TÀI LIỆU THAM KHẢO

CHUYÊN ĐỀ ÔN TẬP HÌNH HỌC 9

Phần 1

Bài 1. Cho (O; R), một dây AB < 2R. Gọi M là điểm chính giữa của cung nhỏ AB, kẻ 2 dây MC, MD lần lượt cắt AB tại E và F. CMR:

a) ΔMAE đồng dạng với ΔMCA

b) ME.MC = MF.MD

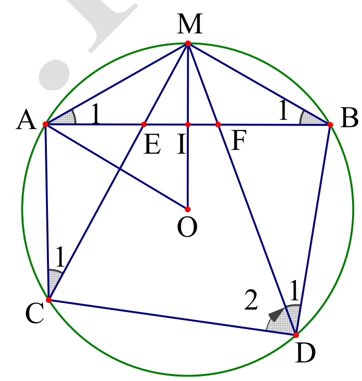
c) Tứ giác CEFD nội tiếp được

d) Khi AB = $R\sqrt{3}$ thì ΔOAM đều.

Giải

a) $\widehat{C_1} = \widehat{A_1}; \widehat{AMC}$ chung => đpcm

b) Câu a => MA.MC = MA^2 (1)



ΔMBF đồng dạng với ΔMDB => MF.MD = MB^2 (2)

(1)(2) => đpcm

c) Chứng minh $\widehat{MEB} = \widehat{D_2}$ => đpcm

d) Chứng minh : AI = $\frac{1}{2}$ AB = $\frac{R\sqrt{3}}{2}$

=>OI = $\frac{1}{2}$OA = R/2 và ΔOAM cân => Đpcm

Bài 2: Cho tứ giác ABCD nội tiếp trong đường tròn đường kính BD. Kéo dài AB, DC cắt nhau tại E; CB và DA cắt nhau tại F.

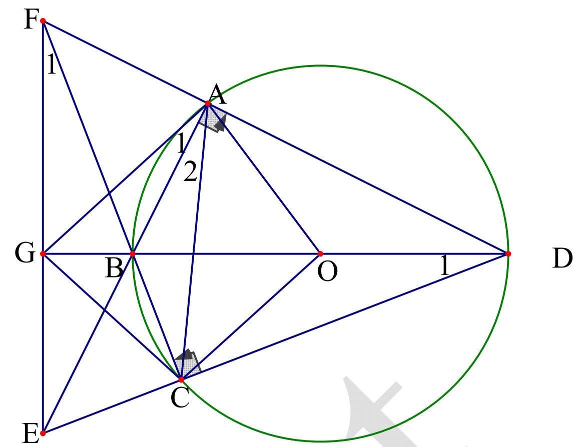
a) CMR: DB $\perp$ EF (Gọi chân đường vuông góc là G)

b) CMR: BA.BE = BC.BF = BD.BG

c) c/m: B là tâm đường tròn nội tiếp ΔACG

d) Cho $\widehat{ABC} = 135^o$. Tính AC theo BD.

Giải:



a) B là trực tâm của ΔDFE

b) ΔBCE đồng dạng với ΔBAF

ΔBCD đồng dạng với ΔBGF

c) Tứ giác ABGF nội tiếp => $\widehat{F_1} = \widehat{A_1}$

Tương tự, $\widehat{A_2} = \widehat{D_1}$; $\widehat{F_1} = \widehat{D_1}$

Suy ra, $\widehat{A_1} = \widehat{A_2}$ => AB là phân giác

Tương tự, CB là tia phân giác => đpcm

d) $\widehat{ADC} = 45^o \Rightarrow \widehat{AOC} = 90^o \Rightarrow AC = OA\sqrt{2} = BD.\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

Bài 3: Cho (O), đường kính AB = 2R, tiếp tuyến xBx'. Gọi C; D là 2 điểm thuộc đường tròn và ở 2 nửa mặt phẳng bờ AB đối nhau. Tia AC cắt xBx' tại M, tia AD cắt xBx' tại N. Chứng minh:

a) ΔADC đồng dạng với Δ AMN

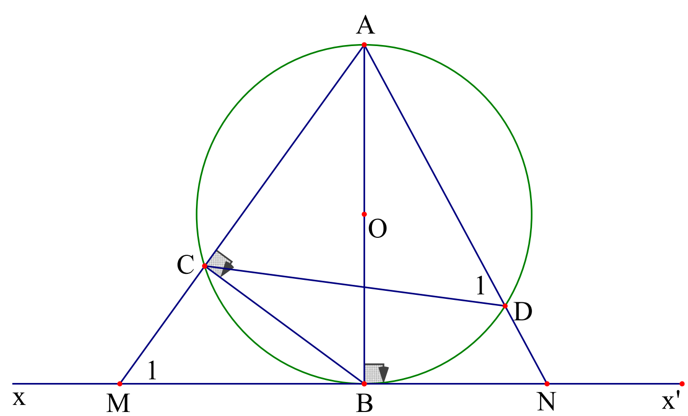
b) Tứ giác MNDC nội tiếp

c) AC.AM = AD.AN = AB^2

d) Xác định vị trí của C và D để S_{ACBD} max

e) CMR: AD + AC + AM + AN > 8R (Với M $\neq$ B $\neq$ N)

