CHƯƠNG IV
HÌNH TRỤ – HÌNH NÓN – HÌNH CẦU

I. HÌNH TRỤ

1. Hình trụ

*Khi quay hình chữ nhật ABO′O một vòng quanh cạnh OO′ cố định, ta được một **hình trụ**.*

*• Hai hình tròn (O) và (O′) bằng nhau và nằm trong hai mặt phẳng song song là **hai đáy** của hình trụ.*

*• Đường thẳng OO′ là **trục** của hình trụ.*

*• Mỗi vị trí của AB là một **đường sinh**. Các đường sinh vuông góc với hai mặt phẳng đáy. Độ dài của đường sinh là **chiều cao** của hình trụ.*

2. Cắt hình trụ bởi một mặt phẳng

*• Khi cắt hình trụ bởi một mặt phẳng **song song với đáy**, thì phần mặt phẳng nằm trong hình trụ (mặt cắt – thiết diện) là **một hình tròn bằng hình tròn đáy**.*

*• Khi cắt hình trụ bởi một mặt phẳng **song song với trục** OO′ thì mặt cắt là **một hình chữ nhật***

3. Diện tích – Thể tích

Cho hình trụ có bán kính đáy R và chiều cao h.

• Diện tích xung quanh: $S_{xq} = 2\pi Rh$

• Diện tích toàn phần: $S_{tp} = 2\pi Rh + 2\pi R^2$

• Thể tích: $V = \pi R^2 h$

BÀI TẬP:

Bài 1. Một hình trụ có bán kính đáy bằng $\frac{1}{4}$ đường cao. Khi cắt hình trụ này bằng một mặt phẳng đi qua trục thì mặt cắt là một hình chữ nhật có diện tích là $50cm^2$. Tính diện tích xung quanh và thể tích hình trụ.

HD: $S_{xq} = 62,5\pi(cm^2)$, $V = 62,5\pi(cm^3)$.

Bài 2. Một hình trụ có đường cao bằng đường kính đáy. Biết thể tích của hình trụ là $128\pi\,cm^3$. Tính diện tích xung quanh của hình trụ.

HD: $S_{xq} = 64\pi(cm^2)$.

Bài 3. Một hình trụ có bán kính đáy là $3cm$. Biết diện tích toàn phần gấp đôi diện tích xung quanh. Tính chiều cao của hình trụ.

HD: $h = R = 3(cm)$.

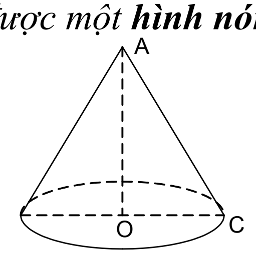
Bài 4. Một hình trụ có diện tích xung quanh là $20\pi\,cm^2$ và diện tích toàn phần là $28\pi\,cm^2$. Tính thể tích của hình trụ đó.

HD: $V = 20\pi\,(cm^3)$.

II. HÌNH NÓN – HÌNH NÓN CỤT

1. Hình nón

Khi quay tam giác vuông một vòng quanh cạnh OA cố định thì được một ***hình nón****.*



- *Điểm A là* ***đỉnh*** *của hình nón.*
- *Hình tròn (O) là* ***đáy*** *của hình nón.*
- *Mỗi vị trí của AC là một* ***đường sinh*** *của hình nón.*
- *Đoạn AO là* ***đường cao*** *của hình nón.*

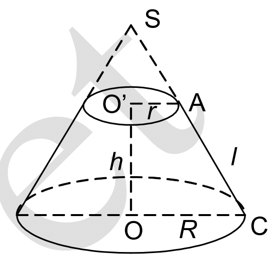
2. Diện tích – Thể tích hình nón

Cho hình nón có bán kính đáy R và đường sinh l, chiều cao h.

• *Diện tích xung quanh:* $S_{xq} = \pi Rl$ • *Diện tích toàn phần:* $S_{tp} = \pi Rl + \pi R^2$

• *Thể tích:* $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h$

3. Hình nón cụt



*Khi cắt hình nón bởi một **mặt phẳng song song với đáy** thì phần hình nón nằm giữa mặt phẳng nói trên và mặt phẳng đáy là một **hình nón cụt**.*

• *Hai hình tròn (O) và (O′) là **hai đáy**.*

• *Đoạn OO′ là **trục**. Độ dài OO′ là **chiều cao**.*

• *Đoạn AC là **đường sinh**.*

4. Diện tích – Thể tích hình nón cụt

Cho hình nón cụt có các bán kính đáy R và r, chiều cao h, đường sinh l.

• *Diện tích xung qaunh:* $S_{xq} = \pi(R+r)l$ • *Thể tích:* $V = \frac{1}{3}\pi h(R^2 + Rr + r^2)$

BÀI TẬP:

Bài 1. Cho tam giác ABC vuông tại C. Biết BC = *a*, AC = *b*. Quay tam giác vuông này một vòng lần lượt quanh cạnh AC và BC, được một hình nón đỉnh A và một hình nón đỉnh B. Hãy so sánh tỷ số thể tích của hai hình nón và tỷ số diện tích xung quanh của hai hình nón ấy.

