

CHUYÊN ĐỀ 4 + 5: Phương trình bậc nhất, bậc hai

Giải bài toán bằng cách lập phương trình, hệ phương trình

A- LÝ THUYẾT CƠ BẢN:

1. Phương trình bậc nhất

- Phương trình bậc nhất là phương trình có dạng $ax + b = 0$ ($a \neq 0$)

- Phương trình có nghiệm duy nhất: $x = -\frac{b}{a}$

2. Phương trình tích

- Phương trình tích là phương trình có dạng: $A(x).B(x) = 0$

- Cách giải: $A(x).B(x) = 0 \Leftrightarrow A(x) = 0$ hoặc $B(x) = 0$

- Trình bày gọn: $A(x).B(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} A(x) = 0 \\ B(x) = 0 \end{cases}$

- Mở rộng: $A(x).B(x).C(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} A(x) = 0 \\ B(x) = 0 \\ C(x) = 0 \end{cases}$

3. Phương trình chứa ẩn ở mẫu

- Giải phương trình chứa ẩn ở mẫu ta thực hiện theo 4 bước:

Bước 1: Tìm ĐKXĐ của phương trình

Bước 2: Quy đồng mẫu hai vế của phương trình rồi khử mẫu

Bước 3: Giải phương trình vừa nhận được

Bước 4: (kết luận)

Trong các giá trị của ẩn tìm được ở bước 3, các giá trị thỏa mãn ĐKXĐ chính là nghiệm của phương trình đã cho, giá trị của x không thuộc ĐKXĐ là nghiệm ngoại lai (loại đi)

4. Phương trình trùng phương

Phương trình trùng phương là phương trình có dạng:

$$ax^4 + bx^2 + c = 0 \quad (a \neq 0)$$

Đặt $x^2 = t$ ($t \geq 0$), phương trình trùng phương trở thành phương trình bậc hai ẩn t

$$at^2 + bt + c = 0 \quad (*)$$

Giải phương trình (*), lấy những giá trị thích hợp thỏa mãn $t \geq 0$

Thay vào đẳng thức: $x^2 = t$ và tìm $x = ?$

5. Phương trình bậc hai một ẩn

Phần I: Phương trình bậc hai không chứa tham số

I. Định nghĩa: Phương trình bậc hai một ẩn (nói gọn là phương trình bậc hai)

là phương trình có dạng $ax^2 + bx + c = 0 \quad (a \neq 0)$

Trong đó: x là ẩn; a, b, c là những số cho trước gọi là các hệ số

II. Phân loại.

1. Phương trình khuyết c: $ax^2 + bx = 0 \quad (a \neq 0)$

Phương pháp giải:

$$ax^2 + bx = 0 \quad (a, b \neq 0)$$

$$\Leftrightarrow x(ax + b) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{-b}{a} \end{cases}$$

Phương trình có hai nghiệm $x_1 = 0; x_2 = \frac{-b}{a}$

2. Phương trình khuyết b: $ax^2 + c = 0 \quad (a, c \neq 0)$

Phương pháp giải:

$$ax^2 + c = 0 \quad (a \neq 0)$$

$$\Leftrightarrow x^2 = \frac{-c}{a}$$

+) Nếu $\frac{-c}{a} < 0$ thì phương trình vô nghiệm.

+) Nếu $\frac{-c}{a} > 0$ thì phương trình có hai nghiệm phân biệt:

$$x_1 = \sqrt{\frac{-c}{a}}; x_2 = -\sqrt{\frac{-c}{a}}$$

3. Phương trình bậc hai đầy đủ: $ax^2 + bx + c = 0$ ($a, b, c \neq 0$)

***) Công thức nghiệm:**

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

+) $\Delta < 0 \Rightarrow$ Phương trình vô nghiệm

+) $\Delta > 0 \Rightarrow$ phương trình có hai nghiệm phân biệt:

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}; x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

+) $\Delta = 0 \Rightarrow$ Phương trình có nghiệm kép: $x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$

***) Công thức nghiệm thu gọn**

Nếu $b = 2b'$ ($b' = \frac{b}{2}$) \rightarrow ta có: $\Delta' = b'^2 - ac$

+ Nếu $\Delta' > 0 \rightarrow$ phương trình có hai nghiệm phân biệt là:

$$x_1 = \frac{-b' + \sqrt{\Delta'}}{a}; x_2 = \frac{-b' - \sqrt{\Delta'}}{a}$$

+ Nếu $\Delta' = 0 \rightarrow$ phương trình có nghiệm kép

$$x_1 = x_2 = \frac{-b'}{a}$$

+ Nếu $\Delta' < 0 \rightarrow$ phương trình vô nghiệm

Phần II - Các dạng phương trình chứa tham số

Dạng 1: Giải phương trình khi biết giá trị của tham số

Thay giá trị của tham số vào phương trình và giải phương trình

Dạng 2: Tìm điều kiện của tham số để phương trình có nghiệm

- Xét hai trường hợp của hệ số a:

Trường hợp 1: $a = 0$, ta tìm được một vài giá trị của m, sau đó thay trực tiếp vào phương trình rồi kết luận với những giá trị nào của m thì phương trình có nghiệm

Trường hợp 2: $a \neq 0$, phương trình bậc hai một ẩn có nghiệm $\Leftrightarrow \Delta \geq 0 (\Delta' \geq 0)$

Dạng 3: Tìm điều kiện của tham số để phương trình có hai nghiệm phân biệt

Phương trình bậc hai một ẩn có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta > 0 (\Delta' > 0) \end{cases}$$

Dạng 4: Tìm điều kiện của tham số để phương trình có nghiệm kép

Phương trình bậc hai một ẩn có nghiệm kép $\Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta = 0 (\Delta' = 0) \end{cases}$