Giải:



a,b) So sánh góc D_1 và M_1

c) Δvuông ABM có: BC $\perp$ AM => AC.AM = AB^2

Tương tự, AD.AN = AB^2 => đpcm

d) C;D;O thẳng hàng và CD $\perp$ AB

e)

$\left(\sqrt{AC} - \sqrt{AM}\right)^2 > 0$

$\Rightarrow AC + AM > 2\sqrt{AC.AM} = 4R\left(M \neq B \neq N\right)$

Bài 4: Cho hình chưc nhật ABCD nội tiếp (O). tiếp tuyến tại C với đường tròn cắt AB, AD kéo dài lần lượt tại E và F

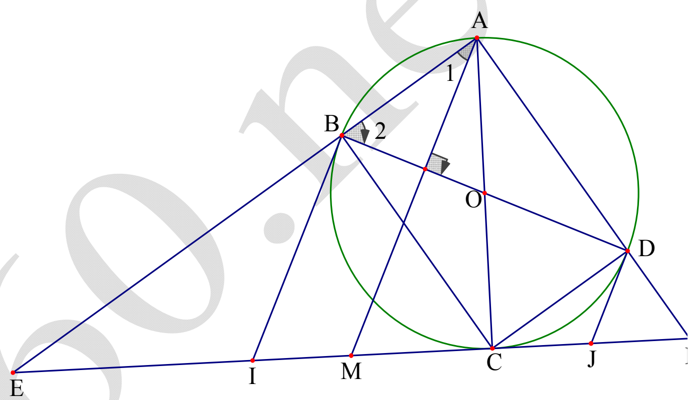
a) CMR: AB.AE = AD.AF (bằng 2 pp)

b) Gọi M là trung điểm của EF. C/m: AM $\perp$ BD

c) Tiếp tuyến tại B và D với (O) cắt E, F lần lượt tại I và J. C/m: IJ = $\frac{1}{2}$ EF

d) Cho CE = 6 cm; CF = 2 cm. Tính S_{BDJI}; S_{BDFE}

Giải:



a) pp 1: ΔABD đồng dạng với ΔAFE

pp 2: hệ thức lượng trong ΔACE; ΔACF

b) $\widehat{B_2} = \widehat{F}; \widehat{A_1} = \widehat{E}$ mà $\widehat{F} + \widehat{E} = 1v$ => đpcm

c) IB = IC; BI = IE => đpcm

d) ghi nhớ $\frac{S_{ABD}}{S_{AEF}} = \left(\frac{BD}{EF}\right)^2 = \frac{3}{16}$

Bài 5. Cho 2 đường tròn (O; R) và (O'; 2R) tiếp xúc trong tại A. Qua A kẻ 2 cát tuyến AMN và APQ; M, P $\in$ (O); N,Q$\in$(O')

a) C/m: O'$\in$(O) và MP// NQ

b) Tia O'M cắt (O') tại S. Gọi H là trực tâm ΔSAO'. C/m: Tứ giác SHO'N nội tiếp

c) So sánh độ dài MP, NQ

Giải:

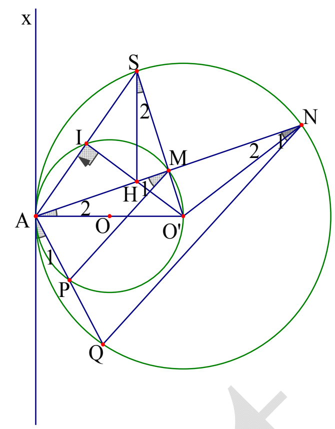
a) OO’ = 2R- R = R

* Kẻ tiếp tuyến chung ngoài Ax.

Có $\widehat{M_1} = \widehat{N_1}\left(= \widehat{A_1}\right)$=> đpcm

b) So sánh $\widehat{N_2}, \widehat{S_2}; \widehat{A_2}$

c) NQ = 2MP



Bài 6. Cho (O), một dây AB. Một điểm C ở ngoài đường tròn nằm trên tia AB. Từ điểm chính giữa P của cung lớn AB kẻ đường kính PQ của đường tròn cát AB tai D. Tia CP cắt đường tròn tại điểm thứ hai I; AB cắt QI tại K.

a) C/m: Tứ giác PDKI nội tiếp

b) C/m: CI.CP = CK.CD

c) C/m: IC là phân giác của góc ngoài tại đỉnh I của $\triangle$AIB (thay bằng c/m: $\frac{IA}{IB} = \frac{CA}{CB}$)

Giải:

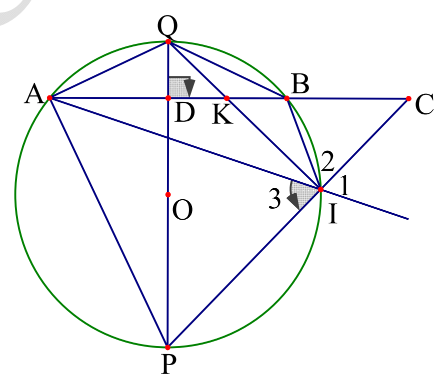
a) $\widehat{KDP} = \widehat{KIP} = 1v$

b) $\triangle$CIK đồng dạng với $\triangle$CDP

c) $\widehat{BIC} = \widehat{BQP} = \frac{1}{2}$sđ $\overset{\frown}{BP}$

$\widehat{I_2} = \widehat{I_3} = \frac{1}{2}$sđ $\overset{\frown}{AP}$

Mà $\overset{\frown}{BP} = \overset{\frown}{AP}$ nên $\widehat{I_1} = \widehat{I_2}$ => đpcm