HD: $\frac{V_1}{V_2} = \frac{S_1}{S_2}$.

Bài 2. Một hình quạt tròn có bán kính $20cm$ và góc ở tâm là 144^0. Người ta uốn hình quạt này thành một hình nón. Tính số đo nửa góc ở đỉnh của hình nón đó.

HD: $\sin a = 0,4$.

Bài 3. Một hình nón có bán kính đáy bằng $5cm$ và diện tích xung quanh là $65\pi\,cm^2$. Tính thể tích của hình nón đó.

HD: $V = 100\pi\,(cm^3)$.

Bài 4. Một hình nón có đường sinh dài $15cm$ và diện tích xung quanh là $135\pi\,cm^2$.

a) Tính chiều cao của hình nón đó.

b) Tính diện tích toàn phần và thể tích của hình nón đó.

HD: a) $h = 12(cm)$ *b)* $S_{tp} = 216\pi\,(cm^2)$, $V = 324\pi\,(cm^3)$.

Bài 5. Một chiếc xô hình nón cụt làm bằng tôn để đựng nước. Các bán kính đáy là $14\,cm$ và $9\,cm$, chiều cao là $23\,cm$.

a) Tính dung tích của xô.

b) Tính diện tích tôn để làm xô (không kể diện tích các chỗ ghép).

HD: a) $V = \dfrac{9269}{3}\pi\,(cm^3) \approx 9,7$ *lít b)* $S = 621,5\pi\,(cm^2)$

Bài 6. Từ một khúc gỗ hình trụ cao $15cm$, người ta tiện thành một hình nón có thể tích lớn nhất. Biết phần gỗ bỏ đi có thể tích là $640\pi\,cm^3$.

a) Tính thể tích khúc gỗ hình trụ.

b) Tính diện tích xung quanh hình nón.

HD: a) $V = 960\pi\,(cm^3)$ *b)* $S_{xq} = 136\pi\,(cm^2)$

II. HÌNH CẦU

1. Hình cầu

Khi quay nửa hình tròn tâm O, bán kính R một vòng quanh đường kính AB cố định thì được một ***hình cầu****.*

• *Nửa đường tròn trong phép quay nói trên tạo thành một* ***mặt cầu****.*

• *Điểm O là **tâm**, R là **bán kính** của hình cầu hay mặt cầu đó.*

2. Cắt hình cầu bởi một mặt phẳng

• Khi cắt hình cầu bởi một mặt phẳng ta được một hình tròn.

• *Khi cắt mặt cầu bán kính R bởi một mặt phẳng ta được một đường tròn:*

*– Đường tròn đó có bán kính R nếu mặt phẳng đi qua tâm (gọi là **đường tròn lớn**).*

– Đường tròn đó có bán kính bé hơn R nếu mặt phẳng không đi qua tâm.

3. Diện tích – Thể tích

Cho hình cầu bán kính R.

• *Diện tích mặt cầu:* $S = 4\pi R^2$ • *Thể tích hình cầu:* $V = \frac{4}{3}\pi R^3$

BÀI TẬP:

Bài 1. Một hình cầu có số đo diện tích mặt cầu (tính bằng cm^2) đúng bằng số đo thể tích của nó (tính bằng cm^3). Tính bán kính của hình cầu đó.

HD: $R = 3(cm)$.

Bài 2. Một hình cầu có diện tích bề mặt là $100\pi\, m^2$. Tính thể tích hình cầu đó.

HD: $V = \frac{500\pi}{3}(m^3)$.

Bài 3. Cho tam giác đều ABC cạnh *a*, đường cao AH. Ta quay nửa đường tròn nội tiếp, nửa đường tròn ngoại tiếp tam giác đều này và tam giác vuông ABH một vòng quanh AH, được hai mặt cầu và một hình nón. Tính:

a) Tỉ số diện tích hai mặt cầu nội tiếp và ngoại tiếp hình nón.

b) Tỉ số thể tích của hai hình cầu nói trên.

c) Thể tích phần không gian giới hạn bởi hình nón và hình cầu ngoại tiếp hình nón.

HD: $R = 2r; AH = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}; OA = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$. *a)* $\dfrac{S_1}{S_2} = \dfrac{1}{4}$ *b)* $\dfrac{V_1}{V_2} = \dfrac{1}{8}$ *c)* $V = \dfrac{23\sqrt{3}\pi a^3}{216}$.

BÀI TẬP ÔN CHƯƠNG IV

Bài 1. Một hình cầu nội tiếp trong một hình trụ. Cho biết diện tích mặt cầu là $60\,cm^2$. Hãy tính:

a) Diện tích toàn phần của hình trụ.

b) Thể tích hình trụ.

HD: a) $S_{tp} = 90\,(cm^2)$ *b)* $V = 30\sqrt{\dfrac{15}{\pi}}\,(cm^3)$.