Dạng 5: Tìm điều kiện của tham số để phương trình vô nghiệm

- Xét hai trường hợp của hệ số a:

Trường hợp 1: $a = 0$, ta tìm được một vài giá trị của m, sau đó thay trực tiếp vào phương trình rồi kết luận với những giá trị nào của m thì phương trình vô nghiệm

Trường hợp 2: $a \neq 0$, phương trình bậc hai một ẩn vô nghiệm

$$\Leftrightarrow \Delta < 0 (\Delta' < 0)$$

Dạng 6: Chứng minh phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt

Để chứng minh phương trình luôn luôn có hai nghiệm phân biệt:

Cách 1: Chứng minh: $\begin{cases} a \neq 0 \\ ac < 0 \end{cases}$

Cách 2: Chứng minh: $\begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta > 0 \end{cases}$

Chú ý: Cho tam thức bậc hai $\Delta = am^2 + bm + c$

Để chứng minh $\Delta > 0, \forall m$ ta cần chứng minh $\begin{cases} a > 0 \\ \Delta_m = b^2 - 4ac < 0 \end{cases}$

Dạng 7: Tìm điều kiện của tham số để phương trình có hai nghiệm thỏa mãn một điều kiện cho trước nào đó.

Cho phương trình $ax^2 + bx + c = 0$; trong đó a, b, c chứa tham số

Theo định lí Vi - ét, ta có: $\begin{cases} S = x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \\ P = x_1 x_2 = \frac{c}{a} \end{cases}$

a) Phương trình có hai nghiệm là hai số đối nhau:

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta \geq 0 \\ S = x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = 0 \end{cases}$$

b) Phương trình có 2 nghiệm là hai số nghịch đảo của nhau:

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta \geq 0 \\ P = x_1 x_2 = \frac{c}{a} = 1 \end{cases}$$

c) phương trình có hai nghiệm $x_1; x_2$ thỏa mãn một biểu thức liên hệ giữa hai nghiệm đó:

Bước 1: Tìm điều kiện để phương trình có nghiệm.

Truy cập Website hoc360.net – Tải tài liệu học tập miễn phí

Bước 2: Tính $x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}$ và $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$

Bước 3: Biểu thị được các biểu thức theo $x_1 + x_2$ và $x_1 \cdot x_2$; sau đó thay giá trị của $x_1 + x_2$ và $x_1 \cdot x_2$ vào để tính giá trị của biểu thức.

Chú ý: Sử dụng hằng đẳng thức để biến đổi biểu thức cho trước về dạng có chức tổng và tích các nghiệm (nếu cần).

Dạng 8: Tìm điều kiện để phương trình có một nghiệm $x = x_1$. Tìm nghiệm còn lại

Bước 1: Thay $x = x_1$ vào phương trình, ta có:

$$ax_1^2 + bx_1 + c = 0 \Rightarrow m = ?$$

Bước 2: Để tìm nghiệm còn lại x_2 ta thực hiện theo hai cách:

Cách 1: Thay giá trị của m vào phương trình ban đầu. Từ đó có phương trình bậc hai và giải phương trình này ta tìm được x_2

Cách 2: Tính x_2 nhờ định lí Vi-ét: $x_2 = S - x_1$ hoặc $x_2 = P : x_1$

Dạng 9: Tìm phương trình bậc hai khi biết trước hai nghiệm số

Trường hợp 1: Cho từng nghiệm x_1, x_2 . Ta có phương trình với ẩn x là :

$$(x - x_1)(x - x_2) = 0 \Leftrightarrow x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1x_2 = 0$$

Trường hợp 2: Không có x_1, x_2 riêng

Bước 1: Tìm $S = x_1 + x_2$ và $P = x_1x_2$

Bước 2: Phương trình với ẩn x là $x^2 - Sx + P = 0$.

Phương trình có nghiệm $\Leftrightarrow S^2 \geq 4P$

Dạng 10: Tìm hai số khi biết tổng và tích của chúng

Nếu hai số u và v thỏa mãn $\begin{cases} u+v=S \\ u.v=P \end{cases}$ ($S^2 \geq 4P$). Thì u và v là nghiệm của

phương trình $x^2 - Sx + P = 0$ (*)

- Nếu phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 . Do u, v có vai trò như

nhau nên có hai cặp số thỏa mãn là $\begin{cases} u = x_1 \\ v = x_2 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} u = x_2 \\ v = x_1 \end{cases}$

- Nếu phương trình (*) có nghiệm kép $x_1 = x_2 = a \Rightarrow u = v = a$

- Nếu phương trình (*) vô nghiệm \Rightarrow Không tìm được cặp giá trị (u, v) nào thỏa mãn yêu cầu đề bài

Dạng 11: Tìm giá trị của tham số khi biết nghiệm của phương trình

1/ Tìm giá trị của tham số khi biết một nghiệm của phương trình.

Cho phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) có một nghiệm $x = x_1$.

Cách giải:

Bước 1: Thay $x = x_1$ vào phương trình $ax_1^2 + bx_1 + c = 0$.

Bước 2: Giải phương trình có ẩn là tham số.

2/ Tìm giá trị của tham số khi biết hai nghiệm của phương trình.

Cho phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ ⁽¹⁾ ($a \neq 0$) có hai nghiệm $x = x_1; x = x_2$.

Cách 1:

Bước 1: Thay $x = x_1; x = x_2$ vào phương trình (1) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} ax_1^2 + bx_1 + c = 0 \\ ax_2^2 + bx_2 + c = 0 \end{cases}$$

Bước 2: Giải hệ phương trình có ẩn là tham số.

Cách 2:

Bước 1: Tìm điều kiện để phương trình có nghiệm.

Bước 2: Theo Vi-ét
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} \end{cases}$$

Bước 3: Thay $x = x_1$; $x = x_2$ vào hệ và giải ta được giá trị của tham số.

