

**\* CHUYÊN ĐỀ 3:**

**HỆ HAI PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN**

**A. KIẾN THỨC CƠ BẢN :**

**Hệ phương trình bậc nhất hai ẩn.**

**1. Khái niệm hệ phương trình bậc nhất hai ẩn.**

- Cho hai phương trình bậc nhất hai ẩn  $ax + by = c$  và  $a'x + b'y = c'$ . Khi đó ta có hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn 
$$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases} \quad (I)$$

**2. Nghiệm của hệ phương trình.**

- Nếu hai phương trình ấy có nghiệm chung  $(x_0; y_0)$  thì  $(x_0; y_0)$  được gọi là một nghiệm của hệ phương trình (I). Nếu hai phương trình không có nghiệm chung thì ta nói hệ phương trình (I) vô nghiệm.

- Chú ý : Nếu một trong hai phương trình của hệ vô nghiệm thì hệ vô nghiệm.

**3. Định nghĩa về giải hệ phương trình:**

- Giải hệ phương trình là tìm tất cả các nghiệm (tìm tập nghiệm) của nó.

**4. Định nghĩa hệ phương trình tương đương.**

- Hai hệ phương trình gọi là tương đương với nhau nếu chúng có cùng tập nghiệm.

**5. Các phương pháp giải hệ phương trình bậc nhất hai ẩn thường dùng :**

- Phương pháp thế
- phương pháp cộng đại số
- phương pháp đặt ẩn phụ

...

**\* Giải hệ phương trình bằng phương pháp thế.**

a. Quy tắc thế (SGK toán 9 tập 2, trang 16)

b. Tóm tắt cách giải hệ phương trình bằng phương pháp thế.

1) Dùng qui tắc thế biến đổi hệ phương trình đã cho để được một hệ phương trình mới, trong đó có một phương trình một ẩn.

2) Giải phương trình một ẩn vừa có, rồi suy ra nghiệm của hệ phương trình đã cho.

**\* Giải hệ phương trình bằng phương pháp cộng đại số.**

a. Qui tắc cộng đại số: (SGK toán 9 tập 2, trang 16)

b. Tóm tắt cách giải hệ phương trình bằng phương pháp cộng đại số.

1) Nhân hai vế của mỗi phương trình với một số thích hợp (nếu cần) sao cho các hệ số của một ẩn nào đó trong hai phương trình của hệ bằng nhau hoặc đối nhau.

2) Áp dụng qui tắc cộng đại số để được hệ phương trình mới, trong đó có một phương trình một ẩn.

3) Giải phương trình một ẩn vừa có, rồi suy ra nghiệm của hệ phương trình đã cho.

**6. Giải hệ phương trình gồm một phương trình bậc nhất và một phương trình bậc hai hai ẩn.**

Thường dùng phương pháp thế.

**7. Một số bài toán liên quan đến hệ phương trình chứa tham số :**

**Bài toán :** Cho hệ phương trình 
$$\begin{cases} ax + by = c(1) \\ a'x + b'y = c'(2) \end{cases} \quad (I)$$

a/ Chứng minh hệ luôn có nghiệm

b/ Tìm m để hệ có nghiệm duy nhất

c/ Tìm m để hệ vô nghiệm

d/ Tìm m để hệ có nghiệm thoả mãn điều kiện cho trước.

**Phương pháp giải :**

**\*Cách 1:**

a/ Rút x ( hoặc y ) từ (1) ( hoặc (2) ) thế vào phương trình còn lại ,ta đưa về phương trình (3) là phương trình bậc nhất 1 ẩn.Ta chứng minh phương trình (3) luôn có nghiệm.

b/ Rút x ( hoặc y ) từ (1) ( hoặc (2) ) thế vào phương trình còn lại ,ta đưa về phương trình (3) là phương trình bậc nhất 1 ẩn.

Hệ (I) có nghiệm duy nhất  $\Leftrightarrow$  phương trình (3) có nghiệm duy nhất.

c/ Rút x ( hoặc y ) từ (1) ( hoặc (2) ) thế vào phương trình còn lại ,ta đưa về phương trình (3) là phương trình bậc nhất 1 ẩn.

Hệ (I) vô nghiệm  $\Leftrightarrow$  phương trình (3) vô nghiệm.

d/ Dựa vào điều kiện của đề bài ta có phương pháp giải phù hợp.