Bài 2. Tam giác ABC vuông tại A có BC = $2a$ và $\widehat{B} = 30^0$. Quay tam giác vuông này một vòng quanh cạnh AB ta được một hình nón đỉnh B. Chứng minh rằng diện tích toàn phần của hình nón ấy bằng diện tích mặt cầu có đường kính AB.

HD: $S_{tp} = 3\pi a^2 = S_c$.

Bài 3. Người ta chia hình tròn $(O; 12\,cm)$ thành hai hình quạt có các số đo cung là 120^0 và 240^0. Từ hai hình quạt này người ta uốn lại thành hai hình nón.

a) Tính nửa góc ở đỉnh của mỗi hình nón.

b) Tính thể tích của mỗi hình nón.

c) Tính tỉ số diện tích toàn phần của hai hình nón.

HD: a) Độ dài cung nhỏ $8\pi\,(cm)$, *độ dài cung lớn* $16\pi\,(cm)$.

Hình nón tạo bởi hình quạt nhỏ có đường sinh $12\,cm$ *và chu vi đáy* $8\pi\,cm$

$$\Rightarrow R_1 = 4\,(cm) \Rightarrow \sin a = \frac{1}{3}.$$

Hình nón tạo bởi hình quạt lớn có đường sinh $12\,cm$, *chu vi đáy* $16\pi\,cm$

$\Rightarrow R_2 = 8(cm) \Rightarrow \sin b = \dfrac{2}{3}.$

b) $V_1 = \dfrac{128\sqrt{2}\pi}{3}(cm^3),\ V_2 = \dfrac{256\sqrt{5}\pi}{3}(cm^3)$ *c)* $\dfrac{S_1}{S_2} = \dfrac{64\pi}{160\pi} = \dfrac{2}{5}.$

BÀI TẬP TỔNG HỢP

Bài 1 .Cho hai đường tròn (O;R) và (O';R') cắt nhau tại A,B (O và O' thuộc hai nửa mặt phẳng bờ AB) .Các đường thẳng AO và AO' cắt (O) tại hai điểm C,D và cắt đường tròn (O') tại E,F .Chứng minh :

a) Ba điểm C,B,F thẳng hàng b) Tứ giác CDEF nội tiếp

c) AB,CD,EF đồng quy d)A là tâm đường tròn nội tiếp tam giác BDE

e) MN là tiếp tuyến chung của (O) và (O') . Chứng minh MN đi qua trung điểm của AB

HD:

Bài 2 . Cho đường tròn tâm (O) và một điểm A nằm ngoài đường tròn . Các tiếp tuyến với đường tròn kẻ từ A tiếp xúc với đường tròn tại B,C . Gọi M là điểm tuỳ ý trên đường tròn khác B và C .Từ M kẻ MH $\perp$ BC,MK $\perp$ CA,MI $\perp$ AB . CM:

a) Tứ giác ABOC ,MIBH,MKCH nội tiếp b) Δ MIH ~ Δ MHK

d) MI.MK=MH^2

HD:

Bài 3. Cho ΔABC nhọn nội tiếp (O) . Gọi BB',CC' là các đường cao của ΔABC cắt nhau tại H.Gọi E là điểm đối xứng của H qua BC ,F là điểm đối xứng của H qua trung điểm I của BC , Gọi G là giao điểm của AI và OH . CM:

a) Tứ giác BHCF là hình bình hành b) E,F nằm trên (O)

c) Tứ giác BCFE là hình thang cân

d) G là trọng tâm ΔABC

e) $AO \perp B'C'$.

HD:

Bài 4. Cho đường tròn (O) đường kính AB . Một cát tuyến MN quay quanh trung điểm H của OB .Chứng minh:

a) Khi cát tuyến MN di động , trung điểm I của MN luôn nằm trên một đường cố định

b) Từ A kẻ tia $Ax \perp MN$. Tia BI cắt Ax tại C . Chứng minh tứ giác BMCN là hình bình hành

c) Chứng minh C là trực tâm ΔAMN

d) Khi MN quay xung quanh H thì C di động trên đường nào

e) Cho AB=2R ,$AM.AN=3R^2$;$AN=R\sqrt{3}$. Tính diện tích phần hình tròn nằm ngoài tam giác AMN.

HD:

Bài 5. Cho 1/2(O) đường kính AB=2R ,kẻ tuyếp tuyến Bx với (O).Gọi C,D là các điểm di động trên (O) .Các tia AC,AD cắt Bx tại E,F (F nằm giữa B và E). Chứng minh

a) $\Delta ABF \sim \Delta BDF$

b) Tứ giác CEFD nội tiếp

c) Khi C,D di động thì tích AC.AE=AD.AF và không đổi.

HD:

Bài 6. Cho tam giác ABC cân tại A có BC=6cm đường cao AH=4cm nội tiếp đường tròn (O;R) đường kính AA' .Kẻ đường kính CC', kẻ $AK \perp CC'$

a) Tính R ?

b)Tứ giác CAC'A' , AKHC là hình gì ? Tại sao?

c) Tính diện tích phần hình tròn (O) nằm ngoài ΔABC ?