6 - Giải bài toán bằng cách lập phương trình, lập hệ phương trình.

Lí thuyết chung

1. Các bước giải bài toán bằng cách lập phương trình

Bước 1: Lập phương trình.

- Chọn ẩn số và xác định điều kiện thích hợp cho ẩn số;
- Biểu diễn các đại lượng chưa biết theo ẩn và các đại lượng đã biết;
- Lập phương trình biểu thị mối quan hệ giữa các đại lượng.

Bước 2: Giải phương trình.

Bước 3: Trả lời: Kiểm tra xem trong các nghiệm của phương trình, nghiệm nào thoả mãn điều kiện của ẩn, nghiệm nào không rồi kết luận.

2. Các bước giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình

Bước 1: Lập hệ phương trình.

- Chọn hai ẩn số và xác định điều kiện thích hợp cho chúng;
- Biểu diễn các đại lượng chưa biết theo các ẩn và các đại lượng đã biết;
- Lập hai phương trình biểu thị mối quan hệ giữa các đại lượng.

Bước 2: Giải hệ hai phương trình nói trên .

Bước 3: Trả lời: Kiểm tra xem trong các nghiệm của hệ phương trình, nghiệm nào thoả mãn điều kiện của ẩn, nghiệm nào không rồi kết luận.

Phân dạng bài tập chi tiết

Dạng 1: Toán chuyển động

Ba đại lượng: S, v, t

Quan hệ: $S = vt; t = \frac{S}{v}; v = \frac{S}{t}$ (dùng công thức $S = v.t$ từ đó tìm mối quan hệ giữa

S, v và t)

Chú ý bài toán canô :

$$V_{\text{xuôi dòng}} = V_{\text{thực}} + V_{\text{nước}} ; V_{\text{ngược dòng}} = V_{\text{thực}} - V_{\text{nước}}$$

*) Toán đi gặp nhau cần chú ý đến tổng quãng đường và thời gian bắt đầu khởi hành.

*) Toán đuổi kịp nhau chú ý đến vận tốc hơn kém và quãng đường đi được cho đến khi đuổi kịp nhau

Dạng 2: Toán về quan hệ giữa các số

$$\overline{ab} = 10a + b$$

$$\overline{abc} = 100a + 10b + c$$

Điều kiện: $0 < a \leq 9; 0 \leq b, c \leq 9 \quad (a, b, c \in \mathbb{Z})$

Dạng 3: Toán làm chung, làm riêng, năng suất

*) Bài toán làm chung, làm riêng:

+ Qui ước: Cả công việc là 1 đơn vị.

+ Tìm trong 1 đv thời gian đối tượng tham gia bài toán thực hiện được bao nhiêu phần công việc.

+ Công thức: Phần công việc = $\frac{1}{\text{Thời gian}}$

+ Số lượng công việc = Thời gian . Năng suất.

*) Bài toán năng suất:

+ Gồm ba đại lượng: Tổng sản phẩm ; năng suất; thời gian

+ Quan hệ: Tổng sản phẩm = Năng suất . Thời gian;

$$\Rightarrow \text{Thời gian} = \frac{\text{Tổng sản phẩm}}{\text{Năng suất}}; \text{Năng suất} = \frac{\text{Tổng sản phẩm}}{\text{Thời gian}}$$

Dạng 4: Toán diện tích - Toán có quan hệ hình học.

Lưu ý áp dụng công thức tính chu vi, diện tích HCN, công thức tính diện tích tam giác vuông, định lý Pitago.

Dạng 5: Các dạng khác.

Chú ý chung: Học sinh cần xác định và làm rõ có bao nhiêu đối tượng tham gia vào bài toán và có những đại lượng nào liên quan, đại lượng nào đã biết, đại lượng nào chưa biết, đại lượng nào không đổi, quan hệ giữa những đại lượng nào tạo ra phương trình của bài toán.

Sau đây là hệ thống bài tập tham khảo để học sinh tự luyện giải. Chú ý đặc biệt đến kỹ năng trình bày theo hướng dẫn hoặc làm mẫu của thầy cô giáo.

B- Bài tập tham khảo

Bài 1: Giải các phương trình sau: (các pt quy về pt bậc nhất một ẩn)

a) $3(x - 2) - 1 = 2$ b) $4x - 15 = 7x + 3$ c) $\frac{4x-1}{5} - \frac{5x+3}{6} = 0$ d)

$$\frac{x}{30} - \frac{x-10}{45} = \frac{4}{5}$$

e) $\frac{2x-3}{2} - \frac{x-1}{3} = \frac{x+2}{6}$ f) $5(x-2) + 3 = 1 - 2(x-1)$ g) $\frac{3x-1}{24} - \frac{2x+6}{36} = 1$

h) $2(x-1) - 3 = 5x + 4$ i) $\sqrt{5} \cdot x - \sqrt{45} = 0$ k) $5 - \frac{1-2x}{4} = \frac{3x+20}{6} + \frac{x}{3}$

Bài 2: Giải các phương trình sau:

a) $x^2 - 10x + 21 = 0$. b) $3x^2 - 2x - 1 = 0$ c) $5x^2 - 2x + 6 = 13$ d) $x^2 - 2\sqrt{3}x - 6 = 0$

e) $\frac{x(x+2)}{3} - 5 = 0$ f) $x^2 - 6x + 14 = 0$ g) $4x^2 - 8x + 3 = 0$

Bài 3: Giải các phương trình sau: (các pt trùng phương)

a) $x^4 - 7x^2 + 3 = 0$ b) $2x^4 - 5x^2 + 3 = 0$
c) $x^4 - 7x^2 + 12 = 0$ d) $x^4 + 2011x^2 - 2012 = 0$

