minh rằng: MCDN là tứ giác nội tiếp một đường tròn.

b) Chứng minh rằng:  $AC \cdot AM = AD \cdot AN$

c) Gọi I là đường tâm tròn ngoại tiếp tứ giác MCDN. Khi đường kính CD quay quanh tâm O thì điểm I di chuyển trên đường tròn nào ?

**Câu 5:** (2 điểm):

Cho M thuộc cạnh CD của hình vuông ABCD. Tia phân giác của góc ABM cắt AD ở I. Chứng minh rằng:  $BI \leq 2MI$ .

### ĐỀ SỐ 14

Phần I: Trắc nghiệm khách quan

**Câu 1:** Với  $a > 0, b > 0$ ; biểu thức  $\frac{a - 2\sqrt{ab}}{\sqrt{a}} : \frac{\sqrt{a}}{a + 2\sqrt{ab}}$  bằng

A: 1

B:  $a - 4b$

C:  $\sqrt{a} - 2\sqrt{b}$

D:  $\sqrt{a} + 2\sqrt{b}$

**Câu 2:** Cho bất đẳng thức:

(I):  $3 + \sqrt{5} < 2\sqrt{2} + \sqrt{6}$

(II):  $2\sqrt{3} + 4 > 3\sqrt{2} + \sqrt{10}$

(III):  $\frac{\sqrt{30}}{2} > \frac{4}{\sqrt{2}}$

Bất đẳng thức nào đúng

A: Chỉ I

B: Chỉ II

C: Chỉ III

D: Chỉ I và II

**Câu 3:**

Trong các câu sau; câu nào sai

Phân thức  $\frac{x^2 - y^2}{(x^3 - y^3)(x^3 + y^3)}$  bằng phân thức a/.  $\frac{x + y}{(x^2 + xy + y^2)(x^3 + y^3)}$

b/.  $\frac{x - y}{(x^3 - y^3)(x^2 - xy + y^2)}$  c/.  $\frac{1}{x^2 y^2 (x^2 + y^2)^2}$

d/.  $\frac{1}{x^4 + x^2 y^2 + y^4}$

Phần II: Bài tập tự luận

**Câu 4:** Cho phân thức:

$$M = \frac{x^5 - 2x^4 + 2x^3 - 4x^2 - 3x + 6}{x^2 + 2x - 8}$$

a/. Tìm tập xác định của M.

b/. Tìm các giá trị của x để M=0

c/. Rút gọn M.

**Câu 5:**

Giải phương trình :

a/.  $\frac{x + \frac{2(3-x)}{5}}{14} - \frac{5x - 4(x-1)}{24} = \frac{7x + 2 + \frac{9-3x}{5}}{12} + \frac{2}{3}$  (1)

b/.  $\frac{59-x}{41} + \frac{57-x}{43} + \frac{55-x}{45} + \frac{53-x}{47} + \frac{51-x}{49} = -5$  (2)

**Câu 6:** Cho hai đường tròn tâm O và tâm O' cắt nhau tại A và B. Một cát tuyến kẻ qua A và cắt đường tròn (O) ở C và (O') ở D. gọi M và N lần lượt là trung điểm của AC và AD.

a/. Chứng minh :  $MN = \frac{1}{2} CD$

b/. Gọi I là trung điểm của MN. chứng minh rằng đường thẳng vuông góc với CD tại I đi qua 1 điểm cố định khi cát tuyến CAD thay đổi.

c/. Trong số những cát tuyến kẻ qua A, cát tuyến nào có độ dài lớn nhất.

**Câu 7:**

Cho hình chóp tứ giác đều  $S_{ABCD}$   $AB=a$ ;  $SC=2a$

a/. Tính diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình chóp

b/. Tính thể tích của hình chóp.

**ĐỀ SỐ 15**

**Câu I:** Cho đường thẳng  $y = (m-2)x + 2$  (d)

- Chứng minh rằng đường thẳng (d) luôn đi qua 1 điểm cố định với mọi m.
- Tìm m để khoảng cách từ gốc tọa độ đến đường thẳng (d) bằng 1.
- Tìm giá trị của m để khoảng cách từ gốc tọa độ đến đường thẳng (d) có giá trị lớn nhất.