HD:

Bài 7. Từ một điểm A nằm ngoài (O) kẻ tiếp tuyến AM,AN với (O) , (M,N$\in$(O))

a) Từ O kẻ đường thẳng $\perp$OM cắt AN tại S . Chứng minh : SO = SA

b) Trên cung nhỏ MN lấy điểm P khác M và N . Tiếp tuyến tại P cắt AM tại B , AN tại C .Giả sử A cố định ,P là điểm chuyển động trên cung nhỏ MN . Chứng minh chu vi ΔABC không đổi ? . Tính giá trị không đổi ấy?

c) Vẽ cát tuyến AEF không đi qua điểm O ,H là trung điểm EF . Chứng minh các điểm A,M,H,O,N cùng thuộc một đường tròn

d) Chứng minh AE.AF=AM^2

e) Gọi K là giao điểm của MH với (O) .Chứng minh NK//AF.

HD:

Bài 8. Cho 1/2(O) đường kính AB . Vẽ tiếp tuyến Ax,By . Từ C là một điểm bất kỳ trên nửa đường tròn (O) vẽ tiếp tuyến với đường tròn cắt Ax , By tại E,F

a) Chứng minh FE=AE+BF

b) Gọi M là giao điểm OE với AC , N là giao điểm OF với BC . Tứ giác MCNO là hình gì ? Tại sao ?

c) Gọi D là giao điểm AF và BE Chứng minh CD//AE

d) Chứng minh EF.CD=EC.FB

e) Khi C di chuyển trên (O) thì M,N di chuyển trên đường nào ?

g) Xác định vị trí của C để diện tích ΔEOF bé nhất ?

HD:

Bài 11. Cho hai đường tròn (O;R) và (O';r) tiếp xúc ngoài tại C . Gọi AC, BC là hai đường kính của (O) và (O') . DE là dây cung vuông góc tại trung điểm M của AB . Gọi giao điểm thứ hai của đường thẳng DC với đường tròn(O') tại F . BD cắt (O') tại G . Chứng minh :

a) Tứ giác AEBF là hình thoi b) Ba điểm B,E,F thẳng hàng

c) 4 điểm M,D,B,F thuộc một đường tròn d) DF,EG,AB đồng quy

e) MF=1/2DE g) MF là tiếp tuyến của (O').

HD :

Bài 12. Cho 1/2(O) đường kính AB , M là một điểm trên nửa đường tròn . Hạ MH $\perp$ AB ,vẽ hai nửa đường tròn (I) đường kính AH,(K) đường kính BH nằm phía trong nửa (O) , cắt MA,MB tại P,Q . Chứng minh :

a) MH=PQ b) PQ là tiếp tuyến chung của (I),(K)

c)PQ^2=AH.BH; MP.MA=MQ.MB d) Tứ giác APQB nội tiếp

e) Xác định vị trí của M để chu vi , diện tích tứ giác IPQK lớn nhất ?

HD :

Bài 13. Cho tam giác vuông ABC , vuông tại A , đường cao AH nội tiếp (O) , d là tiếp tuyến của (O) tại A . Các tiếp tuyến của (O) tại B,C cắt d tại D và E

a) Tính $\widehat{\ }$ b) Chứng minh : DE = BD+CE c) Chứng minh : BD.CE=R^2

d) Chứng minh BC là tiếp tuyến của đường tròn đường kính DE?

HD:

Bài 14. Cho tam giác ABC cân tại A , các đường cao AD, BE cắt nhau tại H . Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác AHE . Chứng minh :

a) ED=1/2BC b) DE là tiếp tuyến của (O)

c) Tính DE biết DH = 2cm , HA = 6cm.

HD:

Bài 15 . Cho 1/2(O) đường kính AB . Vẽ tiếp tuyến Ax,By . Từ M là một điểm bất kỳ trên nửa đường tròn (O) vẽ tiếp tuyến với đường tròn cắt Ax , By tại C,D . Các đường thẳng AD,BC cắt nhau tại N . Chứng minh :

a) CD=AB+BD b) MN//AC c) CD.MN=CM.DB

d) Điểm M nằm ở vị trí nào trên1/2(O) thì AC+BD nhỏ nhất?

HD:

Bài 16. Cho Δ ABC cân tại A ,I là tâm đường tròn nội tiếp , K là tâm đường tròn bàng tiếp của góc A , O là trung điểm của IK . Chứng minh :

a) Bốn điểm B,I,C,K thuộc đường tròn tâm O   b) AC là tiếp tuyến của (O)

c) Biết AB = AC = 20cm , BC = 24cm tính bán kính (O)

d) Tính phần giới hạn bởi (O) và tứ giác ABOC.