Bài 5: Giải các phương trình sau: (các pt chứa ẩn ở mẫu)

a) $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+6} = \frac{1}{4}$ b) $\frac{1}{x-5} + \frac{1}{x-1} = \frac{1}{x}$ c) $\frac{1}{x-3} + \frac{1}{x+4} = \frac{1}{4}$ d)
e) $\frac{1}{x-2} + 1 = \frac{5-x}{x-2}$ e) $\frac{40}{x+2} - \frac{24}{x+2} = \frac{19}{3}$

Bài 6: Giải các phương trình

1) $x^2 - 6x + 14 = 0$; 2) $4x^2 - 8x + 3 = 0$;
3) $3x^2 + 5x + 2 = 0$; 4) $-30x^2 + 30x - 7,5 = 0$;
5) $x^2 - 4x + 2 = 0$; 6) $x^2 - 2x - 2 = 0$;
7) $x^2 + 2\sqrt{2}x + 4 = 3(x + \sqrt{2})$; 8) $2\sqrt{3}x^2 + x + 1 = \sqrt{3}(x + 1)$;
9) $x^2 - 2(\sqrt{3} - 1)x - 2\sqrt{3} = 0$.

Bài 7: Giải các phương trình sau bằng cách nhân nghiệm:

1) $3x^2 - 11x + 8 = 0$; 2) $5x^2 - 17x + 12 = 0$;
3) $x^2 - (1 + \sqrt{3})x + \sqrt{3} = 0$; 4) $(1 - \sqrt{2})x^2 - 2(1 + \sqrt{2})x + 1 + 3\sqrt{2} = 0$;
5) $3x^2 - 19x - 22 = 0$; 6) $5x^2 + 24x + 19 = 0$;
7) $(\sqrt{3} + 1)x^2 + 2\sqrt{3}x + \sqrt{3} - 1 = 0$; 8) $x^2 - 11x + 30 = 0$;
9) $x^2 - 12x + 27 = 0$; 10) $x^2 - 10x + 21 = 0$.

BÀI TẬP VỀ PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI CHỨA THAM SỐ

Bài 1: Chứng minh rằng các phương trình sau luôn có nghiệm.

1) $x^2 - 2(m - 1)x - 3 - m = 0$;

2) $x^2 + (m + 1)x + m = 0$;

3) $x^2 - (2m - 3)x + m^2 - 3m = 0$;

4) $x^2 + 2(m + 2)x - 4m - 12 = 0$

;

5) $x^2 - (2m + 3)x + m^2 + 3m + 2 = 0$;

6) $x^2 - 2x - (m - 1)(m - 3) = 0$;

7) $x^2 - 2mx - m^2 - 1 = 0$;

8) $(m + 1)x^2 - 2(2m - 1)x - 3 +$

$m = 0$

9) $ax^2 + (ab + 1)x + b = 0$.

Bài 2: Gọi x_1 ; x_2 là các nghiệm của phương trình: $x^2 - 3x - 7 = 0$.

Tính:

$A = x_1^2 + x_2^2$;

$B = |x_1 - x_2|$;

$C = \frac{1}{x_1 - 1} + \frac{1}{x_2 - 1}$;

$D = (3x_1 + x_2)(3x_2 + x_1)$;

$E = x_1^3 + x_2^3$;

$F = x_1^4 + x_2^4$

Bài 3: Gọi x_1 ; x_2 là hai nghiệm của phương trình: $5x^2 - 3x - 1 = 0$. Không giải phương trình, tính giá trị của các biểu thức sau:

$A = 2x_1^3 - 3x_1^2x_2 + 2x_2^3 - 3x_1x_2^2$;

$B = \frac{x_1}{x_2} + \frac{x_1}{x_2 + 1} + \frac{x_2}{x_1} + \frac{x_2}{x_1 + 1} - \left(\frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2} \right)^2$;

$C = \frac{3x_1^2 + 5x_1x_2 + 3x_2^2}{4x_1x_2^2 + 4x_1^2x_2}$.

Bài 4: Cho phương trình: $x^2 - (2m + 3)x + m^2 + 2m + 1 = 0$

Tìm m để pt vô nghiệm

Tìm m để pt có hai nghiệm phân biệt

Bài 5: Cho phương trình: $(m + 3)x^2 + 2(m + 5)x + m + 1 = 0$
Tìm m để pt có hai nghiệm phân biệt

Bài 6: Cho phương trình: $x^2 - 2(m + 3)x + 2m + 6 = 0$
Tìm m để pt có nghiệm kép.

Bài 7: Cho phương trình: $(2m - 10)x^2 + (3m - 15)x + m + 1 = 0$ (1)
Tìm m để pt có nghiệm kép.

Bài 8: Cho phương trình: $7x^2 - (3m + 1)x - m^2 - 1 = 0$ (1)
CMR phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt

Bài 9: Cho phương trình: $x^2 - 2(m + 3)x + 2m - 4 = 0$ (1)
CMR phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m

Bài 10: Cho phương trình: $(m^2 - m + 3)x^2 - 2(m + 3)x - 5 = 0$ (1)
CMR phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m

Tổng quát: Để chứng minh phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt:

Cách 1: Chứng minh: $a.c < 0$

Cách 2: Chứng minh: $\begin{cases} \Delta > 0 \\ a \neq 0 \end{cases}$

Bài 11: Định m để các phương trình sau có nghiệm x_1, x_2 thoả mãn hệ thức đã chỉ ra:

a) $(m + 1)x^2 - 2(m + 1)x + m - 3 = 0$; $(4x_1 + 1)(4x_2 + 1) = 18$
b) $mx^2 - (m - 4)x + 2m = 0$; $2(x_1^2 + x_2^2) = 5x_1x_2$
c) $(m - 1)x^2 - 2mx + m + 1 = 0$; $4(x_1^2 + x_2^2) = 5x_1^2x_2^2$
d) $x^2 - (2m + 1)x + m^2 + 2 = 0$; $3x_1x_2 - 5(x_1 + x_2) + 7 = 0.$