Bài 7: Cho (O;R), hai đường kính AB và CD vuông góc với nhau. Trên AB lấy M khác O. Đường thẳng CM cắt (O) tại điểm thứ hai N. Đường thẳng vuông góc với AB tại M cắt tiếp tuyến tại N của (O) ở P. CMR:

a) T/g OMNP nội tiếp

b) T/g CMPO là hbh

c) Tính CM.CN không phụ thuộc vị trí M

d) Khi M di động trên AB thì P chạy trên 1 đoạn thẳng cố định

Giải:

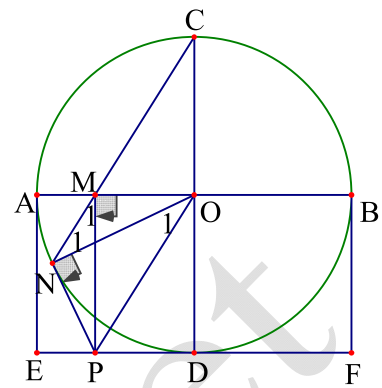
a) $\widehat{OMP} = \widehat{ONP} = 90^o$

b) $\widehat{O_1} = \widehat{N_1}$ => MC // OP ; MP // OC

c) Dùng đồng dạng để c/m CM.CN = CO.CD = $2R^2$

d) C/m: ΔONP = ΔODP (cgc) => $\widehat{ODP} = 1v$ nên P chạy trên 1 đường thẳng cố định

Do OM $\in$ AB nên P $\in$ EF



Bài 8: Cho đoạn thẳng AB. P nằm giữa A và B. Trên nửa mp bờ AB, kẻ các tia Ax, By vuông góc với AB và lần lượt lấy trên 2 tia đó hai điểm C và D sao cho:

AC.BD = AP.BP (1)

a) C/m: ΔACP đồng dạng với ΔPBD

b) C/m: góc CPD = 90°. từ đó suy ra, cách dựng điểm C và D thỏa mãn (1)

c) Gọi M là hình chiếu của P trên CD. CMR: góc AMB = 90°

d) CMR: Khi C, D chạy trên Ax, By nhưng vẫn thỏa mãn (1) thì M chạy trên nửa đường tròn cố định.

e) Gọi E, F …Tìm vị trí của M để EF = R

Giải:

a) (1) => $\dfrac{AC}{BP} = \dfrac{AP}{BD}; \widehat{A} = \widehat{B} = 90^o$ => Đpcm

b) Có $\widehat{C_1} = \widehat{P_1} \Rightarrow \widehat{P_1} + \widehat{P_2} = 1v$ => Đpcm

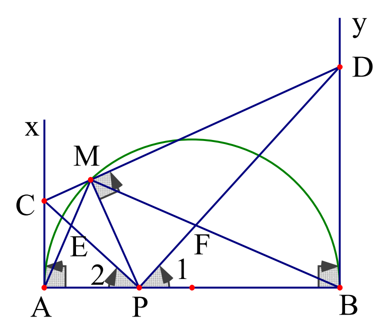
Lấy C tùy ý trên Ax. Nối CP . Kẻ

$PD \perp CP\left(D \in By\right)$

c) Sử dụng 2 tứ giác nội tiếp MCAP, MDBP sẽ c/m: $\widehat{MAB} + \widehat{MBA} = 1v$

d) Do $\widehat{AMB} = 1v$ và AB cố định => đpcm

e) C/m: tam giác PMB và PMA cân



=> PA = PB (=PM) => P là trung điểm của AB

Bài 9: Cho nửa đường tròn (O), đường kính AB = 2R. M tùy ý trên (O), M khác A; B. Kẻ 2 tiếp tuyến Ax, By với nửa đường tròn. Qua M kẻ tiếp tuyến thứ ba lần lượt cắt Ax, By tại C, D

a) C/m: CD = AC + BD; $\widehat{COD} = 90^o$

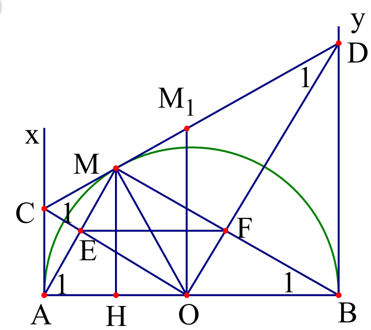
b) AC.BD không đổi

c) OC cắt AM tại E; OD cắt BM tại F. C/m: EF = R

d) Tìm vị trí của M để tứ giác ACDB có diện tích nhỏ nhất

e) Tìm vị trí của M để tam giác MAB có chu vi lớn nhất. Tính chu vi theo R

Giải:



a) CA = CM; DB = DM => Đpcm

b) $\widehat{C_1} = \widehat{D_1} = 90^o$

c) Δ vuông COD có: CM.DM = OM^2

d) ACDB là hình thang vuông =>

$$S = \frac{(AC + BD).AB}{2} = (AC + BD).R$$

Vậy S_{min} ⇔ (AC + BD) min

Mà AC + BD = $2OM_1$ (OM_1 là trung bình)