HD:

Bài 17. Cho ΔABC vuông tại A . Vẽ (A;AH) . Gọi HD là đường kính của (A) đó . Tiếp tuyến của đường tròn tại D cắt CA tại E . Gọi I là hình chiếu của A trên BE

Chứng minh : a) ΔBEC cân   b) AI = AH

c) BE là tiếp tuyến của (A;AH)   d) BE = BH+DE

HD:

Bài 18. Cho hình vuông ABCD , điểm E trên cạnh BC . Qua B kẻ đường thẳng vuông góc với DE , đường thẳng này cắt các đường thẳng DE và DC tại K,H .

Chứng minh:

a) Tứ giác BHCD nội tiếp   b) Tính $\widehat{CHK}$ c) KC.KD=KH.KB

d) Khi E di chuyển trên BC thì H di chuyển trên đường nào ?

HD:

Bài 19 . Cho (O;R) có hai đường kính AB và CD vuông góc với nhau . Trên đoạn AB lấy điểm M (khác O). Đường thẳng CM cắt (O) tại điểm thứ hai N. Đường thẳng vuông góc với AB tại M cắt tiếp tuyến tại N của (O) ở điểm P .CM:

a) Tứ giác OMNP nội tiếp   b) Tứ giác CMPO là hình bình hành

c) Tích CM.CN không phụ thuộc vào điểm M

d) Khi M di chuyển trên AB thì P chay trên một đoạn thẳng cố định.

HD:

Bài 20. Cho ΔABC vuông tại A (với AB > AC) , đường cao AH . Trên nửa mặt phẳng bờ BC chứa điểm A vẽ nửa đường tròn đường kính BH cắt AB tại E , nửa đường tròn đường kính HC cắt AC tại F . Chứng minh:

a) Tứ giác AFHE là hình chữ nhật b) Tứ giác BEFC nội tiếp

c) AE.AB=AF.AC d) EF là tiếp tuyến chung của hai nửa đường tròn

HD:

Bài 21. Cho (O;R) đường kính AB . Kẻ tiếp tuyến Ax , P$\in$ Ax sao cho AP >R từ P kẻ tiếp tuyến PM với (O) tại M . Đường thẳng vuông góc với AB tại O cắt BM tại N . AN cắt OP tại K, PM cắt ON tại J , PN cắt OM tại J . CM: a) Tứ giác APMO nội tiếp và BM//OP b) Tứ giác OBNP là hình bình hành

c) PI = OI ; PJ = OJ d) Ba điểm I,J,K thẳng hàng.

HD:

Bài 22. Cho 1/2(O) đường kính AB và điểm M bất kì $\in$ 1/2(O) (M khác A,B) . Trên nửa mặt phẳng bờ AB chứa nửa đường tròn kẻ tiếp tuyến Ax . Tia BM cắt Ax tại I , tia phân giác góc IAM cắt 1/2 (O) tại E, cắt tia BM tại F . Tia BE cắt Ax tại H , cắt AM tại K . Chứng minh:

a) IA^2=IM.IB b) ΔBAF cân c) Tứ giác AKFH là hình thoi

d) Xác định vị trí của M để tứ giác AKFI nội tiếp một đường tròn

HD:

Bài 23. Cho ΔABC vuông tại A . Trên cạnh AC lấy một điểm M , dựng (O) đường kính MC . Đường thẳng BM cắt (O) tại D . Đường thẳng AD cắt (O) tại S , BC cắt (O) tại E . Chứng minh:

a) Tứ giác ABCD nội tiếp , CA phân giác góc SBC b) AB ,EM,CD đồng quy

c) DM phân giác góc ADE d) M là tâm đường tròn nội tiếp Δ ADE

HD:

Bài 24. Cho ΔABC vuông tại A . Trên cạnh AB lấy một điểm D . (O) đường kính BD cắt BC tại E . Đường thẳng CD , AE cắt (O) tại F , G . Chứng minh:

a) $\Delta ABC \sim \Delta EBD$ b) Tứ giác ADEC ,AFBC nội tiếp

c) AC//FG d) AC,DE,BF đồng quy

HD:

Bài 25. Cho (O;3cm) tiếp xúc ngoài với (O’;1cm) tại A . Vẽ tiếp tuyến chung ngoài BC ($B \in (O)$, $C \in (O')$) .

a) Chứng minh $\widehat{O'OB} = 60^0$ b) Tính BC

c) Tính diện tích phần giới hạn bởi tiếp tuyến BC và các cung nhỏ AB , AC của hai đường tròn

HD:

Bài 26. Cho điểm C thuộc đoạn thẳng AB sao cho AC= 4cm và CB=9cm . Vẽ về một phía của AB các nửa đường tròn có đường kính là AB,AC,CB và có tâm theo thứ tự là O,I,K. Đường vuông góc với AB tại C cắt nửa đường tròn (O) tại E , EA cắt (I) tại M , EB cắt (K) tại N . Chứng minh:

a) EC = MN b) MN là tiếp tuyến chung của (I) và (K)

c) Tính MN d) Tính diện tích giới hạn bởi ba nửa đường tròn.