Bài 12: Định m để các phương trình sau có nghiệm x_1, x_2 thoả mãn hệ thức đã chỉ ra:

a) $x^2 + 2mx - 3m - 2 = 0$; $2x_1 - 3x_2 = 1$
b) $x^2 - 4mx + 4m^2 - m = 0$; $x_1 = 3x_2$
c) $mx^2 + 2mx + m - 4 = 0$; $2x_1 + x_2 + 1 = 0$
d) $x^2 - (3m - 1)x + 2m^2 - m = 0$; $x_1 = x_2^2$
e) $x^2 + (2m - 8)x + 8m^3 = 0$; $x_1 = x_2^2$
f) $x^2 - 4x + m^2 + 3m = 0$; $x_1^2 + x_2 = 6.$

Bài 13: Cho phương trình: $x^2 - 2mx - m^2 - 1 = 0.$

Chứng minh rằng phương trình luôn có hai nghiệm x_1, x_2 với mọi m.

Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thoả mãn: $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = -\frac{5}{2}.$

Bài 14: Cho phương trình $x^2 - 2x - 2m^2 = 0$ (m là tham số)

a/ Giải phương trình khi m = 0

b/ Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 khác 0 và thoả điều kiện $x_1^2 = 4x_2^2$

Bài 15:

Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $x^2 + 3x - 5 = 0.$ Tính giá trị của biểu thức $x_1^2 + x_2^2.$

Bài 16: Cho phương trình: $x^2 + 2(m + 1)x + m - 4 = 0$ (m là tham số)

a/ Giải phương trình khi m = -5

b/ Chứng minh rằng phương trình đã cho luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi m

c/ Tìm m sao cho phương trình đã cho có 2 nghiệm $x_1; x_2$ thỏa mãn hệ thức:

$$x_2^2 + x_2^2 + 3x_1x_2 = 0$$

Bài 17: Cho phương trình bậc hai : $x^2 - mx + m - 1 = 0$ (1)

a) Giải phương trình (1) khi $m = 4$

b) Tìm các giá trị của m để pt (1) có hai nghiệm $x_1; x_2$ thỏa mãn hệ thức :

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{2011}$$

Bài 18: Cho phương trình $x^2 - 2mx + m^2 - 1 = 0$ (x là ẩn, m là tham số).

Giải phương trình với $m = -1$

Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt

Tìm tất cả các giá trị của m để pt (1) có hai nghiệm x_1, x_2 sao cho tổng $P = x_1^2 + x_2^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài 19: Cho phương trình bậc hai sau, với tham số m.

$$x^2 - (m + 1)x + 2m - 2 = 0 \quad (1)$$

Giải phương trình (1) khi $m = 2$.

Tìm giá trị của tham số m để $x = -2$ là một nghiệm của phương trình (1).

Bài 20: Xác định m để pt: $x^2 - x + 1 - m = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn:

$$4\left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}\right) - x_1x_2 + 3 = 0 .$$

Bài 21: Cho phương trình: $x^2 - 2(m+1)x + m - 4 = 0$ (1) (m là tham số)

Giải phương trình (1) khi $m = 4$.

Chứng tỏ rằng, với mọi giá trị của m phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt.

Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình (1). Chứng minh rằng biểu thức

$B = x_1(1 - x_2) + x_2(1 - x_1)$ không phụ thuộc vào m.

Bài 22: Cho phương trình: $x^2 - 2(m + 4)x + m^2 - 8 = 0$ (1), với m là tham số.

Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt là x_1 và x_2 .

Tìm m để $x_1 + x_2 - 3x_1x_2$ có giá trị lớn nhất.

Bài 23: Cho phương trình $x^2 - x - 2m = 0$ (với m là tham số)

Giải phương trình với $m = 1$.

Tìm m để phương trình trên có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ thỏa mãn $x_1^2 + x_1x_2 = 2$.

Bài 24: Cho phương trình bậc hai: $x^2 - 2(m + 2)x + m^2 + 7 = 0$ (1), (m là tham số)

Giải phương trình (1) khi $m = 1$

Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn: $x_1x_2 - 2(x_1 + x_2) = 4$

Bài 25: Cho phương trình $x^2 - 2(m + 1)x + m^2 + 3 = 0$

Tìm m để phương trình có 2 nghiệm $x_1; x_2$ thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 8$.

Bài 26: chứng minh rằng các phương trình sau có hai nghiệm phân biệt với mọi m

$$x^2 - 2mx + 2m - 3 = 0$$

$$x^2 - (2m-3)x + m^2 - 3m = 0$$

Bài 27. Cho pt: $x^2 - 2(m + 1)x + m^2 + 3m + 2 = 0$ (1)

Giải phương trình (1) với $m = -1$

Tìm m để PT (1) luôn có 2 nghiệm phân biệt.

Gọi x_1, x_2 là 2 nghiệm của PT (1). Tìm m để $x_1^2 + x_2^2 = 12$

Bài 28. Cho phương trình ẩn x: $x^2 - x + 1 + m = 0$ (1)

a) Giải phương trình đã cho với $m = 0$.

b) Tìm các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn:

$$x_1x_2.(x_1x_2 - 2) = 3(x_1 + x_2).$$

Giải bài toán bằng cách lập hệ pt hoặc PT

Dạng 1: Toán chuyển động.

Bài 1. Một ô tô và xe máy xuất phát cùng một lúc, đi từ địa điểm A đến địa điểm B cách nhau 180 km. Vận tốc của ô tô lớn hơn vận tốc của xe máy là 10 km/h, nên ô tô đã đến B trước xe máy 36 phút. Tính vận tốc của mỗi xe..