$OM_1 \geq OM$ Vậy S_{min} ⇔ M $\equiv$ MM_1 ⇔ M là điểm chính giữa của cung AB

e) P = MA + MB + AB

P_{max} ⇔ (MA + MB) max ⇔ $(MA + MB)^2$ max

⇔ ($MA^2 + MB^2$ + 2MA.MB) max

⇔ (AB^2 + 2.MA.MB) max ⇔ MA.MB max ⇔ MH.AB max Mà MH $\leq$ R

Vậy MH max ⇔ MH = R ⇔ M là điểm chính giữa cung AB

Bài 10: Cho ΔABC vuông tại A (AB > AC). Đường cao AH. Trên nửa mp bờ BC chứa điểm A vẽ nửa đường tròn đường kính BH cắt AB tại E, nửa đường tròn đường kính HC cắt AC tại F, nửa đtròn đường kính BC

a) C/m: T/g AFHE là hcn

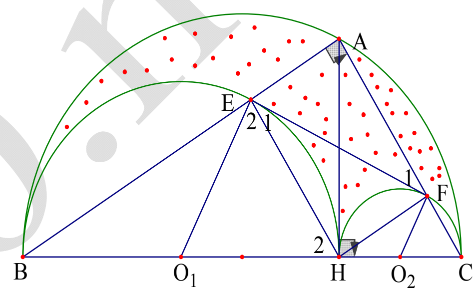
b) C/m: T/g BEFC nội tiếp

c) C/m: AE.AB = AF.AC

d) C/m: EF là tiếp tuyến chung của hai nửa đường tròn

e) Cho HC = 2cm; HB = 6cm. Tính diện tích mp giới hạn bởi 3 nửa đường tròn và diện tích hình viên phân giới hạn bởi $\overset{\frown}{BE}; \overset{\frown}{FC}$

Giải:



a) C/m: $\widehat{BEH} = \widehat{HFC} = 1v$

b) C/m: $\widehat{F_1} = \widehat{B}$

c) Dùng hệ thức lượng với các tam giác vuông AHB, AHC

d) Hcn => $\widehat{E_1} = \widehat{H_1}$; $\widehat{E_2} = \widehat{H_2}$ (tam giác O_1EH cân)

Mà $\widehat{H_1} + \widehat{H_2} = 1v \Rightarrow \widehat{E_1} + \widehat{E_2} = 1v \Rightarrow O_1E \perp EF$ => EF là tiếp tuyến của (O_1)

Tương tự, EF là tiếp tuyến của (O_2)

Bài 11: Cho tứ giác ABCD nội tiếp (O). P là điểm chính giữa cung nhỏ AB (phần không chứa C và D). Hai dây PC và PD lần lượt cắt dây AB tại E và F. Các dây AD , PC kéo dài cắt nhau tại I. Các dây BC, PD kéo dài cắt nhau tại K. CMR:

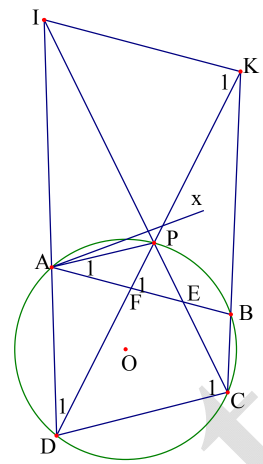
a) $\widehat{CID} = \widehat{CKD}$

b) T/g CDFE nội tiếp

c) IK // AB

d) PA là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác AFD

Giải:



a) sđ $\overset{\frown}{CD}$ - sđ $\overset{\frown}{PA}$ = sđ $\overset{\frown}{CD}$ - sđ $\overset{\frown}{PB}$

b) C/m: $\widehat{F_1} = \widehat{C_1}$

c) T/g DIKC nội tiếp => $\widehat{K_1} = \widehat{C_1}$ mà $\widehat{F_1} = \widehat{C_1}$

=> $\widehat{F_1} = \widehat{K_1}$ => AB // IK

d) Kẻ tiếp tuyến Ax với (AFD)

$\widehat{xAF} = \widehat{PAF}\left(= \widehat{D_1}\right)$=> Ax ≡ AP. Vậy AP là tiếp tuyến.

Bài 12: Cho △ ABC vuông tại A và D nằm giữa A và B. Đường tròn đường kính BD cắt BC tại E, các đường thẳng CD, AE lần lượt cắt đường tròn tại các điểm thứ hai F, G. C/m:

a) △ABC đồng dạng với △EBD

b) T/g ADEC , AFBC nội tiếp

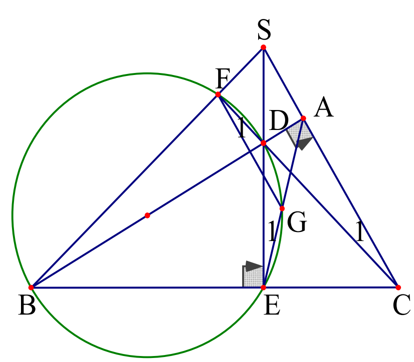
c) AC// FG

d) Các đường thẳng AC, DE, BF đồng quy tại 1 điểm (Gọi điểm đó là S)

e) C/m: $\frac{DE}{SE} + \frac{DA}{BA} + \frac{DF}{CF} = 1$

g) D là tâm đường tròn nội tiếp △AEF

Giải:



a) Chung góc B

b) $\widehat{A} = \widehat{E} = 1v$ => ADEC nội tiếp

A; F nhìn BC dưới 1 góc vuông => AFBC nội tiếp

c) $\widehat{C_1} = \widehat{E_1}; \widehat{E_1} = \widehat{F_1} \Rightarrow \widehat{C_1} = \widehat{F_1}$ => AC // FG

d) D là trực tâm tam giác SBC

e) Quy về diện tích tam giác SBC

g) Giao điểm 3 đường p/g

Bài 13: Cho 2 đường tròn (O_1); (O_2) tiếp xúc ngoài tại A. Một đường thẳng d tiếp xúc với đường tròn (O_1) ; (O_2) tại B; C