**Câu II:** Giải các phương trình:

a)  $2\sqrt{x^2 + 2x + 1} + \sqrt{x^2 - 6x + 9} = 6$

b)  $\sqrt{x + 2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x - 2\sqrt{x-1}} = 1$

**Câu III:**

- Tìm giá trị nhỏ nhất của:  $A = \frac{xy}{z} + \frac{yz}{x} + \frac{zx}{y}$  với x, y, z là số dương và  $x + y + z = 1$

b) Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} \frac{x-1}{5} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-2}{2} \\ 3x - 2y + z = 12 \end{cases}$$

c)  $B = \frac{x + \sqrt{x^2 - 2x}}{x - \sqrt{x^2 - 2x}} - \frac{x - \sqrt{x^2 - 2x}}{x + \sqrt{x^2 - 2x}}$

- Tìm điều kiện xác định của B
- Rút gọn B
- Tìm x để  $B < 2$

**Câu IV:**

Cho tam giác vuông ABC vuông tại A, với  $AC < AB$ ; AH là đường cao kẻ từ đỉnh A. Các tiếp tuyến tại A và B với đường tròn tâm O ngoại tiếp tam giác ABC cắt nhau tại M. Đoạn MO cắt cạnh AB ở E. Đoạn MC cắt đường cao AH tại F. Kéo dài CA cho cắt đường thẳng BM ở D. Đường thẳng BF cắt đường thẳng AM ở N.

- Chứng minh  $OM \parallel CD$  và M là trung điểm của BD
- Chứng minh  $EF \parallel BC$
- Chứng minh HA là tia phân giác của góc MHN
- Cho  $OM = BC = 4\text{cm}$ . Tính chu vi tam giác ABC.

**Câu V:** Cho  $(O; 2\text{cm})$  và đường thẳng d đi qua O. Dựng điểm A thuộc miền ngoài đường tròn sao cho các tiếp tuyến kẻ từ A với đường tròn cắt đường thẳng d tại B và C tạo thành tam giác ABC có diện tích nhỏ nhất.

## ĐỀ SỐ 16

### .Câu 1 Rút gọn biểu thức

$$A = \frac{1}{2\sqrt{1+1}\sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{2+2}\sqrt{3}} + \frac{1}{4\sqrt{3+3}\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{2006\sqrt{2005+2005}\sqrt{2006}}$$

### Câu 2 Tính giá trị biểu thức

$$B = \sqrt[3]{\frac{x^3 - 3x + (x^2 - 1)\sqrt{x^2 - 4}}{2}} + \sqrt[3]{\frac{x^3 - 3x - (x^2 - 1)\sqrt{x^2 - 4}}{2}}$$

tại  $x = \sqrt[3]{2005}$

### 3. Cho phương trình:

$$(m + 2)x^2 - (2m - 1)x - 3 + m = 0 \quad (1)$$

a) Chứng minh phương trình (1) có nghiệm với mọi m

b) Tìm tất cả các giá trị của m sao cho phương trình có 2 nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  và khi đó hãy tìm giá trị của m để nghiệm này gấp hai lần nghiệm kia.

4. Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y = \sqrt{4z - 1} \\ y + z = \sqrt{4x - 1} \\ z + x = \sqrt{4y - 1} \end{cases}$$

5. Giải phương trình:  $\frac{6x - 3}{\sqrt{x} - \sqrt{1 - x}} = 3 + 2\sqrt{x - x^2}$

6. Cho parabol (P):  $y = \frac{x^2}{2}$

- Viết phương trình đường thẳng (D) có hệ số góc m và đi qua điểm A (1 ; 0)
- Biện luận theo m số giao điểm của (P) và (D)
- Viết phương trình đường thẳng (D) tiếp xúc với (P) tìm tọa độ tiếp điểm
- Tìm trên (P) các điểm mà (D) không đi qua với mọi m

7. Cho  $a_1, a_2, \dots, a_n$  là các số dương có tích bằng 1

Tìm giá trị nhỏ nhất của  $P = \sqrt{1 + \frac{1}{a_1}} + \sqrt{1 + \frac{1}{a_2}} + \dots + \sqrt{1 + \frac{1}{a_n}}$

8. Cho điểm M nằm trong  $\Delta ABC$ . AM cắt BC tại  $A_1$ , BM cắt AC tại  $B_1$ , CM cắt AB tại  $C_1$ . Đường thẳng qua M song song với BC cắt  $A_1C_1$  và  $A_1B_1$  thứ tự tại E và F. So sánh ME và MF.

