# ĐỀ CƯƠNG ÔN THI VÀO LỚP 10

**(Tổng số 42 tiết)**

==============================================

## I. VÒNG 1: ( 18 TIẾT): NHỮNG NỘI DUNG KIẾN THỨC CƠ BẢN

**A.Đại số:**

I.Căn bậc hai: Khái niệm, hằng đẳng thức, ĐKXĐ, các phép biến đổi. (2 tiết ).
II.Phương trình, bất ph/trình, hệ ph/ trình bậc nhất một ẩn: Dạng, ph/pháp giải. (2 tiết ).
III.Hàm số bậc nhất, bậc hai: Đ/n, t/c, đồ thị, tương giao giữa các đồ thị. (2 tiết ).
IV.Giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình, phương trình. (2 tiết ).
V.Phương trình bậc hai: Dạng, công thức nghiệm, Định lý Viet, ứng dụng. (2 tiết ).

**B.Hình học:**

I. Hệ thức lượng trong tam giác vuông. Tỉ số lượng giác của góc nhọn. (2 tiết ).
II. Chứng minh Bằng nhau – Song song; vuông góc - Đồng quy; thẳng hàng. (2 tiết ).
III.Chứng minh hai tam giác đồng dạng . Hệ thức hình học. (2 tiết ).
IV.Tứ giác nội tiếp: Khái niệm, tính chất, dấu hiệu. (2 tiết ).

## II. VÒNG 2: ( 12 TIẾT): NHỮNG CHUYÊN ĐỀ CHUYÊN SÂU

I. Cực trị đại số. (2 tiết ).
II. Sự tương giao của các đường thẳng và parabol trên mặt phẳng toạ độ. (2 tiết ).
III. Hệ thức Vi-et và ứng dụng. (2 tiết ).
IV. Cực trị hình học. (2 tiết )
V. Phương trình vô tỉ. (2 tiết ).
VI. Bất đẳng thức. (2 tiết ).

## III. VÒNG 2: ( 12 TIẾT): THAM KHẢO MỘT SỐ ĐỀ THI VÀO THPT

I. Đề số 1:
II. Đề số 2:
III. Đề số 3:
IV. Đề số 4:

# VÒNG 1: ( 18 TIẾT)

# NHỮNG NỘI DUNG KIẾN THỨC CƠ BẢN

## §1.CĂN BẬC HAI

### A.KIẾN THỨC CƠ BẢN

***1.Khái niệm***

x là căn bậc hai của số không âm a $\Leftrightarrow$ $x^2 = a$. Kí hiệu: $x = \sqrt{a}$.

***2.Điều kiện xác định của biểu thức*** $\sqrt{A}$

Biểu thức $\sqrt{A}$ xác định $\Leftrightarrow$ $A \geq 0$.

***3.Hằng đẳng thức căn bậc hai***

$$\sqrt{A^2} = |A| = \begin{cases} A & \text{khi } A \geq 0 \\ -A & \text{khi } A < 0 \end{cases}$$

***4.Các phép biến đổi căn thức***

+) $\sqrt{A.B} = \sqrt{A}.\sqrt{B} \quad (A \geq 0; B \geq 0)$

+) $\sqrt{\dfrac{A}{B}} = \dfrac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}} \quad (A \geq 0; B > 0)$

+) $\sqrt{A^2B} = |A|\sqrt{B} \quad (B \geq 0)$

+) $\sqrt{\dfrac{A}{B}} = \dfrac{1}{|B|}\sqrt{A.B} \quad (A.B \geq 0; B \neq 0)$

+) $\dfrac{m}{A \pm \sqrt{B}} = \dfrac{m.\left(A \mp \sqrt{B}\right)}{A^2 - B} \quad \left(B \geq 0; A^2 \neq B\right)$

+) $\dfrac{n}{\sqrt{A} \pm \sqrt{B}} = \dfrac{n.\left(\sqrt{A} \mp \sqrt{B}\right)}{A - B} \quad (A \geq 0; B \geq 0; A \neq B)$

+) $\sqrt{A \pm 2\sqrt{B}} = \sqrt{m \pm 2\sqrt{m.n} + n} = \sqrt{\left(\sqrt{m} \pm \sqrt{n}\right)^2} = \left|\sqrt{m} \pm \sqrt{n}\right|$

với $\begin{cases} m + n = A \\ m.n = B \end{cases}$

### B.MỘT SỐ VÍ DỤ

***VD1.Thu gọn, tính giá trị các biểu thức***

$A=\left(3-\sqrt{3}\right)\left(-2\sqrt{3}\right)+\left(3\sqrt{3}+1\right)^2$

$B=\dfrac{3+2\sqrt{3}}{\sqrt{3}}+\dfrac{2+\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1}-\left(2+\sqrt{3}\right)$

$C=\sqrt{3-2\sqrt{2}}-\sqrt{6+4\sqrt{2}}$

$D=\sqrt{2+\sqrt{3}}+\sqrt{2-\sqrt{3}}$

***Giải***

$A=-6\sqrt{3}+6+27+6\sqrt{3}+1=34$

$B=\dfrac{\sqrt{3}\left(\sqrt{3}+2\right)}{\sqrt{3}}+\dfrac{\sqrt{2}\left(\sqrt{2}+1\right)}{\sqrt{2}+1}-2-\sqrt{3}=\sqrt{3}+2+\sqrt{2}-2-\sqrt{3}=\sqrt{2}$

$C=\sqrt{2-2\sqrt{2}+1}-\sqrt{4+2\sqrt{8}+2}=\sqrt{\left(\sqrt{2}+1\right)^2}-\sqrt{\left(2+\sqrt{2}\right)^2}=\sqrt{2}+1-2-\sqrt{2}=-1$