HD:

Bài 27. Cho (O) đường kính AB = 2R và một điểm M di chuyển trên nửa đường tròn . Vẽ đường tròn tâm E tiếp xúc với nửa đường tròn (O) tại M và tiếp xúc với AB tại N . MA , MB cắt (E) tại C , D . Chứng minh :

a) CD//AB b) MN phân giác $\widehat{AMB}$; và MN luôn đi qua một điểm cố định K

c) Tích KM.KN không đổi d) Gọi CN cắt KB tại C’, DN cắt AK tại D’ . Tìm M để chu vi $\Delta NC'D'$ nhỏ nhất

HD :

Bài 28. Cho ΔABC vuông tại A , đường cao AH . Đường tròn đường kính AH cắt các cạnh AB , AC lần lượt tại E , F , đường thẳng qua A vuông góc với EF cắt BC tại I . Chứng minh:

a) Tứ giác AEHF là hình chữ nhật b) AE.AB = AF.AC c) IB = IC

d) Nếu diện tích ΔABC gấp đôi diện tích hình chữ nhật AEHF thì ΔABC vuông cân

HD:

Bài 29. Cho tứ giác ABCD nội tiếp (O) , P là điểm chính giữa cung AB (phần không chứa C,D) . Hai dây PC , PD cắt dây AB tại E , F . Hai dây AD , PC kéo dài cắt nhau tại I , dây BC , PD kéo dài cắt nhau tại K . CM:

a) $\widehat{CID} = \widehat{CKD}$ b) Tứ giác CDFE , CIKD nội tiếp c) IK//AB

d) PA là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp ΔAFD.

HD:

Bài 30. Cho hình chữ nhật ABCD nội tiếp (O) . Tiếp tuyến tại C của đường tròn cắt AB , AD kéo dài lần lượt tại E và F . Gọi M là trung điểm EF , tiếp tuyến tại B và D của (O) cắt EF lần lượt tại I , J . Chứng minh:

a) AB.AE = AD.AF b) AM $\perp$ BD c) I , J là trung điểm CE , CF

d) Tính diện tích phần hình tròn được giới hạn bởi dây AB và cung nhỏ AD biết AB = 6cm , AD = $6\sqrt{3}$ cm

HD:

Bài 31. Cho (O;R) và (O';2R) tiếp xúc trong tại A . Qua A kẻ 2 cát tuyến AMN và APQ với M , P thuộc (O) ,với NQ thuộc (O') . Tia O'M cắt (O') tại S , gọi H là trực tâm ΔSAO' . Chứng minh:

a) O' $\in$ (O) b) Tứ giác SHO'N nội tiếp c) NQ = 2MP.

HD:

Bài 32. Cho 1/2(O;R) đường kính AB và 1 điểm M bất kì $\in$ 1/2(O) (M khác A và B) đường thẳng d tiếp xúc với 1/2(O) tại M cắt đường trung trực của AB tại I . (I) tiếp xúc với AB và cắt đường thẳng d tại C và D (D nằm trong $\widehat{BOM}$) Chứng minh:

a) OC , OD là các tia phân giác $\widehat{AOM}$; $\widehat{BOM}$ b) CA $\perp$ AB , DB $\perp$ AB c) AC.BD = R^2

d) Tìm vị trí điểm M để tổng AC+BD nhỏ nhất ? Tính giá trị đó theo R.

HD:

Bài 33. Cho tứ giác ABCD nội tiếp trong đường tròn đường kính BD . Kéo dài AB và CD cắt nhau tại E ; CB và DA cắt nhau tại F . Góc $\widehat{ABC} = 135^0$. Chứng minh:

a) DB $\perp$ EF b) BA.BE = BC.BF = BD.BG

c) B là tâm đường tròn nội tiếp ΔACG d) Tính AC theo BD

HD:

Bài 34. Cho ba điểm A,B,C trên một đường thẳng theo thứ tự ấy và một đường thẳng d vuông góc với AC tại A . Vẽ dường tròn đường kính BC và trên đó lấy một điểm M bất kỳ . Tia CM cắt d tại D . Tia AM cắt (O) tại điểm thứ hai là N ; Tia DB cắt (O) tại điểm thư hai là P : Chứng minh:

a) Tứ giác ABMD nội tiếp b) Tích CM.CD không phụ thuộc vào vị trí M

c) Tứ giác APND là hình gì ? tại sao ? d) Trọng tâm G của ΔMAC chạy trên 1 đường tròn cố định

HD:

Bài 35. Cho ΔABC nhọn nội tiếp (O) . Từ B và C kẻ hai tiếp tuyến với (O) chúng cắt nhau tại D . Từ D kẻ cát tuyến // với AB cắt (O) tại E , F và cắt AC tại I . Chứng minh:

a) $\widehat{DOC} = \widehat{BAC}$ b) Bốn điểm O,C,I,D $\in$ một đường tròn c) IE = IF

d) Cho BC cố định , khi A di chuyển trên cung lớn BC thì I di chuyển trên đường nào ?