HD: Gọi vận tốc của xe máy là x (km/h); ĐK: $x > 0$

thì vận tốc của ô tô là $x + 10$ (km/h)

+ Thời gian xe máy đi từ địa điểm A đến địa điểm B là: $\frac{180}{x}$ (h)

+ Thời gian ô tô đi từ địa điểm A đến địa điểm B là: $\frac{180}{x+10}$ (h)

- Vì ô tô đã đến B trước xe máy 36 phút ($= \frac{3}{5}$ h) nên ta có phương trình :

$$\frac{180}{x} - \frac{180}{x+10} = \frac{3}{5}$$

$$\Rightarrow 180.5(x+10) - 180.5x = 3x(x+10)$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 + 30x - 9000 = 0$$

Giải phương trình trên tìm được $x_1 = -60$ (loại); $x_2 = 50$ (t/m)

Vậy vận tốc của xe máy là 50 (km/h)

vận tốc của ô tô là $50 + 10 = 60$ (km/h)

Bài 2. Hai người đi xe máy khởi hành cùng một lúc từ A đến B dài 75 km . Người thứ nhất mỗi giờ đi nhanh hơn người thứ hai 5 km/h nên đến B sớm hơn người thứ hai 10 phút. Tính vận tốc của mỗi người.

Bài 3. Khoảng cách giữa 2 thành phố A và B là 180 km. một ô tô đi từ A đến B, nghỉ 90 phút ở B rồi lại từ B về A. Thời gian từ lúc đi đến lúc trở về A là 10 giờ. Biết vận tốc lúc về kém vận tốc lúc đi là 5 km/h. Tính vận tốc lúc đi của ô tô.

Bài 4. Hai ô tô khởi hành cùng một lúc trên quãng đường từ A đến B dài 120 km. Mỗi giờ ô tô thứ nhất chạy nhanh hơn ô tô thứ hai 10 km nên đến B trước ô tô thứ hai là $\frac{2}{5}$ giờ. Tính vận tốc của mỗi xe.

Bài 5. Một người đi xe đạp từ A đến B cách nhau 108 km. Cùng lúc đó một ô tô khởi hành từ B đến A với vận tốc hơn xe đạp 18 km/h. Sau khi 2 xe gặp nhau, xe đạp phải đi mất 4 giờ nữa mới tới B. Tính vận tốc mỗi xe?

Bài 6 Một ô tô đi trên quãng đường dài 520 km. Khi đi được 240 km thì ô tô tăng vận tốc thêm 10 km/h và đi hết quãng đường còn lại. Tính vận tốc ban đầu của ô tô, biết thời gian đi hết quãng đường là 8 giờ.

Bài 7 Một người dự định đi từ A đến B cách nhau 36 km trong một thời gian nhất định. Đi được nửa đường, người đó nghỉ 18 phút nên để đến B đúng hẹn phải tăng vận tốc 2 km/h. Tính vận tốc ban đầu.

Bài 8 Một chiếc thuyền khởi hành từ bến sông A. Sau đó 5 giờ 20 phút, một ca nô cũng khởi hành từ A đuổi theo và gặp thuyền cách bến A 20 km. Tìm Vận tốc của thuyền, biết vận tốc ca nô nhanh hơn thuyền là 12 km/h.

Bài 9 Một ô tô dự định đi từ A đến B với vận tốc 40 km/h. Khi còn cách trung điểm quãng đường 60 km thì xe tăng vận tốc thêm 10 km/h nên đã đến B sớm hơn dự định là 1 giờ. Tính quãng đường AB.

Bài 10. Một canô xuôi dòng 30 km rồi ngược dòng 36 km. Vận tốc canô xuôi dòng lớn hơn vận tốc canô ngược dòng 3km/h. Tính vận tốc canô lúc ngược dòng. Biết rằng thời gian canô lúc ngược dòng lâu hơn thời gian xuôi dòng 1 giờ.

Bài 11. Quãng đường Hải Dương - Thái Nguyên dài 150km. Một ô tô đi từ Hải Dương đến Thái Nguyên rồi nghỉ ở Thái Nguyên 4 giờ 30 phút, sau đó trở về Hải Dương hết tất cả 10 giờ. Tính vận tốc của ô tô lúc đi. Biết vận tốc lúc về nhanh hơn vận tốc lúc đi 10km/h.

Bài 12 Một ca nô xuôi dòng từ bến sông A đến bến sông B cách nhau 24 km; cùng lúc đó, cũng từ A về B một bè nửa trôi với vận tốc dòng nước là 4 km/h. Khi đến B ca nô quay lại ngay và gặp bè nửa tại địa điểm C cách A là 8 km. Tính vận tốc thực của ca nô.

Bài 13. Một chiếc thuyền đi trên dòng sông dài 50 km. Tổng thời gian xuôi dòng và ngược dòng là 4 giờ 10 phút. Tính vận tốc thực của thuyền, biết rằng một chiếc bè thả nổi phải mất 10 giờ mới xuôi hết dòng sông.

Bài 14. Hai canô cùng khởi hành một lúc và chạy từ bến A đến bến B. Canô I chạy với vận tốc 20 km/h, canô II chạy với vận tốc 24km/h. Trên đường đi, canô II dừng lại 40 phút, sau đó tiếp tục chạy với vận tốc như cũ. Tính chiều dài khúc sông AB, biết rằng 2 canô đến bến B cùng một lúc.

Bài 15. Hai người đi xe máy cùng khởi hành một lúc từ Hà Nội và Hải Dương ngược chiều nhau, sau 40 phút họ gặp nhau. Tính vận tốc của mỗi người, biết rằng vận tốc người đi từ HN hơn vận tốc người đi từ HD là 10km/h và quãng đường Hà Nội - Hải Dương dài 60km.

Dạng 2. Tìm số.