$D.\sqrt{2}=\sqrt{2}.\left(\sqrt{2+\sqrt{3}}+\sqrt{2-\sqrt{3}}\right)=\sqrt{4+2\sqrt{3}}+\sqrt{4-2\sqrt{3}}=\sqrt{\left(\sqrt{3}+1\right)^2}+\sqrt{\left(\sqrt{3}-1\right)^2}$

$\Rightarrow D.\sqrt{2}=\sqrt{3}+1+\sqrt{3}-1=2\sqrt{3}\Rightarrow D=\sqrt{6}$

***VD2.*** Cho biểu thức $y=\dfrac{x^2+\sqrt{x}}{x-\sqrt{x}+1}+1-\dfrac{2x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$

a) Rút gọn y. Tìm x để y = 2.

b) Cho x > 1. Chứng minh $y-|y|=0$

c) Tìm giá trị nhỏ nhất của y

***Giải***

a) $y=\dfrac{\sqrt{x}\left[\left(\sqrt{x}\right)^3+1\right]}{x-\sqrt{x}+1}+1-\dfrac{\sqrt{x}\left(2\sqrt{x}+1\right)}{\sqrt{x}}=\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+1\right)+1-2\sqrt{x}-1=x-\sqrt{x}$

$y=2\Leftrightarrow x-\sqrt{x}=2\Leftrightarrow x-\sqrt{x}-2=0\Leftrightarrow\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-2\right)=0$

$\Leftrightarrow\sqrt{x}-2=0\Leftrightarrow\sqrt{x}=2\Leftrightarrow x=4$

*(Ở đây ta có thể áp dụng giải phương trình bậc hai bằng cách đặt ẩn phụ)*

b) Có $y-|y|=x-\sqrt{x}-\left|x-\sqrt{x}\right|$

Do $x>1\Rightarrow x>\sqrt{x}\Rightarrow x-\sqrt{x}>0\Rightarrow\left|x-\sqrt{x}\right|=x-\sqrt{x}$

$\Rightarrow y-|y|=0$

c) Có: $y=x-\sqrt{x}=\left(\sqrt{x}\right)^2-\sqrt{x}=\left(\sqrt{x}\right)^2-2.\sqrt{x}.\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{4}-\dfrac{1}{4}=\left(\sqrt{x}+\dfrac{1}{2}\right)^2-\dfrac{1}{4}\geq-\dfrac{1}{4}$

Vậy $\text{Min } y=-\dfrac{1}{4}$ khi $\sqrt{x}=\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow\sqrt{x}=\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow x=\dfrac{1}{4}$

***VD3. So sánh hai số sau***

$a=\sqrt{1997}+\sqrt{1999}$ và $b=2\sqrt{1998}$

***Giải***

Có $a = \sqrt{1998-1} + \sqrt{1998+1} = \sqrt{\left(\sqrt{1998-1} + \sqrt{1998+1}\right)^2}$

$= \sqrt{2.1998 + 2\sqrt{1998^2 - 1}} < \sqrt{2.1998 + 2\sqrt{1998^2}} = 2\sqrt{1998}$

Vậy a < b.

## C.MỘT SỐ BÀI TẬP CƠ BẢN

1.Thực hiện phép tính, rút gọn biểu thức

$A = 4\sqrt{3+2\sqrt{2}} - \sqrt{57+40\sqrt{2}}$

$B = \sqrt{1100} - 7\sqrt{44} + 2\sqrt{176} - \sqrt{1331}$

$C = \sqrt{\left(1-\sqrt{2002}\right)^2}.\sqrt{2003+2\sqrt{2002}}$

$D = \sqrt{72} - \sqrt{5\frac{1}{3}} + 4,5\sqrt{2\frac{2}{3}} + 2\sqrt{27}$

$E = \left(\frac{3}{2}\sqrt{6} + 2\sqrt{\frac{2}{3}} - 4\sqrt{\frac{3}{2}}\right).\left(3\sqrt{\frac{2}{3}} - \sqrt{12} - \sqrt{6}\right).\left(-\sqrt{2}\right)$

$F = \sqrt{8-2\sqrt{15}} - \sqrt{8+2\sqrt{15}}$

$G = \sqrt{4+\sqrt{7}} - \sqrt{4-\sqrt{7}}$

$H = \sqrt{8+\sqrt{60}} + \sqrt{45} - \sqrt{12}$

$I = \sqrt{9-4\sqrt{5}} - \sqrt{9+4\sqrt{5}}$

$K = \left(2\sqrt{8} + 3\sqrt{5} - 7\sqrt{2}\right).\left(\sqrt{72} - 5\sqrt{20} - 2\sqrt{2}\right)$

$L = \dfrac{\sqrt{2} + \sqrt{5-\sqrt{14}}}{\sqrt{12}}$

$M = \dfrac{\left(5\sqrt{3} + \sqrt{50}\right)\left(5-\sqrt{24}\right)}{\sqrt{75} - 5\sqrt{2}}$

$N = \dfrac{3+\sqrt{5}}{3-\sqrt{5}} + \dfrac{3-\sqrt{5}}{3+\sqrt{5}}$

$P = \dfrac{3\sqrt{8} - 2\sqrt{12} + \sqrt{20}}{3\sqrt{18} - 2\sqrt{27} + \sqrt{45}}$

$Q = \dfrac{1}{\left(2+\sqrt{3}\right)^2} - \left(\dfrac{5-2\sqrt{5}}{2-\sqrt{5}}\right)^2$

$R = \sqrt{3+\sqrt{13+\sqrt{48}}}$

2.Tính giá trị của biểu thức

$A = \dfrac{1}{a+1} - \dfrac{1}{b+1}$ khi $a = \dfrac{1}{7+4\sqrt{3}}$; $b = \dfrac{1}{7-4\sqrt{3}}$

$B = 5x^2 - 4\sqrt{5}x + 4$ khi $x = \sqrt{5} + \sqrt{\frac{1}{5}}$

$C = \frac{1+2x}{1+\sqrt{1+2x}} + \frac{1-2x}{1-\sqrt{1-2x}}$ khi $x = \frac{\sqrt{3}}{4}$

3.Chứng minh

a) $\frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{3\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}}\sqrt{\frac{5}{12} - \frac{1}{\sqrt{6}}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

b) $\sqrt[3]{2+\sqrt{5}} + \sqrt[3]{2-\sqrt{5}} = 1$

c) $\frac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{2+\sqrt{3}}} + \frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{2-\sqrt{3}}} = \sqrt{2}$

d) $S = \frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + ... + \frac{1}{\sqrt{99}+\sqrt{100}}$ là một số nguyên.