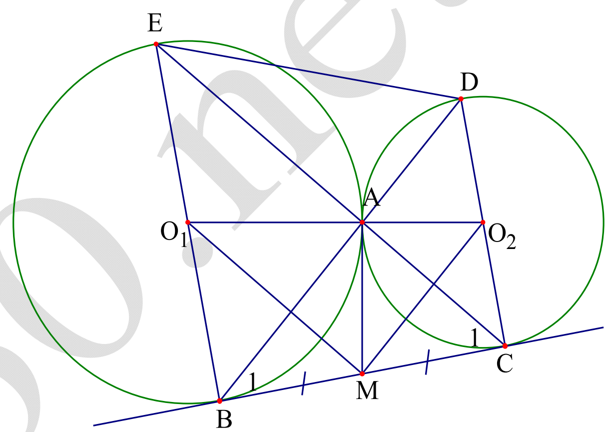
a) ΔABC vuông

b) Gọi M là trung điểm của BC. C/m: AM là tiếp tuyến chung của 2 đường tròn

c) C/m: $\widehat{O_1MO_2} = 90^o$

d) Các tia BA, CA lần lượt cắt (O_2);(O_1) tại các giao điểm thứ hai D và E. C/m: $S_{ADE} = S_{ABC}$

Giải:



a) $\widehat{B_1} = \frac{1}{2}\widehat{BO_1A}$ (= $\frac{1}{2}$ sđ $\widehat{AB}$). Tương tự,

$\widehat{C_1} = \frac{1}{2}\widehat{AO_2C}$

Mà $\widehat{AO_2C} + \widehat{BO_1A} = 180^o$ (2 góc trong cùng phía) => $\widehat{B_1} + \widehat{C_1} = 90^o$ => Đpcm

b) C/m: $\Delta O_1AM = \Delta O_1BM$ (ccc)

=> $\widehat{O_1AM} = \widehat{O_1BM} = 1v$

c) O_1M là p/g góc AO_1B => $\widehat{AO_1M} = \frac{1}{2}\widehat{AO_1B}$

Tương tự, $\widehat{AO_2M} = \frac{1}{2}\widehat{AO_2C}$

=> $\widehat{AO_1M} + \widehat{AO_2M} = \frac{1}{2}.180^o = 90^o$ => Đpcm

d) C/m: E, O_1, B thẳng hàng

D, O_2, C thẳng hàng

Có EB // DC , áp dụng Ta- lét…

=>AC. AB = AD.AE => đpcm

Bài 14: Cho nửa đường tròn đường kính AB và một điểm M bất kì trên nửa đường tròn (M khác A; B). Trên nửa mặt phẳng bờ AB chứa nửa đường tròn người ta kẻ tiếp tuyến Ax.

Tia BM cắt Ax tại I, tia phân giác của góc IAM cắt nửa đường tròn tại E, cắt tia BM tại F. Tia BE cắt Ax tại H, cắt AM tại K.

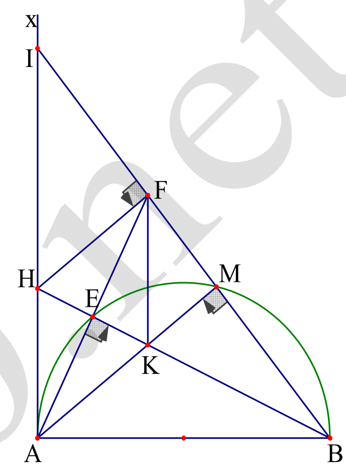
a) C/m: $IA^2 = IM.IB$

b) C/m: ΔBAF cân

c) C/m: T/g AKFH là hình thoi

d) Xác định vị trí của M để tứ giác AKFI nội tiếp

Giải:



a) Sử dụng HTLượng

b) C/m BE vừa là p/g vừa là đường cao

c) K là trực tâm ΔAFB

=>FK //HA

Vì EA = EF + Ta – lét => EH = EK => đpcm

d) Hình thang AKFI nội tiếp ⇔ Nó là hình thang cân ($\widehat{AIF} = \widehat{IAK}$)

Mặt khác, $\widehat{IAK} = \widehat{IHF}$ (đồng vị) => ΔIHF vuông cân tại F và $\widehat{IAM} = 45^o$

Vị trí cân tìm của M là điểm chính giữa của cung AB

Bài 15: Cho (O;R). Một dây CD có trung điểm H. Trên tia đối của tia DC lấy 1 điểm S. Qua S kẻ các tiếp tuyến SA, SB với đường tròn. Đường thẳng AB cắt các đường thẳng SO, OH lần lượt tại E,F