Truy cập Website hoc360.net – Tải tài liệu học tập miễn phí

Bài 1. Tìm số tự nhiên có 2 chữ số, biết rằng chữ số hàng đơn vị lớn hơn chữ số hàng chục là 4 và nếu đổi chỗ hai chữ số cho nhau thì ta nhận được số mới bằng $\frac{17}{5}$ số ban đầu.

Bài 2. Tìm số tự nhiên có 2 chữ số, biết rằng chữ số hàng chục lớn hơn chữ số hàng đơn vị là 2 và nếu đổi chỗ hai chữ số cho nhau thì ta nhận được số mới bằng $\frac{4}{7}$ số ban đầu.

Bài 3. Cho một số có hai chữ số, tổng của hai chữ số bằng 11. Nếu thay đổi theo thứ tự ngược lại được một số mới lớn hơn số lúc đầu 27 đơn vị. Tìm số đã cho.

Bài 4. một số có hai chữ số lớn gấp 3 lần tổng các chữ số của nó, còn bình phương của tổng các chữ số gấp 3 lần số đã cho. Tìm số đó.

Bài 5. Đem một số có hai chữ số nhân với tổng các chữ số của nó thì được 405. Nếu lấy số được viết bởi hai chữ số ấy nhưng theo thứ tự ngược lại nhân với tổng các chữ số của nó thì được 486. Tìm số đó

Bài 6. Tích của 2 số tự nhiên liên tiếp lớn hơn tổng của chúng là 109. Tìm 2 số đó.

Dạng 3 : Làm chung công việc:

Bài 1. Hai người cùng làm chung một công việc mất 3 giờ. Người thứ nhất làm đến nửa công việc người thứ hai làm nốt cho hoàn thành cả thấy hết 8 giờ. Nếu mỗi người làm riêng thì mất mấy giờ ?

Bài 2 Để hoàn thành một công việc, hai tổ phải làm chung trong 6 giờ. Sau 2 giờ làm chung thì tổ hai được điều đi làm việc khác, tổ một đã hoàn thành công việc

Group: <https://www.facebook.com/groups/tailieutieuhocvathcs/>

còn lại trong 10 giờ. Hỏi mỗi tổ làm riêng thì sau bao lâu sẽ làm xong công việc đó?

Bài 3 Hai người thợ quét sơn một ngôi nhà. Nếu họ cùng làm trong 6 ngày thì xong công việc. Hai người làm cùng nhau trong 3 ngày thì người thứ nhất được chuyển đi làm công việc khác, người thứ hai làm một mình trong 4,5 ngày (bốn ngày rưỡi) nữa thì hoàn thành công việc. Hỏi nếu làm riêng thì mỗi người hoàn thành công việc mất bao lâu.

Bài 4 Hai người làm chung một công việc mất sau 4 giờ 30 phút họ làm xong. Nếu một mình người thứ nhất làm trong 4 giờ, sau đó một mình người thứ hai làm trong 3 giờ thì cả hai người làm được 75% công việc.

Hỏi nếu mỗi người làm một mình thì sau bao lâu sẽ xong công việc? (Biết rằng năng suất làm việc của mỗi người làm thay đổi).

Bài 5 Một nhà máy theo kế hoạch làm một công việc. Nếu hai dây chuyền sản xuất của nhà máy cùng làm chung thì hoàn thành công việc sau 12 giờ. Nếu làm riêng, để hoàn thành công việc thì dây chuyền sản xuất 1 mất lâu hơn dây chuyền sản xuất 2 là 7 giờ. Hỏi nếu làm riêng thì mỗi dây chuyền sản xuất làm xong công việc trong thời gian bao lâu.

Bài 6 Hai tổ học sinh tham gia lao động, nếu làm chung sẽ hoàn thành công việc sau 4 giờ. Nếu mỗi tổ làm một mình thì tổ I cần ít thời gian hơn tổ II là 6 giờ. Hỏi mỗi tổ làm một mình thì sau bao lâu sẽ hoàn thành công việc.

Bài 7 Hai vòi nước cùng chảy vào một bể thì sau 6 giờ đầy bể. Nếu mở vòi thứ nhất chảy trong 5 giờ và vòi thứ hai chảy trong 2 giờ thì được $\frac{8}{15}$ bể. Hỏi mỗi vòi chảy một mình sau bao lâu thì đầy bể?

Bài 8 Hai bạn Sơn và Hùng cùng làm một công việc trong 6 giờ thì xong. Nếu Sơn làm 5 giờ và Hùng làm 6 giờ thì cả hai người làm được $\frac{9}{10}$ công việc. Hỏi nếu làm riêng một mình thì mỗi bạn làm trong bao lâu mới hoàn thành công việc?.

Dạng 4. Hình học

Bài 1. Một hình chữ nhật có diện tích 300 m^2 . Nếu giảm chiều rộng đi 3m và tăng chiều dài lên 5m thì ta được HCN mới bằng diện tích HCN ban đầu. Tính chu vi HCN ban đầu.

Bài 2. Một khu vườn hình chữ nhật có chu vi là 50 m và diện tích 100 m^2 Tính các cạnh của khu vườn ấy.

Bài 3 Một khu vườn hình chữ nhật có chiều rộng bằng $\frac{2}{5}$ chiều dài và có diện tích bằng 360 m^2 . Tính chu vi của khu vườn ấy.

Bài 4 Một khu vườn hình chữ nhật có chiều dài bằng $\frac{7}{4}$ chiều rộng và có diện tích bằng 1792 m^2 . Tính chu vi khu vườn ấy.

Bài 5 Tính các kích thước của hình chữ nhật có diện tích 40 cm^2 , biết rằng nếu tăng mỗi kích thước thêm 3 cm thì diện tích tăng thêm 48 cm^2 .