4.Cho $A = \frac{2x - 3\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} - 2}$; $B = \frac{\left(\sqrt{x}\right)^3 - \sqrt{x} + 2x - 2}{\sqrt{x} + 2}$

a) Rút gọn A và B.

b) Tìm x để A = B.

5.Cho $A = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}$. Tìm số nguyên x để A nhận giá trị nguyên.

6.Tìm x, biết:

a) $\sqrt{(4-x)^2}.\sqrt{81} = 36$ b) $\frac{x+\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}} = 3$ c) $\frac{\sqrt{x-5}}{\sqrt{x-4}} = 1$

---

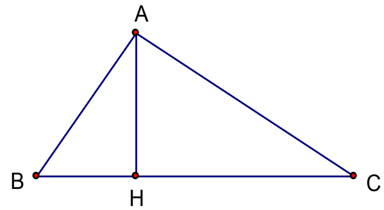
## §2.HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC VUÔNG
## TỈ SỐ LƯỢNG GIÁC CỦA GÓC NHỌN

**A.KIẾN THỨC CƠ BẢN**

***1.Định lý Pitago***

$\Delta ABC$ vuông tại A $\Leftrightarrow AB^2 + AC^2 = BC^2$

***2.Hệ thức lượng trong tam giác vuông***




1) $AB^2 = BH.BC$; $AC^2 = CH.BC$
2) $AB.AC = AH.BC$
3) $AH^2 = BH.HC$
4) $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2}$

Kết quả:

-Với tam giác đều cạnh là a, ta có: $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$; $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

***3.Tỉ số lượng giác của góc nhọn***

Đặt $\angle ACB = \alpha; \angle ABC = \beta$ khi đó:

$$\sin\alpha = \frac{AB}{BC} = \frac{AH}{AC}; \quad \cos\alpha = \frac{AC}{BC} = \frac{HC}{AC}; \quad tg\alpha = \frac{AB}{AC} = \frac{AH}{HC}; \quad \cot g\alpha = \frac{AC}{AB} = \frac{HC}{AH}$$

$b = a\sin B = a\cos C = ctgB = c\cot gC$

$c = a\cos B = a\sin C = bctgB = btgC$

Kết quả suy ra:

1) $\sin\alpha = \cos\beta$; $\cos\alpha = \sin\beta$; $tg\alpha = cotg\beta$; $\cot g\alpha = tg\beta$

2) $0 < \sin\alpha < 1$; $0 < \cos\alpha < 1$; $tg\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$; $\cot g\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$

3) $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$; $tg\alpha.\cot g\alpha = 1$; $\frac{1}{\sin^2\alpha} = 1 + \cot g\alpha$; $\frac{1}{\cos^2\alpha} = 1 + tg\alpha$

4) Cho $\Delta ABC$ nhọn, BC = a; AC = b; AB = c khi đó:

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos A$; $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}bc\sin A$

**B.MỘT SỐ VÍ DỤ**

VD1.Cho tam giác ABC có AB>AC, kẻ trung tuyến AM và đường cao AH. Chứng minh:

a) $AB^2 + AC^2 = 2AM^2 + \frac{BC^2}{2}$

b) $AB^2 - AC^2 = 2BC.MH$

VD2.Cho hình thang ABCD (AB//CD có AB = 3cm; CD = 14cm; AC = 15cm; BD = 8cm.

a) Chứng minh AC vuông góc với BD.

b) Tính diện tích hình thang.

VD3.Tính diện tích hình bình hành ABCD biết AD = 12; DC = 15; $\angle ADC = 70^0$.

## C.MỘT SỐ BÀI TẬP CƠ BẢN

1.Cho tam giác ABC vuông cân tại A, trung tuyến BD. Gọi I là hình chiếu của C trên BD, H là hình chiếu của I trên AC.

Chứng minh: AH = 3HI.

2.Qua đỉnh A của hình vuông ABCD cạnh bằng a, vẽ một đường thẳng cắt BC ở E và cắt đường thẳng DC ở F.

Chứng minh: $\frac{1}{AE^2}+\frac{1}{AF^2}=\frac{1}{a^2}$

3.Cho tam giác cân ABC có đáy BC = a; $\angle BAC = 2\alpha$; $\alpha < 45^0$. Kẻ các đường cao AE, BF.

a) Tính các cạnh của tam giác BFC theo a và tỉ số lượng giác của góc $\alpha$.

b) Tính theo a, theo các tỉ số lượng giác của góc $\alpha$ và $2\alpha$, các cạnh của tam giác ABF, BFC.

c) Từ các kết quả trên, chứng minh các đẳng thức sau:

1) $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$;

2) $\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$;

3) $tg2\alpha = \frac{2tg\alpha}{1-tg^2\alpha}$

---

## §3.PHƯƠNG TRÌNH - HỆ PHƯƠNG TRÌNH - BẤT PHƯƠNG TRÌNH
***(Bậc nhất)***

## A.KIẾN THỨC CƠ BẢN

***1.Phương trình bậc nhất một ẩn***

-Quy đồng khử mẫu.

-Đưa về dạng ax + b = 0 ($a \neq 0$)

-Nghiệm duy nhất là $x = \frac{-b}{a}$

***2.Phương trình chứa ẩn ở mẫu***

-Tìm ĐKXĐ của phương trình.