**\*Cách 2:** (Dựa vào vị trí tương đối của hai đường thẳng)

$$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases} \quad (a, b, c, a', b', c' \text{ khác } 0)$$

+ Hệ có vô số nghiệm nếu  $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$

+ Hệ vô nghiệm nếu  $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$

+ Hệ có một nghiệm duy nhất nếu  $\frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'}$

## **B.MỘT SỐ VÍ DU :**

**Dạng 1:** Giải hệ phương trình bậc nhất hai ẩn.

**Bài 1:** Giải các HPT sau:

a.  $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ 3x + y = 7 \end{cases}$       b.  $\begin{cases} 2x + 3y = -2 \\ 5x + 2y = 6 \end{cases}$

**Giải:**

a. Dùng PP thế:  $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ 3x + y = 7 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x - 3 \\ 3x + 2x - 3 = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x - 3 \\ 5x = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \cdot 2 - 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$

Vậy HPT đã cho có nghiệm là:  $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$

Dùng PP cộng:  $\begin{cases} 2x-y=3 \\ 3x+y=7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x=10 \\ 3x+y=7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ 3.2+y=7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$

Vậy HPT đã cho có nghiệm là:  $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$

-Nhân xét : Để giải loại HPT này ta thường sử dụng PP cộng cho thuận lợi.

$\begin{cases} 2x+3y=-2 \\ 5x+2y=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10x+15y=-10 \\ 10x+4y=12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 11y=-22 \\ 5x+2y=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-2 \\ 5x+2.(-2)=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=-2 \end{cases}$

Vậy HPT có nghiệm là  $\begin{cases} x=2 \\ y=-2 \end{cases}$

## **Bài 2 :**

a)  $\begin{cases} 2x+3y=13 \\ x-2y=-4 \end{cases}$  (Đề thi tuyển sinh lớp 10 thpt năm học 2011-2012, Ngày thi : 01/7/2011)

b)  $\begin{cases} 2x-y=3 \\ 3x+y=2 \end{cases}$  (Đề thi tuyển sinh lớp 10 thpt năm học 2010-2011, Ngày thi : 01/7/2010)

c)  $\begin{cases} x+y=5 \\ x-y=3 \end{cases}$  (Đề thi tuyển sinh lớp 10 thpt năm học 2009-2010, Ngày thi : 10/7/2009)

### **Giải:**

a)  $\Leftrightarrow \begin{cases} 2x+3y=13 \\ 2x-4y=-8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7y=21 \\ 2x-2.3=-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=3 \\ 2x=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=3 \\ x=1 \end{cases} \Leftrightarrow$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm  $\begin{cases} x=1 \\ y=3 \end{cases}$

$$b) \begin{cases} 2x - y = 3 \\ 3x + y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x = 5 \\ 3x + y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ 3 \cdot 1 + y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm  $\begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases}$

$$c) \begin{cases} x + y = 5 \\ x - y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 8 \\ x + y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ 4 + y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 1 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm  $\begin{cases} x = 4 \\ y = 1 \end{cases}$

**Bài 2 :** Giải các hệ phương trình sau :

$$a) \begin{cases} \frac{2}{x+1} + \frac{3}{y} = -1 \\ \frac{2}{x+1} + \frac{5}{y} = -1 \end{cases}$$

+ Cách 1: Sử dụng PP cộng. ĐK:  $x \neq -1, y \neq 0$ .

$$\begin{cases} \frac{2}{x+1} + \frac{3}{y} = -1 \\ \frac{2}{x+1} + \frac{5}{y} = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2}{y} = 2 \\ y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ \frac{2}{x+1} + \frac{5}{1} = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ \frac{2}{x+1} = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 = -\frac{1}{2} \\ y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{3}{2} \\ y = 1 \end{cases}$$

Vậy HPT có nghiệm là  $\begin{cases} x = -\frac{3}{2} \\ y = 1 \end{cases}$

+ Cách 2: Sử dụng PP đặt ẩn phụ. ĐK:  $x \neq -1, y \neq 0$ .