9. Cho đường tròn (O; R) nội tiếp tam giác ABC tiếp xúc với BC tại D. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AD và BC.

Chứng minh M, O, N thẳng hàng

10. Cho tam giác ABC nhọn. Đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng ABC tại A. Lấy điểm M trên đường thẳng d. Kẻ BK vuông góc với AC, kẻ BH vuông góc với MC; HK cắt đường thẳng d tại N.

a) Chứng minh  $BN \perp MC$ ;  $BM \perp NC$

b) Xác định vị trí điểm M trên đường thẳng d để độ dài MN đạt giá trị nhỏ nhất.

## ĐỀ SỐ 17

Rút gọn biểu thức :  $A = \sqrt{6+2\sqrt{2}\sqrt{3-\sqrt{\sqrt{2}-\sqrt{12}+\sqrt{18-\sqrt{128}}}}}$

**Câu 2:** (2đ)

Giải phương trình :  $x^2 + 3x + 1 = (x+3) \sqrt{x^2 + 1}$

**Câu 3:** (2 đ) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + xy = 1 \\ x^3 + y^3 = x = 3y \end{cases}$$

**Câu 4:** (2đ)

Cho PT bậc hai ẩn x :

$$X^2 - 2(m-1)x + 2m^2 - 3m + 1 = 0$$

c/m : PT có nghiệm khi và chỉ khi  $0 \leq m \leq 1$

Gọi  $x_1, x_2$  là nghiệm của PT . c/m

$$|x_1 + x_2 + x_1 x_2| \leq \frac{9}{8}$$

**Câu 6:** (2đ) : Cho parabol  $y = \frac{1}{4}x^2$  và đường thẳng (d) :  $y = \frac{1}{2}x + 2$

a/ Vẽ (P) và (d) trên cùng hệ trục tọa độ .

b/ Gọi A, B là giao điểm của (P) và (d) trên cùng hệ trục tọa độ Oxy. Tìm M trên  $\widehat{AB}$  của (P) sao cho  $S_{MAB}$  lớn nhất .

**Câu 7:** (2đ)

a/ c/m : Với  $\forall$  số dương a

$$\text{thì} \left(1 + \frac{1}{a^2} + \frac{1}{a+1}\right)^2 = 1 + \frac{1}{a^2} + \frac{1}{(a+1)^2}$$

b/ Tính  $S = \sqrt{1 + \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2}} + \sqrt{1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2}} + \dots + \sqrt{1 + \frac{1}{2006^2} + \frac{1}{2007^2}}$

Câu 8 ( 4 điểm): Cho đoạn thẳng  $AB = 2a$  có trung điểm  $O$  . Trên cùng một nửa mặt phẳng bờ  $AB$  , dựng nửa đường tròn  $(O,AB)$  và  $(O',AO)$  , Trên  $(O')$  lấy  $M$  ( $M \neq A, M \neq O$  ). Tia  $OM$  cắt  $(O)$  tại  $C$  . Gọi  $D$  là giao điểm thứ hai của  $CA$  với  $(O')$ .

a/ Chứng minh rằng tam giác  $AMD$  cân .

b/ Tiếp tuyến  $C$  của  $(O)$  cắt tia  $OD$  tại  $E$ . Xác định vị trí tương đối của đường thẳng  $EA$  đối với  $(O)$  và  $(O')$ .

c/ Đường thẳng  $AM$  cắt  $OD$  tại  $H$ , đường tròn ngoại tiếp tam giác  $COH$  cắt  $(O)$  tại điểm thứ hai là  $N$ . Chứng minh ba điểm  $A, M, N$  thẳng hàng.

d/ Tại vị trí của  $M$  sao cho  $ME \parallel AB$  hãy tính  $OM$  theo  $a$  .