-Quy đồng và khử mẫu.

-Giải phương trình vừa tìm được.

-So sánh giá trị vừa tìm được với ĐKXĐ rồi kết luận.

***3.Phương trình tích***

Để giải phương trình tích ta chỉ cần giải các phương trình thành phần của nó. Chẳng hạn: Với phương trình A(x).B(x).C(x) = 0

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} A(x)=0 \\ B(x)=0 \\ C(x)=0 \end{array}\right.$$

***4.Phương trình có chứa hệ số chữ (Giải và biện luận phương trình)***

Dạng phương trình này sau khi biến đổi cũng có dạng ax + b = 0. Song giá trị cụ thể của a, b ta không biết nên cần đặt điều kiện để xác định số nghiệm của phương trình.

-Nếu $a \neq 0$ thì phương trình có nghiệm duy nhất $x = \frac{-b}{a}$.

-Nếu a = 0 và b = 0 thì phương trình có vô số nghiệm.

-Nếu a = 0 và $b \neq 0$ thì phương trình vô nghiệm.

***5.Phương trình có chứa dấu giá trị tuyệt đối***

Cần chú ý khái niệm giá trị tuyệt đối của một biểu thức

$$|A| = \begin{cases} A & \text{khi } A \geq 0 \\ -A & \text{khi } A < 0 \end{cases}$$

***6.Hệ phương trình bậc nhất***

Cách giải chủ yếu dựa vào hai phương pháp cộng đại số và thế. Chú ý phương pháp đặt ẩn phụ trong một số trường hợp xuất hiện các biểu thức giống nhau ở cả hai phương trình.

***7.Bất phương trình bậc nhất***

Với bất phương trình bậc nhất thì việc biến đổi tương tự như với phương trình bậc nhất. Tuy nhiên cần chú ý khi nhân và cả hai vế với cùng một số âm thì phải đổi chiều bất phương trình.

**B.MỘT SỐ VÍ DỤ**

***VD1.Giải các phương trình sau***

a) $2(x-3)+1=2(x+1)-9$ b) $\frac{7x}{8}-5(x-9)=\frac{20x+1,5}{6}$

c) $\frac{13}{2x^2+x-21}+\frac{1}{2x+7}=\frac{6}{x^2-9}$ d) $|x-3|+3|x-7|=10(*)$

***Giải***

a) $2(x-3)+1=2(x+1)-9 \Leftrightarrow 2x-5=2x-7 \Leftrightarrow -5=-7$ (Vô lý)

Vậy phương trình vô nghệm.

b) $\frac{7x}{8}-5(x-9)=\frac{20x+1,5}{6} \Leftrightarrow 21x-120x+1080=80x+6 \Leftrightarrow -179x=-1074 \Leftrightarrow x=6$ Vậy phương trình có nghiệm x = 6.

c) $\frac{13}{2x^2+x-21}+\frac{1}{2x+7}=\frac{6}{x^2-9} \Leftrightarrow \frac{13}{(x-3)(2x+7)}+\frac{1}{2x+7}=\frac{6}{(x-3)(x+3)}$

***ĐKXĐ:*** $x \neq \pm 3; x \neq -\frac{7}{2}$

$\Rightarrow 13(x+3)+(x-3)(x+3)=6(2x+7) \Leftrightarrow 13x+39+x^2-9=12x+42$

$\Leftrightarrow x^2 + x - 12 = 0 \Leftrightarrow (x-3)(x+4) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 3 \notin DKXD \\ x = -4 \in DKXD \end{array}\right.$

Vậy phương trình có nghiệm x = - 4.

d) Lập bảng xét dấu

| x | | 3 | | 7 | |
|---|---|---|---|---|---|
| x – 3 | - | 0 | + | | + |
| x - 7 | - | | - | 0 | + |

-Xét x < 3:

$(*) \Leftrightarrow 3 - x + 3(7-x) = 10 \Leftrightarrow 24 - 4x = 10 \Leftrightarrow -4x = -14 \Leftrightarrow x = \frac{7}{2}$ (loại)

-Xét $3 \le x < 7$:

$(*) \Leftrightarrow x - 3 + 3(7-x) = 10 \Leftrightarrow -2x + 18 = 10 \Leftrightarrow -2x = -8 \Leftrightarrow x = 4$ (t/mãn)

-Xét $x \ge 7$:

$(*) \Leftrightarrow x - 3 + 3(x-7) = 10 \Leftrightarrow 4x - 24 = 10 \Leftrightarrow 4x = 34 \Leftrightarrow x = \frac{17}{2}$ (loại)

Vậy phương trình có nghiệm x = 4.

***VD2.Giải và biện luận phương trình sau***

a) $\frac{x+a-b}{a} - \frac{x+b-a}{b} = \frac{b^2 - a^2}{ab}$ (1)

b) $\frac{ax-1}{x-1} + \frac{2}{x+1} = \frac{a(x^2+1)}{x^2-1}$ (2)

***Giải***

a) ĐK: $a \neq 0$; $b \neq 0$.

$(1) \Leftrightarrow b(x+a-b) - a(x+b-a) = b^2 - a^2$

$\Leftrightarrow bx + ab - b^2 - ax - ab + a^2 = b^2 - a^2$

$\Leftrightarrow (b-a)x = 2(b-a)(b+a)$

-Nếu $b - a \neq 0 \Rightarrow b \neq a$ thì $x = \frac{2(b-a)(b+a)}{b-a} = 2(b+a)$

-Nếu $b - a = 0 \Rightarrow b = a$ thì phương trình có vô số nghiệm.

Vậy:

-Với $b \neq a$, phương trình có nghiệm duy nhất x = 2(b + a).