HD:

Bài 36. Cho tam giác ΔABC vuông cân tại C , E là một điểm tuỳ ý trên cạnh BC . Qua B kẻ một tia vuông góc với AE tại H và cắt tia AC tại K . Chứng minh:

a) Tứ giác BHCK nội tiếp b) KC.KA = KH.KB

c) Tính $\widehat{CHK}$ d) Khi E di chuyển trên cạnh BC thì BE.BC+AE.AH không đổi

HD :

Bài 37. Cho (O) dây AB . Gọi M là điểm chính giữa cung nhỏ AB và C là một điểm nằm giữa đoạn AB . Tia MC cắt (O) tại điểm thứ hai D . Chứng minh:

a) MA^2= MC.MD b) BM.BD = BC.MD

c) MB là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp ΔBCD

d) Tổng hai bán kính của hai đường tròn ngoại tiếp ΔBCD và ΔACD không đổi khi C di động trên đoạn AB

HD :

Bài 38. Cho đoạn thẳng AB và một điểm P nằm giữa A,B . Trên nửa mặt phẳng bờ AB kẻ các tia Ax , By vuông góc với AB và lần lượt trên hai tia đó lấy hai điểm C,D sao cho AC.BD = AP.PB (1) . Gọi M là hình chiếu của P trên CD . CM:

a) ΔACP ~ ΔBPD b) $\widehat{CPD}$= 90^0 từ đó suy ra cách dựng hai điểm C,D

c) $\widehat{AMB}$ = 90^0

d) Điểm M chạy trên nửa đường tròn cố định khi C,D lần lượt di động trên Ax,By nhưng vẫn thoả mãn(1)

HD :

Bài 39. Cho ΔABC vuông ở C và BC< CA . Lấy điểm I trên đoạn AB sao cho IB < IA . Kẻ đường thẳng d đi qua vuông góc với AB , d cắt AC ở F và cắt BC ở E . M là điểm đối xứng với B qua I . Chứng minh :

a) ΔIME ~ ΔIFA ; IE.IF = IA.IB b) Đường tròn ngoại tiếp ΔCEF cắt AE ở N . Chứng minh B,F,N thẳng hàng

c) Cho A, B cố định sao cho $\widehat{ACB} = 90^0$ CM : tâm đường tròn ngoại tiếp ΔFAE chạy trên một đường cố định.

HD :

Bài 40 . Cho (O_1) ,(O_2) tiếp xúc ngoài tại A . Một đường thẳng d tiếp xúc với (O_1), (O_2) lần lượt tại B , C . Gọi M là trung điểm BC , tia BA cắt (O_2) tại D , CA cắt (O_1) tại E Chứng minh :

a) ΔABC vuông b) AM là tiếp tuyến chung của hai đường tròn

c) $\widehat{O_1MO_2} = 90^0$ d) $S_{\Delta ADE} = S_{\Delta ABC}$

HD :

Bài 41. Cho (O;R) và một điểm A nằm ngoài đường tròn . Từ một điểm M chuyển động trên đường thẳng d vuông góc với OA tại A , vẽ các tiếp tuyến MP , MP'với đường tròn . Dây PP' cắt OM tại N , cắt OA tại B . Chứng minh :

a) Tứ giác MPOP' , MNBA nội tiếp b) OA.OB = OM.ON không đổi

c) Khi điểm M di chuyển trên d thì tâm đường tròn nội tiếp ΔMPP' di chuyển trên đường nào ?

d) Cho $\widehat{PMP'} = 60^0$ và R=8cm tính diện tích tứ giác MPOP' và hình quạt POP'

HD :

Bài 42. Cho 1/2(O;R) đường kính AB và 1 điểm M bất kì $\in$ 1/2(O) (M khác A và B) . Kẻ hai tiếp tuyến Ax và By với 1/2(O) . Qua M kẻ tiếp tuyến thứ ba với 1/2(O) cắt Ax và By tại C và D , OC cắt AM tại E , OD cắt BM tại F , AC = 4cm , BD = 9cm . Chứng minh :

a) CD = AC+BD ; $\widehat{COD} = 90^0$ b) AC.BD = R^2 c) EF = R

d) Tính R ; sin$\widehat{MBA}$; tg$\widehat{MCO}$

e) Tìm vị trí của M để diện tích tứ giác ACDB nhỏ nhất

HD :

Bài 43. Cho Δ ABC cân tại A (góc A < 90^0) nội tiếp (O) . Một điểm M tuỳ ý trên cung nhỏ AC . Tia Bx vuông góc với AM cắt tia CM tại D . Chứng minh :

a) AMD = ABC b) ΔBMD cân

c) Khi M chạy trên cung nhỏ AC thì D chạy trên một cung tròn cố định và số đo $\widehat{BDC}$ không đổi

HD :