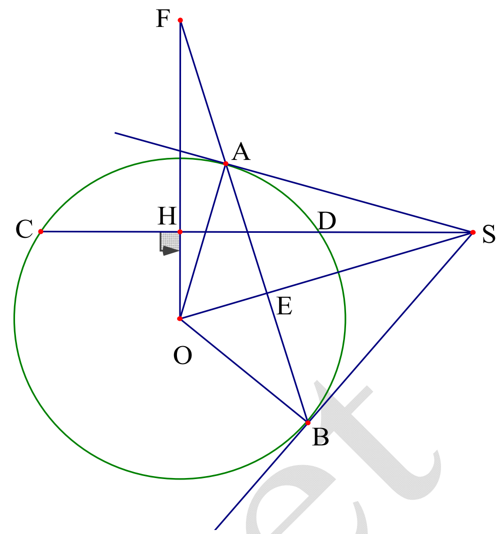
a) C/m: T/g SEHF nội tiếp

b) C/m: $OE.OS = R^2$

c) C/m: OH.OF = OE.OS

d) Khi S di động trên tia đối của tia DC . C/m đường thẳng AB luôn đi qua 1 điểm cố định

Giải:



a) $\widehat{SEF} = \widehat{SHF} = 90^o$ => đpcm

b) OE.OS = $OA^2 = R^2$

c) ΔHOS đồng dạng với ΔEOF => đpcm

d) Có OH cố định .

Từ c/m trên => $OF = \dfrac{R^2}{OH}$ không đổi => F cố định.

Bài 16: Cho (O;R) và dây cung AB (AB < 2R). Trên tia AB lấy điểm C sao cho AC > AB. Từ C kẻ 2 tiếp tuyến với đường tròn tại P; K. Gọi I là trung điểm của AB

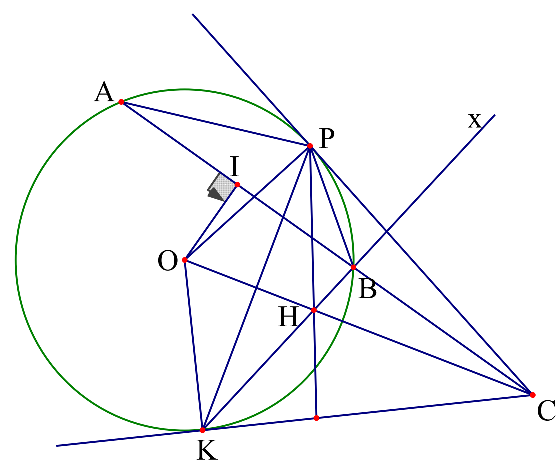
a) C/m: T/g CPIK nội tiếp

b) C/m: CP^2 = CB.CA

c) Gọi H là trực tâm ΔCPK. Tính PH theo R

d) Giả sử PA // CK. C/m: tai đối của tia BK là tia p/g của góc CBP

Giải:



a) Đường kính OC

b) ΔACP đồng dạng với ΔPCB (gg)

c) OPHK là hbh, OH$\perp$PK => hình thoi

=> PH = OP = R

d) Δ KBP và ΔCBK có:

$\widehat{BPK} = \widehat{BKC}$ (= $\dfrac{1}{2}$ sđ $\overset{\frown}{BK}$)

$\widehat{BCK} = \widehat{BKP} \left(= \widehat{OPK}\right)$

=> $\widehat{PBK} = \widehat{CBK} \Rightarrow \widehat{PBx} = \widehat{CBx}$ => đpcm

Bài 17: Cho Δ ABC vuông ở A có AB = c, AC = b. Vẽ đường cao AH. Hạ HD$\perp$AB, HF $\perp$AC

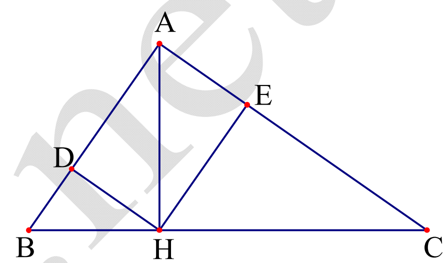
a) C/m: BC = c.cosB + b.cosC

b) C/m: BD = BC.$\cos^3$B

c) C/m: $\sqrt[3]{BD^2}+\sqrt[3]{CE^2}=\sqrt[3]{BC^2}$

d) C/m: $\cos^2 C - \cos^2 B = \sin^2 B - \sin^2 C = \frac{1}{\tan^2 C+1}-\frac{1}{\tan^2 B+1}$

Giải:



a) HB = c.cosB; HC = b.cosC => HB + HC = BC

b) BD = BH.cosB

BH = AB.cosB

AB = BC.cosB

=>đpcm

c) BD = BC.$\cos^3$B (cmt)

$BD^2 = BC^2.\cos^6 B$ (1). Vì góc B và góc C phụ nhau nên

cosC = sin B

Ta có: CE = BC. $\sin^3$B => $CE^2 = BC^2.\sin^6 B$ (2)