-Với b = a, phương trình có vô số nghiệm

b) ĐKXĐ: $x \neq \pm 1$

$(2) \Rightarrow (ax\text{-}1)(x+1) + 2(x-1) = a(x^2+1)$

$\Leftrightarrow ax^2 + ax - x - 1 + 2x - 2 = ax^2 + a$

$\Leftrightarrow (a+1)x = a + 3$

-Nếu $a + 1 \neq 0 \Rightarrow a \neq -1$ thì $x = \frac{a+3}{a+1}$

-Nếu $a + 1 = 0 \Rightarrow a = -1$ thì phương trình vô nghiệm.

Vậy:

-Với a ≠ -1 và a ≠ -2 thì phương trình có nghiệm duy nhất $x = \frac{a+3}{a+1}$

-Với a = -1 hoặc a = -2 thì phương trình vô nghiệm.

***VD3.Giải các hệ phương trình sau***

a) $\begin{cases} x + 5y = 7 \\ 3x - 2y = 4 \end{cases}$ b) $\begin{cases} \frac{1}{x+y} + \frac{1}{x-y} = \frac{5}{8} \\ \frac{1}{x-y} - \frac{1}{x+y} = \frac{3}{8} \end{cases}$ c) $\begin{cases} x + 2y - 3z = 2 \\ x - 3y + z = 5 \\ x - 5y = 1 \end{cases}$

***Giải***

a) $\begin{cases} x + 5y = 7 \\ 3x - 2y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 - 5y \\ 3(7 - 5y) - 2y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 - 5y \\ 21 - 17y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 - 5y \\ y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$

hoặc $\begin{cases} x + 5y = 7 \\ 3x - 2y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 15y = 21 \\ 3x - 2y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 17y = 17 \\ 3x - 2y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ x = 2 \end{cases}$

b) ĐK: $x \neq \pm y$

đặt $\frac{1}{x+y} = u; \quad \frac{1}{x-y} = v$

Khi đó, có hệ mới $\begin{cases} u + v = \frac{5}{8} \\ -u + v = \frac{3}{8} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2v = 1 \\ u + v = \frac{5}{8} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} v = \frac{1}{2} \\ u = \frac{1}{8} \end{cases}$

Thay trở lại, ta được: $\begin{cases} x + y = 8 \\ x - y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 3 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x + 2y - 3z = 2 \\ x - 3y + z = 5 \\ x - 5y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 + 5y \\ 1 + 5y + 2y - 3z = 2 \\ 1 + 5y - 3y + z = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 + 5y \\ 7y - 3z = 1 \\ 2y + z = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = 1 \\ z = 2 \end{cases}$

## C.MỘT SỐ BÀI TẬP CƠ BẢN

1.Giải các phương trình sau

a) $3(x+4)-5(x-2)=4(3x-1)+82$

b) $\frac{x+17}{5}-\frac{3x-7}{4}=-2$

c) $\frac{x+1}{65}+\frac{x+2}{64}=\frac{x+3}{63}+\frac{x+4}{62}$

d) $\frac{x-1}{x+3}-\frac{x}{x-3}=\frac{7x-3}{9-x^2}$

e) $\frac{x+2}{x-2}-\frac{1}{x}=\frac{2}{x(x-2)}$

f) $|x+3|=5$

g) $|3x-1|=2x+6$

h) $|2-x|-3|2x+1|=4$

i) $5+3x(x+3)<(3x-1)(x+2)$

k) $\frac{4x+3}{3}-\frac{x-1}{6}>\frac{2x-3}{2}-\frac{x+2}{4}$

2.Giải và biện luận các phương trình sau

a) $\frac{x-a}{a}+b=\frac{x-b}{b}+a$

b) $a^2(x-1)-3a=x$

c) $\frac{ax-1}{a+1}-\frac{x+a}{1-a}=\frac{a^2+1}{a^2-1}$

d) $\frac{a}{x-a}+\frac{1}{x+1}=\frac{a-1}{x-a}+\frac{a+1}{x+1}$

3.Giải các hệ phương trình sau

a) $\begin{cases} x+y=24 \\ \frac{x}{9}+\frac{y}{7}=2\frac{8}{9} \end{cases}$ b) $\begin{cases} 3x+4y-5=0 \\ 2x-5y+12=0 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 2u^2-v^2=7 \\ u^2+2v^2=66 \end{cases}$ d) $\begin{cases} m+n+p=21 \\ n+p+q=24 \\ p+q+m=23 \\ q+m+n=22 \end{cases}$

4.Cho hệ phương trình $\begin{cases} (m+1)x-y=3 \\ mx+y=m \end{cases}$

a) Giải hệ với m = $-\sqrt{2}$

b) Tìm m để hệ có nghiệm duy nhất sao cho x + y dương.

## §4.CHỨNG MINH
## BẰNG NHAU – SONG SONG, VUÔNG GÓC - ĐỒNG QUY, THẲNG HÀNG

### A.KIẾN THỨC CƠ BẢN

***1.Tam giác bằng nhau***

a) Khái niệm: $\Delta ABC=\Delta A'B'C'$ khi $\begin{cases} \angle A=\angle A'; \angle B=\angle B'; \angle C=\angle C' \\ AB=A'B'; BC=B'C'; AC=A'C' \end{cases}$

b) Các trường hợp bằng nhau của hai tam giác: c.c.c; c.g.c; g.c.g.

c) Các trường hợp bằng nhau của hai tam giác vuông: hai cạnh góc vuông; cạnh huyền và một cạnh góc vuông; cạnh huyền và một góc nhọn.

d) Hệ quả: Hai tam giác bằng nhau thì các đường cao; các đường phân giác; các đường trung tuyến tương ứng bằng nhau.

***2.Chứng minh hai góc bằng nhau***

-Dùng hai tam giác bằng nhau hoặc hai tam giác đồng dạng, hai góc của tam giác cân, đều; hai góc của hình thang cân, hình bình hành, …

-Dùng quan hệ giữa các góc trung gian với các góc cần chứng minh.