Đặt  $\frac{1}{x+1} = a$  ;  $\frac{1}{y} = b$ . HPT đã cho trở thành:

$$\begin{cases} 2a+3b=-1 \\ 2a+5b=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a+5b=1 \\ 2b=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a+5.1=1 \\ b=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-2 \\ b=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{x+1}=-2 \\ \frac{1}{y}=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-\frac{3}{2} \\ y=1 \end{cases} \text{ (TMĐK)}$$

Vậy HPT có nghiệm là  $\begin{cases} x=-\frac{3}{2} \\ y=1 \end{cases}$

\*Lưu ý: - Nhiều em còn thiếu ĐK cho những HPT ở dạng này.  
- Có thể thử lại nghiệm của HPT vừa giải.

b/  $\begin{cases} \frac{x+y}{3} + \frac{2}{3} = 3 \\ \frac{4x-y}{6} + \frac{x}{4} = 1. \end{cases}$  (I)

**Hướng dẫn**:

$$(I) \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=7 \\ 11x-2y=12 \end{cases}$$

Hệ phương trình (I) có tập hợp nghiệm là  $S = \{(x; y) = (2; 5)\}$ .

c/  $\begin{cases} (x+5)(y-2) = (x+2)(y-1) \\ (x-4)(y+7) = (x-3)(y+4) \end{cases}$

**Giải**:

$$\begin{cases} (x+5)(y-2) = (x+2)(y-1) \\ (x-4)(y+7) = (x-3)(y+4) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy-2x+5y-10 = xy-x+2y-2 \\ xy+7x-4y-28 = xy+4x-3y-12 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -x+3y=8 \\ 3x-y=16 \end{cases} \text{ (HS tự giải tiếp)}$$

**Dạng 2:** Hệ phương trình bậc nhất hai ẩn chứa tham số.

**Bài 1:** Tìm m sao cho hệ phương trình: 
$$\begin{cases} mx + y = 3 \\ x + my = 3 \end{cases} \quad (I)$$

- a) Vô nghiệm.
- b) Có nghiệm duy nhất.

**Hướng dẫn:**

a/ (I)  $\Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 - mx \\ (1 - m^2)x = 3 - 3m (*) \end{cases}$

(I) vô nghiệm khi và chỉ khi (\*) vô nghiệm  $\Leftrightarrow m = -1$ .

b/ Hệ phương trình có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi  $m \neq \pm 1$ .

**Bài 2:** Tìm m sao cho hệ phương trình: 
$$\begin{cases} mx + y = 3 \\ 4x + my = -1 \end{cases} \quad (I)$$

- a) Vô nghiệm.
- b) Có nghiệm duy nhất.

**Hướng dẫn:**

a/ (I)  $\Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 - mx \\ (4 - m^2)x = 1 - 3m (*) \end{cases}$

(I) vô nghiệm khi và chỉ khi (\*) vô nghiệm  $\Leftrightarrow m = 2$  hoặc  $m = -2$ .

b/ Hệ phương trình có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi  $m \neq \pm 2$ .

**Dạng 3. Giải hệ phương trình có phương trình bậc hai hai ẩn.**

**Bài 1:** Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 5 \\ x + y = 3 \end{cases}$$

**Hướng dẫn:**

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 5 \\ x + y = 3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (x + y)^2 - 2xy = 5 \\ x + y = 3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 3 \\ xy = 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases} \vee \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$$

**Kết luận:** Hệ phương trình có 2 nghiệm:  $(x;y) = (1; 2)$  ;  $(x;y) = (2; 1)$

**Bài 2:** Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} x + y - 2xy = -17 \\ xy - 12 = 0 \end{cases} \quad (I)$$

**Hướng dẫn:**

Hệ phương trình (I) có tập hợp nghiệm là  $S = \{(3; 4); (4; 3)\}$ .