Bài 6 Một hình chữ nhật có chu vi $1 \square 52 \text{ m}$. Nếu giảm mỗi cạnh đi 4 m thì được một hình chữ nhật mới có diện tích 77 m^2 . Tính các kích thước của hình chữ nhật ban đầu?

Bài 7 Một hõnh chữ nhật ban đầu cú cho vi bằng 2010 cm. Biết rằng nếu tăng chiều d□i của hõnh chữ nhật thõm 20 cm v□ tăng chiều rộng thõm 10 cm thõ diện tóch hõnh chữ nhật ban đầu tăng lờn 13 300 cm². Tónh chiều d□i, chiều rộng của hõnh chữ nhật ban đầu.

Bài 8 Một mảnh vườn hõnh chữ nhật cú diện tóch 192 m². Biết hai lần chiều rộng lớn hơn chiều d□i 8m. Tónh kóch thước của hõnh chữ nhật đó.

Dạng. Tăng giảm

Bài 1 Một đoàn xe chở 480 tấn hàng. Khi sắp khởi hành có thêm 3 xe nữa nên mỗi xe chở ít hơn 8 tấn. Hỏi lúc đầu đoàn xe có bao nhiêu chiếc?

Bài 2. Lớp 8B được phân công trồng 420 cây xanh. Lớp dự định chia đều số cây cho mỗi bạn trong lớp. Đến buổi lao động có 5 người đi làm việc khác, vì vậy mỗi bạn có mặt phải trồng thêm 2 cây nữa mới hết số cây cần trồng . Tính tổng số h/s của lớp 8 B.

Bài 3. Trong một buổi lao động trồng cây, một tổ gồm 15 học sinh(cả nam và nữ) đã trồng được tất cả 60 cây. Biết rằng số cây các bạn nam trồng được và số cây các bạn nữ trồng được là bằng nhau. Mỗi bạn nam trồng được hơn các bạn nữ là 3 cây. Tính số h/s nam và nữ của tổ.

Bài 4. Một đội xe theo kế hoạch cần vận chuyển 150 tấn hàng. Nhưng đến lúc làm việc phải điều 4 xe đi làm nhiệm vụ khác . Vì vậy số xe còn lại phải chở thêm 10 tấn hàng mới hết số hàng đó. Hỏi đội có bao nhiêu xe ?

Bài 5. Theo kế hoạch, một tổ công nhân phải sản xuất 360 sản phẩm. Đến khi làm việc, do phải điều 3 công nhân đi làm việc khác nên mỗi công nhân còn lại phải làm nhiều hơn dự định là 4 sản phẩm. Hỏi lúc đầu tổ có bao nhiêu công nhân? Biết rằng năng suất lao động của mỗi công nhân là như nhau.

Bài 6 Lớp 9A được phân công trồng 480 cây xanh. Lớp dự định chia đều cho số học sinh, nhưng khi lao động có 8 bạn vắng nên mỗi bạn có mặt phải trồng thêm 3 cây mới xong. Tính số học sinh lớp 9A

Bài 7. Trong trường A có 155 cuốn sách toán và văn. Dự tính trong thời gian tới nhà trường sẽ mua thêm 45 cuốn sách văn và toán, trong đó số sách môn Văn bằng $\frac{1}{3}$ số sách môn văn hiện có và sách môn toán bằng $\frac{1}{4}$ số sách môn toán hiện có. Tính số sách môn văn và toán có trong thư viện của nhà trường.

Bài 8. Hai tổ công nhân được giao mỗi tuần sản xuất được 980 đôi giày. Để lập thành tích chào mừng ,tuần vừa qua tổ 1 vượt mức 8%, tổ 2 vượt mức 10%. So với kế hoạch được giao nên cả 2 tổ sản xuất được 1068 đôi. Hỏi định mức được giao của mỗi tổ là bao nhiêu đôi giày.

Bài 9 Theo kế hoạch hai tổ sản xuất 600 sản phẩm trong một thời gian nhất định. Do áp dụng kỹ thuật mới nên tổ I đã vượt mức 18% và tổ II đã vượt mức 21%. Vì vậy trong thời gian quy định họ đã hoàn thành vượt mức 120 sản phẩm. Hỏi số sản phẩm được giao của mỗi tổ theo kế hoạch là bao nhiêu?

Bài 10 Trong một phòng có 80 người họp, được sắp xếp ngồi đều trên các dãy ghế. Nếu ta bớt đi hai dãy ghế thì mỗi dãy ghế còn lại phải xếp thêm hai người mới đủ chỗ. Hỏi lúc đầu có mấy dãy ghế và mỗi dãy ghế được xếp bao nhiêu người ngồi?

Bài 11 Một phòng họp có 360 chỗ ngồi và được chia thành các dãy có số chỗ ngồi bằng nhau. Nếu thêm cho mỗi dãy 4 chỗ ngồi và bớt đi 3 dãy thì số chỗ ngồi trong phòng họp không thay đổi. Hỏi ban đầu số chỗ ngồi trong phòng họp được chia thành bao nhiêu dãy?

Tổng số công nhân của hai đội sản xuất là 125 người. Sau khi điều 13 người từ đội thứ nhất sang đội thứ hai thì số công nhân của đội thứ nhất bằng $\frac{2}{3}$ số công nhân của đội thứ hai. Tính số công nhân của mỗi đội lúc đầu.

Bài 12 Hưởng ứng phong trào thi đua ”Xây dựng trường học thân thiện, học sinh tích cực”, Lớp 9A trường THCS Vô Tranh dự định trồng 300 cây xanh. Đến ngày lao động, có 5 bạn được Liên Đội triệu tập tham gia chiến dịch an toàn giao thông nên mỗi bạn còn lại phải trồng thêm 2 cây mới đảm bảo kế hoạch đặt ra. Hỏi lớp 9A có bao nhiêu học sinh.