-Dùng quan hệ các góc tạo bởi các đường thẳng song song, đối đỉnh.

-Dùng mối quan hệ của các góc với đường tròn.(Chứng minh 2 góc nội tiếp cùng chắn một cung hoặc hai cung bằng nhau của một đường tròn, …)

***3.Chứng minh hai đoạn thẳng bằng nhau***

-Dùng đoạn thẳng trung gian.

-Dùng hai tam giác bằng nhau.

-Ứng dụng tính chất đặc biệt của tam giác cân, tam giác đều, trung tuyến ứng với cạnh huyền của tam giác vuông, hình thang cân, hình chữ nhật, …

-Sử dụng các yếu tố của đường tròn: hai dây cung của hai cung bằng nhau, hai đường kính của một đường tròn, …

-Dùng tính chất đường trung bình của tam giác, hình thang, …

***4.Chứng minh hai đường thẳng, hai đoạn thẳng song song***

-Dùng mối quan hệ giữa các góc: So le bằng nhau, đồng vị bằng nhau, trong cùng phía bù nhau, …

-Dùng mối quan hệ cùng song song, vuông góc với đường thẳng thứ ba.

-Áp dụng định lý đảo của định lý Talet.

-Áp dụng tính chất của các tứ giác đặc biệt, đường trung bình của tam giác.

-Dùng tính chất hai dây chắn giữa hai cung bằng nhau của một đường tròn.

***5.Chứng minh hai đường thẳng vuông góc***

-Chứng minh chúng song song với hai đường vuông góc khác.

-Dùng tính chất: đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì vuông góc với đường thẳng còn lại.

-Dùng tính chất của đường cao và cạnh đối diện trong một tam giác.

-Đường kính đi qua trung điểm của dây.

-Phân giác của hai góc kề bù nhau.

***6.Chứng minh ba điểm thẳng hàng***

-Dùng tiên đề Ơclit: Nếu AB//d; BC//d thì A, B, C thẳng hàng.

-Áp dụng tính chất các điểm đặc biệt trong tam giác: trọng tâm, trực tâm, tâm đường tròn ngoại tiếp, …

-Chứng minh 2 tia tạo bởi ba điểm tạo thành góc bẹt: Nếu góc ABC bằng $180^0$ thì A, B, C thẳng hàng.

-Áp dụng tính chất: Hai góc bằng nhau có hai cạnh nằm trên một đường thẳng và hai cạnh kia nằm trên hai nửa mặt phẳng với bờ là đường thẳng trên.

-Chứng minh AC là đường kính của đường tròn tâm B.

***7.Chứng minh các đường thẳng đồng quy***

-Áp dụng tính chất các đường đồng quy trong tam giác.

-Chứng minh các đường thẳng cùng đi qua một điểm: Ta chỉ ra hai đường thẳng cắt nhau tại một điểm và chứng minh đường thẳng còn lại đi qua điểm đó.

-Dùng định lý đảo của định lý Talet.

## B.MỘT SỐ VÍ DỤ

***VD1.***Cho một nửa lục giác đều ABCD nội tiếp trong nửa đường tròn (O; R). Hai tiếp tuyến tại B và D cắt nhau ở T.

a) Chứng minh rằng OT//AB.(góc BAD = góc TOD)

b) Chứng minh ba điểm O, C, T thẳng hàng.(phân giác BOD; song song với AB)

c) Tính chu vi và diện tích của tam giác TBD theo R.($P = 3\sqrt{3}R$ ; $S = \frac{3R^2\sqrt{3}}{4}$)

d) Tính theo R diện tích giới hạn bởi hai cạnh TB, TD và cung BCD. ($S = R^2\left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{3}\right)$

***VD2.***Cho nửa đường tâm O đường kính AB = 2R, M là trung điểm AO. Các đường vuông góc với AB tại M và O cắt nửa đường tròn tại D và C.

a) Tính AD, AC, BD và DM theo R.(AD = R; AC = $R\sqrt{2}$ ; BD = $R\sqrt{3}$ ; DM = $\frac{R\sqrt{3}}{4}$)

b) Tính các góc của tứ giác ABCD.(ABD = $30^0$; ABC = $45^0$; BCD = $120^0$; ADC = $135^0$)

c) Gọi H là giao điểm của AC và BD; I là giao điểm của AD và BC. Chứng minh rằng IH vuông góc với AB.(AC, BD là các đường cao của tam giác IAB)

***VD3.***Cho tam giác ABC đều cạnh a. Kéo dài BC một đoạn CM = a.

a) Tính các góc của tam giác ACM.(ACM = $102^0$; CAM = CMA = $30^0$)

b) Chứng minh Am vuông góc với AB.(MAB = $90^0$)

c) Kéo dài CA một đoạn AN = a và kéo dài AB một đoạn BP = a. Chứng tỏ tam giác MNP đều.(tgMCN = tgNAP = tgPBM)

## C.MỘT SỐ BÀI TẬP CƠ BẢN

1.Cho hình vuông ABCD. Lấy điểm M trên đường chéo BD. Gọi E, F lần lượt là hình chiếu của M lên AB và AD.

a) Chứng tỏ: CF = DE; CF vuông góc với DE. Từ đó tìm quỹ tích giao điểm N của CF và DE. *(tgCFD = tgDAE; quỹ tích N là ¼ đường tròn-cung tròn DNO có đường kính CD)*

b) Chứng tỏ: CM = EF và CM vuông góc với EF. *(tgCKM = tgFME, K là giao của FM và CB)*

c) Chứng minh rằng các đường thẳng CM, BF, DE đồng quy.*(CM, ED, FB là ba đường cao của tam giác CEF)*

2.Cho tam giác ABC vuông ở A. Đường tròn qua tâm O qua A tiếp xúc với BC tại B và đường tròn tâm I qua A tiếp xúc với BC tại C.