Từ (1) => $\sqrt[3]{BD^2}=\sqrt[3]{BC^2}.\cos^2 B$

(2)=> $\sqrt[3]{CE^2}=\sqrt[3]{BC^2}.\sin^2 B$

=>$\sqrt[3]{BD^2}+\sqrt[3]{CE^2}=\sqrt[3]{BC^2}.1=\sqrt[3]{BC^2}$ (đpcm)

c) $\cos^2 C - \cos^2 B = (1-\sin^2 C) - (1 - \sin^2 B) = \sin^2 B - \sin^2 C$ (1)

$$\frac{1}{\tan^2 C+1}-\frac{1}{\tan^2 B+1}=\frac{1}{\frac{\sin^2 C}{\cos^2 C}+1}-\frac{1}{\frac{\sin^2 B}{\cos^2 B}+1}=\frac{1}{\frac{\sin^2 C+\cos^2 C}{\cos^2 C}}-\frac{1}{\frac{\sin^2 B+\cos^2 B}{\cos^2 B}}=\cos^2 C-\cos^2 B \quad (2)$$

Từ (1)(2) => đpcm

Bài 18: Cho ΔABC vuông ở A, đường cao AH. Gọi I,K tương ứng là tâm các đường tròn nội tiếp ΔABH và ΔACH

1) C/m: ΔAKH đồng dạng với ΔBIH và ΔAIH đồng dạng với ΔCKH

2) C/m: ΔABC đồng dạng với ΔHIK

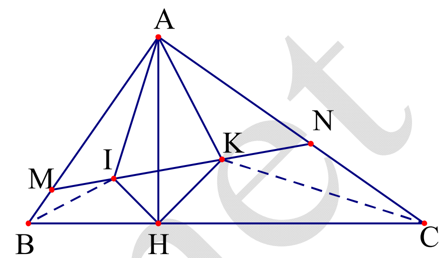
3) Đường thẳng IK cắt AB,AC lần lượt tại M,N

a) C/m: T/g HCNK nội tiếp

b) C/m: AM = AN

c) C/m: S' $\le \frac{1}{2}$ S trong đó S,S' lần lượt là diện tích ΔABC , ΔAMN

Giải:



1) Có ΔAHB đồng dạng với ΔCHA (g.g) =>

$\frac{IH}{HK} = \frac{AB}{AC}$ (tỉ số k, p/g tương ứng)

=> $\frac{IH}{AB} = \frac{HK}{AC}$ (1)

$\widehat{IHK} = 90^o \Rightarrow \Delta vABC, \Delta vIHK$ có (1) => ΔIHK

đồng dạng với ΔABC (cgc)

2) ΔIHK đồng dạng với ΔABC (cmt)

a) $\widehat{IKC} = \widehat{NCH} \Rightarrow \widehat{HKN} + \widehat{HCN} = 2v$

b) Có $\widehat{ANM} = \widehat{KHC} = 45^o$ (cùng bù với góc KNC)

tương tự, $\widehat{AMN} = \widehat{IHB} = 45^o$ (cùng bù với góc INB)

=> $\widehat{ANM} = \widehat{AMN}$ => đpcm

c) Ta có: ΔKAH = ΔKAN (gcg)=> AH = AN (2)

ΔAIH = ΔAIM (gcg) => AH = AM (3)

(2)(3) => AH = AM = AN => S' = $\frac{1}{2}$AM.AN = $\frac{1}{2}$ AH^2

Có $S_{ABC} = \frac{1}{2}$AB.AC

Mà $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2} \ge 2.\frac{1}{AB.AC} = \frac{1}{S} \Rightarrow AH^2 \le S \Rightarrow 2S' \le S \Rightarrow S' \le \frac{1}{2}S$

(Có thể c/m OH ≤ OM = BC/2)

Bài 19: Cho (O), đường kính AB = 2R và M di động trên nửa đường tròn. Người ta vẽ đường tròn tâm E tiếp xúc với (O) tại M và tiếp xúc với đường kính AB tại N. Đường tròn này cắt MA,MB lần lượt tại các điểm thứ hai là C,D

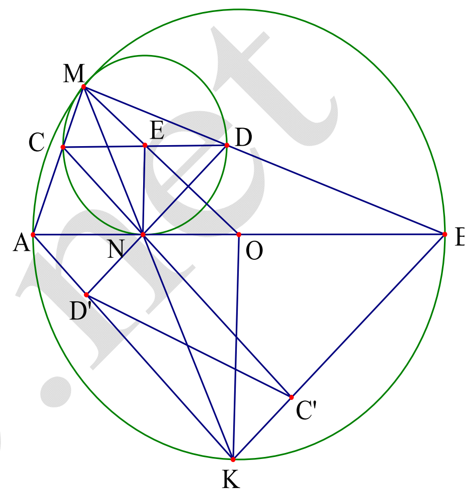
a) C/m: CD//AB

b) C/m: MN là tia p/g góc AMB và đường thẳng Mn đi qua một điểm K cố định.

c) C/m: Tích KM.KN không đổi.

d) Gọi giao điểm CN,DN với KB,KA lần lượt tại C',D'. Tìm vị trí của M để chu vi tam giác NC'D' đạt giá trị nhỏ nhất. Tìm giá trị đó theo R.