**Bài tập áp dụng :**

**Bài 1:** Giải hệ phương trình:

$$a, \begin{cases} 4x + 3y = -4 \\ 6x + 5y = -7 \end{cases} \quad b, \begin{cases} 12x + 16y + 1 = 0 \\ 3x + 4y + 2 = 0 \end{cases} \quad c, \begin{cases} 5x + 6y = 27 \\ 7x - 3y = 15 \end{cases}$$

**Bài 2:** Giải hệ phương trình:

$$a, \begin{cases} x + 2y = 11 \\ 5x - 3y = 3 \end{cases} \quad b, \begin{cases} 3x - y = 5 \\ 5x + 2y = 23 \end{cases} \quad c, \begin{cases} \frac{5x-1}{5y-2} = \frac{1}{2} \\ 5(x+3) - 7(y+1) = -1 \end{cases}$$

**Bài 3:** Giải hệ phương trình:

$$a) \begin{cases} 1 - 3y = 2(x - 2) \\ 1 - 3x = 3y - 2 \end{cases} \quad b) \begin{cases} 7(2x + y) - 5(3x + y) = 6 \\ 3(x + 2y) - 2(x + 3y) = -6 \end{cases} \quad c) \begin{cases} 3x - y - 5 = 0 \\ x + y - 3 = 0 \end{cases}$$



$$d) \begin{cases} \frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 5 \\ \frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 1 \end{cases}$$

$$e) \begin{cases} \frac{x}{3} + \frac{y-4}{2} = \frac{y+2}{6} \\ \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{3} \end{cases}$$

$$f) \begin{cases} 0,2x - 3y = 2 \\ x - 15y = 10 \end{cases}$$

$$g) \begin{cases} (x+5)(y-2) = (x+2)(y-1) \\ (x-4)(y+7) = (x-3)(y+4) \end{cases}$$

$$h) \begin{cases} 2x + y = 4 \\ 3x - y = 1 \end{cases}$$

$$k) \begin{cases} x = 3 - 2y \\ 2x + 4y = 2007 \end{cases}$$

$$l) \begin{cases} x - y = 1 \\ 3x + 2y = 3 \end{cases}$$

$$m) \begin{cases} x + 2y = 5 \\ 3x - y = 1 \end{cases}$$

$$p) \begin{cases} 3x - y = 2 \\ -3y + 9x = 6 \end{cases};$$

$$q) \begin{cases} x - \frac{y}{2} = 5 \\ 2x - y = 6 \end{cases}$$

$$t) \begin{cases} 2x + 3y = 6 \\ \frac{5}{3}x + \frac{5}{2}y = 5 \end{cases}$$

$$v) \begin{cases} 2x + y = 5 \\ \frac{3}{2}x + \frac{3}{4}y = \frac{15}{2} \end{cases}$$

**Bài 4:** Giải hệ phương trình:

$$a) \begin{cases} \frac{1}{x+y} - \frac{2}{x-y} = 2 \\ \frac{5}{x+y} - \frac{4}{x-y} = 3 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 4x^2 + y^2 = 13 \\ 2x^2 - y^2 = -7 \end{cases}$$

**Bài 5:** Cho hệ phương trình: 
$$\begin{cases} x + y = 1 \\ ax + 2y = a \end{cases}$$

- Giải hệ phương trình với  $a = 3$ .
- Tìm điều kiện của  $a$  để hệ phương trình có một nghiệm ? có vô số nghiệm.

**Bài 6:** Cho hệ phương trình : 
$$\begin{cases} 6x + ay = b \\ 2ax - by = 3 \end{cases}$$

- Giải hệ phương trình với  $a = b = 1$ .
- Tìm  $a, b$  để hệ phương trình có nghiệm là  $(x=1; y=0)$ .

**Bài 7:** Cho hệ phương trình : 
$$\begin{cases} x - y = 1 \\ mx + y = m \end{cases}$$

- Giải hệ phương trình với  $m = 1$ .
  - Tìm  $m$  để hệ phương trình có nghiệm là  $(x = 2; y = 1)$ .
  - Tìm  $m$  để hệ phương trình có nghiệm duy nhất.
- a) Giải hệ khi  $a=3$  ;  $b=-2$

b) Tìm a;b để hệ có nghiệm là  $(x;y)=(\sqrt{2};\sqrt{3})$

**Bài 8:** Giải các hệ phương trình sau :

a.  $\begin{cases} x+2y=4 \\ x^2+4y^2=8 \end{cases}$       b.  $\begin{cases} \frac{x}{y}+\frac{y}{x}=\frac{13}{6} \\ x+y=5 \end{cases}$       c.  $\begin{cases} x\sqrt{x}+y\sqrt{y}=6 \\ x^2y+xy^2=20 \end{cases}$       d.  $\begin{cases} x+y+xy=5 \\ x^2+y^2=5 \end{cases}$

---