a) Chứng minh hai đường tròn (O) và (I) tiếp xúc nhau tại A.*(tgOAB; tgIAC cân; OAB + CAI + BAC = $180^0$; O, I, A thẳng hàng)*

b) Từ O kẻ đường vuông góc với AB và từ I kẻ đường vuông góc với AC. Chứng minh chúng cắt nhau tại trung điểm M của BC.*(MA = MB = MC)*

c) Chứng minh MO vuông góc với MI.*(OMI = $90^0$)*

d) Kéo dài BA cắt đường tròn tâm I ở P. Chứng minh C, P, I thẳng hàng.*(tính chất góc nội tiếp hoặc PIA + AIC = $180^0$)*

3.Cho hai đường tròn (O), (O’) cắt nhau tại A và B sao cho góc OAO’ bằng $90^0$. Qua A kẻ cát tuyến MAM’ vuông góc với AP trong đó P là trung điểm của OO’. M, M’ theo thứ tự là giao điểm của cát tuyến với hai đường tròn (O); (O’). Chứng minh:

a) AM = AM’.*(A là trung điểm của DC; OC, O’D vuông góc với MM’)*

b) Tam giác ABM cân.*(tgOAC = tgOHA)*

c) BM vuông góc với BM’.*(AB = AM’; t/c trung tuyến tam giác vuông)*

d) Với vị trí nào của cát tuyến MAM’ thì MM’có độ dài lớn nhất.*(MM’=2OO’; MM’//OO’)*

---------------------------------------------------------------

## §5.PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI

**$ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) *(1)***

***Trong trường hợp giải và biện luận, cần chú ý khi a = 0 phương trình trở thành bậc nhất một ẩn (§5).**

### A.KIẾN THỨC CƠ BẢN

***1.Các dạng và cách giải***

**Dạng 1: c = 0 khi đó**

$$(1) \Leftrightarrow ax^2 + bx = 0 \Leftrightarrow x(ax+b) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = -\dfrac{b}{a} \end{array}\right.$$

**Dạng 2: b = 0 khi đó**

$$(1) \Leftrightarrow ax^2 + c = 0 \Leftrightarrow x^2 = \frac{-c}{a}$$

-Nếu $\dfrac{-c}{a} \geq 0$ thì $x = \pm\sqrt{\dfrac{-c}{a}}$.

-Nếu $\dfrac{-c}{a} < 0$ thì phương trình vô nghiệm.

**Dạng 3: Tổng quát**

| CÔNG THỨC NGHIỆM TỔNG QUÁT | CÔNG THỨC NGHIỆM THU GỌN |
|---|---|
| $\Delta = b^2 - 4ac$ | $\Delta' = b'^2 - ac$ |
| $\Delta > 0$: **phương trình có 2 nghiệm phân biệt** $x_1 = \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$; $x_2 = \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$ | $\Delta' > 0$: **phương trình có 2 nghiệm phân biệt** $x_1 = \dfrac{-b' + \sqrt{\Delta'}}{a}$; $x_2 = \dfrac{-b' - \sqrt{\Delta'}}{a}$ |
| $\Delta = 0$: **phương trình có nghiệm kép** $x_1 = x_2 = \dfrac{-b}{2a}$ | $\Delta' = 0$: **phương trình có nghiệm kép** $x_1 = x_2 = \dfrac{-b'}{a}$ |
| $\Delta < 0$: **phương trình vô nghiệm** | $\Delta' < 0$: **phương trình vô nghiệm** |

**Dạng 4: Các phương trình đưa được về phương trình bậc hai**

Cần chú ý dạng trùng phương, phương trình vô tỉ và dạng đặt ẩn phụ, còn dạng chứa ẩn ở mẫu và dạng tích đã nói ở §5.

***3.Hệ thức Viet và ứng dụng***

-Nếu phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) có hai nghiệm $x_1$, $x_2$ thì:

$$\begin{cases} S = x_1 + x_2 = -\dfrac{b}{a} \\ P = x_1x_2 = \dfrac{c}{a} \end{cases}$$

-Nếu có hai số u và v sao cho $\begin{cases} u + v = S \\ uv = P \end{cases}$ $\left(S^2 \geq 4P\right)$ thì u, v là hai nghiệm của phương trình $x^2 - Sx + P = 0$.

-Nếu $a + b + c = 0$ thì phương trình có nghiệm là $x_1 = 1$; $x_2 = \dfrac{c}{a}$.

-Nếu $a - b + c = 0$ thì phương trình có nghiệm là $x_1 = -1$; $x_2 = -\dfrac{c}{a}$.

***4.Điều kiện có nghiệm của phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$)***

-(1) có 2 nghiệm $\Delta \geq 0$; có 2 nghiệm phân biệt $\Delta > 0$.

-(1) có 2 nghiệm cùng dấu $\begin{cases} \Delta \geq 0 \\ P > 0 \end{cases}$.

-(1) có 2 nghiệm dương $\begin{cases} \Delta \geq 0 \\ P > 0 \\ S > 0 \end{cases}$

-(1) có 2 nghiệm âm $\begin{cases} \Delta \geq 0 \\ P > 0 \\ S < 0 \end{cases}$

-(1) có 2 nghiệm trái dấu $ac < 0$ hoặc $P < 0$.

***5.Tìm điều kiện của tham số để 2 nghiệm của phương trình thỏa mãn điều kiện nào đó.***

a) $\alpha x_1 + \beta x_2 = \gamma$; b) $x_1^2 + x_2^2 = m$; c) $\dfrac{1}{x_1} + \dfrac{1}{x_2} = n$

d) $x_1^2 + x_2^2 \geq h$; e) $x_1^3 + x_2^3 = t; ...$

Trong những trường hợp này cần sử dụng hệ thức Viet và phương pháp giải hệ phương trình.