Giải:



a) $\widehat{AMB}=90^o, C, D\in(E)$ => C,E,D thẳng hàng

(O) tiếp xúc trong với (O') => O,E, M thẳng hàng

=> $\widehat{EDM}=\widehat{OBM}\left(=\widehat{EMD}\right)$ => đpcm

b) EN ⊥ AB (t/c t^2) => EN ⊥CD hay $\widehat{NEC}=\widehat{NED}=90^o$

=> $\overset{\frown}{NC}=\overset{\frown}{ND}=90^o \Rightarrow \widehat{NMA}=\widehat{NMB}=45^o$ =>đpcm

=> $\overset{\frown}{KA}=\overset{\frown}{KB}=90^o$ => K cố định

c) ΔAMK đồng dạng với ΔNAK (gg) => KM.KN = AK^2 không đổi

d) C/m: NC'KD'là hcn, các ΔND'A, NC'B vuông cân

=>P = Chu vi ΔNC'D' = (NC' + ND') + C'D' = AK + NK

P_{min} ⇔ NK min . vì NK ≥ OK. Do đó, NK min khi N ≡ O ⇔ M là điểm chính giữa cung AB

*) P = $R^2+\sqrt{2R^2}=R\left(1+\sqrt{2}\right)$

Bài 20: Cho đường tròn đường kính AB, các điểm C,D ở trên đường tròn đó sao cho C,D không cùng nằm trên nửa mp bờ AB đồng thời AD>AC. Gọi các điểm chính giữa của các cung nhỏ AC,AD lần lượt là M,N. Giao điểm của MN với AC,AD lần lượt là H,I. Giao điểm của MD với CN là K

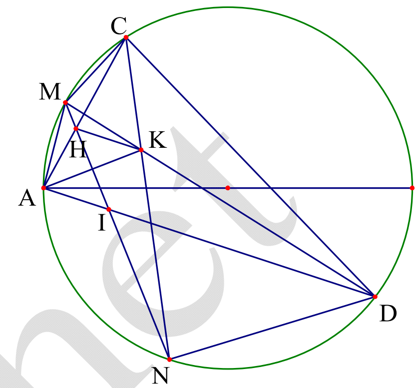
a) C/m: ΔNKD và ΔMAK cân

b) C/m: T/g MCKH nội tiếp . Suy ra, KH // AD

c) So sánh $\widehat{CAK};\widehat{DAK}$

d) Tìm 1 hệ thức giữa sđ $\overset{\frown}{AC}$ và sđ $\overset{\frown}{AD}$ là điều kiện cần và đủ để AK//ND

Giải:



a) Dựa vào góc nội tiếp và góc có đỉnh ở trong đường tròn

=> $\widehat{NKD} = \widehat{NDK}$ =>đpcm

*) Tương tự, ΔMCK cân tại M => MK = MC mà MC = MA => MK = MA

=> ΔMAK cân

b) ΔMAN = ΔMKN (ccc) => $\widehat{AMN} = \widehat{NMK}$

mà $\widehat{AMN} = \widehat{ACK}$ (= $\frac{1}{2}$sđ $\overset{\frown}{NA}$) => $\widehat{HMK} = \widehat{HCK}$ => 4 đỉnh H,C,M,K cùng thuộc 1 đtròn

=> $\widehat{HKM} = \widehat{ADM}\left(= \widehat{MCH}\right)$ => HK // AD

c) Xét ΔACD có CK,DK là p/g trong

=>AK là p/g => $\widehat{CAK} = \widehat{DAK}$ (đpcm)

d) ΔMAK cân ⇔ MN vừa là p/g vừa là trung trực

=>MN $\perp$ AK Mà AK // ND ⇔ MN $\perp$ND

⇔ MD là đường kính ⇔ $\frac{1}{2}$sđ $\overset{\frown}{AC}$ + sđ $\overset{\frown}{AD}$ = 180^o

Bài 21: Cho 3 điểm A,B,C trên 1 đường thẳng theo thứ tự đó. Một đường thẳng d vuông góc với AC tại A. Vẽ đ/tròn đường kính BC và trên đó lấy 1 điểm M bất kì . Tia CM cắt đường thẳng d tại D, tia AM cắt đ/tròn tại điểm thứ hai N, tia DB cắt đ/tròn tại điểm thứ hai P

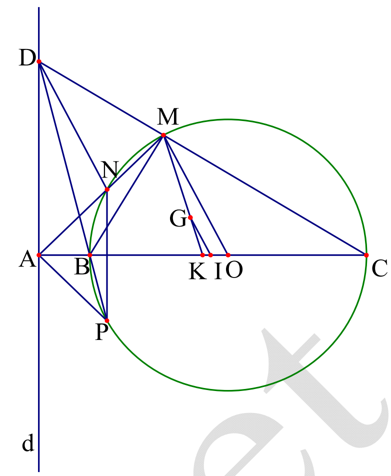
a) C/m: T/g ABMD nội tiếp

b) C/m: Tích CM.CD không phụ thuộc vị trí M

c) T/g APND là hình gì? Vì sao?

d) C/m: G(là trọng tâm tam giác AMC) chạy trên 1 đường tròn cố định khi M di động.

Giải:



a) $\widehat{BAD}+\widehat{BMD}=90^o$

b) ΔCAD đồng dạng với ΔCMB => CM.CD = CA.CB không đổi

c) $\widehat{ADB}=\widehat{NPB}=\left(\widehat{NMB}\right)$=> AD //NP => hình thang

d) Gọi K là trung điểm AC => K cố định

Qua G kẻ GI //MO cắt OK tại I => I cố định

=> GI =$\frac{1}{3}$ OM = $\frac{1}{6}$ BC

Vậy G chạy trên (I; BC/6)