Câu 9 ( 1 điểm ): Cho tam giác có số đo các đường cao là các số nguyên , bán kính đường tròn nội tiếp tam giác bằng 1. Chứng minh tam giác đó là tam giác đều

### ĐỀ SỐ 18

**Câu I- (4đ)** : Tính giá trị của biểu thức :

$$1, \sqrt{\sqrt{5} - \sqrt{3} - \sqrt{29 - 12\sqrt{5}}}$$

$$2, \sqrt{2 + \sqrt{3}} + \sqrt{14 - 5\sqrt{3}}$$

**Câu II- (5đ)** : Giải các phương trình sau :

$$1, \frac{x}{x-1} + \frac{1}{x+1} = \frac{2}{x^2-1}$$

$$2, \sqrt{x^2-2x+1} + \sqrt{x^2-4x+4} = 3$$

$$3, x^4 - 3x^3 + 4x^2 - 3x + 1 = 0$$

**Câu III- (3đ)** :

1, Cho  $a, b, c$  là các số dương , chứng minh rằng :

$$\left[ \frac{1}{a^2} + 1 \right] \left[ \frac{1}{b^2} + 2 \right] \left[ \frac{1}{c^2} + 8 \right] \geq \frac{32}{abc}$$

2, Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên n ta có :

$$\sqrt{n+1} - \sqrt{n} > \frac{1}{2\sqrt{n+1}}$$

**Câu III – (3đ)** : Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số :

a,  $y = \frac{x^2 + 2x - 1}{2x^2 + 4x + 9}$

b,  $y = \frac{1}{2} |x + 3| - 4$

**Câu VI (5đ)** : Cho tam giác ABC vuông ở A ,đường cao AH . Gọi D và E lần lượt là hình chiếu của điểm H trên AB và AC . Biết BH = 4(cm) ; HC = 9(cm)

a, Tính độ dài đoạn DE

b, Chứng minh rằng AD . AB = AE.AC

c, Các đường thẳng vuông góc với DE tại D và E lần lượt cắt BC tại M và N .  
Chứng minh M là trung điểm BH ; N là trung điểm của CH .

d, Tính diện tích tứ giác DENM

-----&\*&-----

## ĐỀ SỐ 19

**Câu I: (1,5 điểm) Rút gọn các biểu thức sau.**

1.  $A = \frac{1}{\sqrt{2}-1} - \frac{3+2\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1}; \quad B = \sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{2}} - \frac{\sqrt{3}}{2}$

**Câu II: (3,5 điểm) giải các phương trình sau.**



- $|2x+1| + x - 1 = 0$  ; 2)  $3x^2 + 2x = 2\sqrt{x^2 + x} + 1 - x$
- $\sqrt{x-2} + \sqrt{2x-5} + \sqrt{x+2+3\sqrt{2x-5}} = 7\sqrt{2}$

**Câu III: (6 điểm).**

- Tìm giá trị của m để hệ phương trình

$$\begin{cases} (m+1)x - y = m+1 \\ x - (m-1)y = 2 \end{cases}$$

Có nghiệm duy nhất thỏa mãn điều kiện  $x + y$  đạt giá trị nhỏ nhất.

- Cho Parabol (P):  $y = x^2 - 4x + 3$  và điểm A(2;1). Gọi k là hệ số góc của đường thẳng (d) đi qua A.
  - Viết phương trình đường thẳng (d).
  - Chứng minh rằng (d) luôn luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt M; N.
  - Xác định giá trị của k để MN có độ dài bé nhất.

**Câu IV (4,5 điểm).**

Cho đường tròn (O;R). I là điểm nằm trong đường tròn, kẻ hai dây MIN và EIF. Gọi M'; N'; E'; F' thứ tự là trung điểm của IM; IN; IE; IF.

- Chứng minh:  $IM \cdot IN = IE \cdot IF$ .
- Chứng minh tứ giác M'E'N'F' nội tiếp đường tròn.
- Xác định tâm và bán kính của đường tròn ngoại tiếp tứ giác M'E'N'F'.
- Giả sử 2 dây MIN và EIF vuông góc với nhau. Xác định vị trí của MIN và EIF để diện tích tứ giác M'E'N'F' lớn nhất và tìm giá trị lớn nhất đó. Biết  $OI = \frac{R}{2}$ .