**<u>B.MỘT SỐ VÍ DỤ</u>**

***VD1.Giải các phương trình sau***

a) $3x^2 + 2x = 0$ b) $-\dfrac{1}{2}x^2 + 8 = 0$ c) $x^2 + 3x - 10 = 0$

d) $\sqrt{2}x^2 + \left(\sqrt{2} - 1\right)x + 1 - 2\sqrt{2} = 0$ e) $x - 4\sqrt{x} + 3 = 0$ f) $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4) = 3$

***Giải***

a) $3x^2+2x=0 \Leftrightarrow x(3x+2)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-\dfrac{2}{3} \end{array}\right.$

Vậy phương trình có 2 nghiệm phân biệt …..

b) $-\dfrac{1}{2}x^2+8=0 \Leftrightarrow x^2=16 \Leftrightarrow x=\pm 4$

Vậy phương trình có 2 nghiệm phân biệt …..

c) $a=1; b=3; c=-10$

$\Delta=b^2-4ac=3^2-4.1.(-10)=49>0$

$x_1=\dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\dfrac{-3+7}{2.1}=2; \qquad x_2=\dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\dfrac{-3-7}{2.1}=-5$

Vậy phương trình có 2 nghiệm phân biệt …..

d) $a=\sqrt{2}; b=\sqrt{2}-1; c=1-2\sqrt{2}$

Có $a+b+c=\sqrt{2}+\sqrt{2}-1+1-2\sqrt{2}=0$

Theo hệ thức Viet, có: $x_1=1; x_2=\dfrac{c}{a}=\dfrac{1-2\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}-4}{2}$

e) Đặt $t=\sqrt{x}\geq 0$, ta có pt mới: $t^2-4t+3=0$.

Có $a+b+c=1+(-4)+3=0$.

Vậy $t_1=1$; $t_2=3$.

Suy ra: $x_1=1$; $x_2=9$.

f) $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)=3 \Leftrightarrow (x^2+5x+4)(x^2+5x+6)=3$

Đặt $x^2+5x+4=t$, ta có:

$t.(t+2)=3 \Leftrightarrow t^2+2t-3=0 \Leftrightarrow (t-1)(t+3)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=1 \\ t=-3 \end{array}\right.$

Suy ra: $\left[\begin{array}{l} x^2+5x+4=1 \\ x^2+5x+4=-3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2+5x+3=0 \\ x^2+5x+7=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[ x_1=\dfrac{-5+\sqrt{13}}{2}; x_2=\dfrac{-5-\sqrt{13}}{2}\right.$

Vậy phương trình có hai nghiệm phân biệt …

***VD2.Cho phương trình $x^2+3x-m=0$ (1)***

a) Giải phương trình với m = 4.

b) Giải và biện luận theo m số nghiệm của phương trình (1).

c) Tìm m để (1) có nghiệm x= -2. Tìm nghiệm còn lại.

d) Tìm m để phương trình có hai nghiệm $x_1$, $x_2$ thỏa mãn một trong các điều kiện sau:

1. $2x_1+3x_2=13$.
2. Nghiệm này lớn hơn nghiệm kia ba đơn vị.
3. $x_1^2+x_2^2=11$.

e) Chứng tỏ rằng $\dfrac{1}{x_1};\dfrac{1}{x_2}$ là nghiệm của phương trình $mx^2-3x-1=0$. Trong đó $x_1$, $x_2$ là hai nghiệm của (1).

f) Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm cùng dấu. Em có nhận xét gì về hai nghiệm đó.

***Giải***

a) Với m = 4 ta có: $x^2 + 3x - 4 = 0$ (a = 1; b = 3; c = -4)

Nhận thấy: a + b + c = 1 + 3 + (-4) = 0

Theo hệ thức Viet, có: $x_1 = 1$; $x_2 = \frac{c}{a} = -4$

b) có: $\Delta = b^2 - 4ac = 9 + 4m$

$\Delta > 0 \Leftrightarrow 9 + 4m > 0 \Leftrightarrow m > -\frac{9}{4}$

$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-3 + \sqrt{9 + 4m}}{2}$; $x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-3 - \sqrt{9 + 4m}}{2}$

$\Delta = 0 \Leftrightarrow 9 + 4m = 0 \Leftrightarrow m = -\frac{9}{4}$

$x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a} = -\frac{3}{2}$

$\Delta < 0 \Leftrightarrow 9 + 4m < 0 \Leftrightarrow m < -\frac{9}{4}$ phương trình vô nghiệm.

c) Phương trình (1) có nghiệm x = -2, do đó:

$(-2)^2 + 3(-2) - m = 0 \Leftrightarrow m = -2$

-Tìm nghiệm thứ hai

**cách 1:** Thay m = -2 vào phương trình đã cho: $x^2 + 3x + 2 = 0$

có a – b + c = 1 – 3 + 2 = 0 nên $x_1 = -1$; $x_2 = \frac{-c}{a} = -2$

Vậy nghiệm còn lại là x = - 1.

**Cách 2:** Ta có $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \Rightarrow x_2 = -\frac{b}{a} - x_1 = -3 - (-2) = -1$

**Cách 3:** Ta có $x_1x_2 = \frac{c}{a} \Rightarrow x_2 = \frac{c}{a} : x_1 = \frac{-m}{-2} = -1$

d) Phương trình có hai nghiệm thỏa mãn $2x_1 + 3x_2 = 13 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta \geq 0 \\ x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \\ x_1x_2 = \frac{c}{a} \\ 2x_1 + 3x_2 = 13 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -\frac{9}{4} \\ x_1 + x_2 = -3 \\ x_1x_2 = -m \\ 2x_1 + 3x_2 = 13 \end{cases}$ giải hệ tìm được $x_1 = -22$; $x_2 = 19$; m = 418.

-Tương tự ta tìm được ($x_1 = -2$; $x_2 = -3$; m = -6); (m=1)