Bài 44. Cho (O;R) và dây CD cố định . Gọi H là trung điểm CD . Gọi S là một điểm trên tia đối của tia DC qua S kẻ hai tiếp tuyến SA , SB tới (O) . Đường thẳng AB cắt SO , OH tại E và F , cho R=10cm ; SD=4cm ; OH =6cm . CM:

a) Tứ giác SEHF nội tiếp b) Tích OE.OS không phụ thuộc vào vị trí điểm S c) Tính CD và SA

d) Khi S di chuyển trên tia đối của DC thì AB luôn đi qua một điểm cố định

HD :

Bài 45. Cho (O;R) và (O';R') cắt nhau tại hai điểm A , B (O và O' thuộc hai nửa mặt phẳng bờ AB) . Một đường thẳng qua A cắt (O) và (O') tại hai điểm C,D (A nằm giữa C và D) . Các tiếp tuyến tại C và D cắt nhau tại K . Nối KB cắt CD tại I . Kẻ EI//DK (E$\in$BD) . Chứng minh:

a) ΔBOO'~ΔBCD b) Tứ giác BCKD nội tiếp

c) AE là tiếp tuyến của (O) d) Tìm vị trí của CD để $S_{\Delta BCD}$ lớn nhất

HD :

Bài 46. Cho 1/2(O) đường kính AB . Bán kính OC $\perp$AB tại O , điểm E$\in$OC . Nối AE cắt 1/2(O) tại M . Tiếp tuyến tại M cắt OC tại D , BM cắt OC tại K . Chứng minh :

a) ΔDME cân

b) BM.BK không đổi khi E chuyển động trên OC c) Tìm vị trí của E để MA=2MB

d) Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔCME . Chứng minh khi E chuyển động trên OE thì I luôn thuộc một đường thẳng cố định.

HD :

Bài 47. Cho ΔABC nhọn nội tiếp (O) . Kẻ đường cao AH và đường kính AK . Hạ BE và CF cùng $\perp$AK , cho góc ABC=60^0 và R= 4cm . Chứng minh :

a) Tứ giác ABDE , ACFD nội tiếp b) DF//BK c) Tính $S_{quạtOKC}$

d) Cho BC cố định , A chuyển động . CM tâm đường tròn ngại tiếp ΔDEF là một điểm cố định

HD :

Bài 48. Cho 1/2(O;R) đường kính BC và một điểm A $\in$ (O) . Dựng về phía ngoài Δ ABC hai nửa đường tròn đường kính AB , AC là (I) và (K) một đường thẳng d thay đổi qua A cắt (I) và (K) tại M và N . Chứng minh :

a) Tứ giác MNCB là hình thang vuông b) AM.AN=MB.NC

c) ΔCMN cân d) Xác định vị trí của d để S_{BMNC} lớn nhất

HD :

Bài 49. Cho (O;R) và dây AB = $R\sqrt{2}$ cố định . Điểm M $\in$ cung lớn AB sao cho Δ MAB nhọn . Các đường cao AE , BF của Δ AMB cắt nhau tại H , cắt (O) tại P, Q . Đường thẳng PB cắt tia QA tại S . Chứng minh:

a) ΔOAB vuông b) Ba điểm P ,O , Q thẳng hàng

c) Độ dài FH không đổi khi M chuyển động trên cung lớn AB sao cho ΔABM nhọn

d) SH cắt PQ tại I . Chứng minh khi M di chuyển trên cung lớn AB thì I thuộc một đường tròn cố định

HD :

Bài 50. Cho (O;R) với đường kính AB cố định , EF là đường kính thay đổi . Kẻ đường thẳng d tiếp xúc với (O) tại B . Nối AE và AF cắt d tại M và N , kẻ AD $\perp$ EF cắt MN tại I . Chứng minh:

a) Tứ giác AEBF là hình chữ nhật b) AE.AM=AF.AN c) IM = IN

d) Gọi H là trực tâm ΔMFN . Chứng minh khi đường kính EF thay đổi H luôn thuộc một đường tròn cố định

HD :

Bài 51. Cho (O) dây AB cố định điểm M thuộc cung lớn AB . Gọi I là trung điểm dây AB . Vẽ đường tròn (O') qua M tiếp xúc với AB tại A . Tia MI cắt (O') tại N và cắt (O;R) tại C . Chứng minh :

a) NA//BC   b) ΔINB ~ ΔIBM

c) IB là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp ΔBMN

d) Bốn điểm A,B,N,O cùng thuộc một đường tròn $\Leftrightarrow$ AB = R$\sqrt{3}$

HD :

Bài 52. Cho (O;R) và điểm A cố định nằm ngoài (O) . Vẽ đường thẳng d $\perp$OA tại A . Trên d lấy điểm M . Qua M kẻ hai tiếp tuyến ME,MF . EF cắt OM tại H , cắt OA tại B . Chứng minh :

a) Tứ giác ABMH nội tiếp   b) OA.OB=OH.OM=R^2

c) Tâm I của đường tròn nội tiếpΔMEF thuộc một đường tròn cố định

d) Tìm vị trí của M để diện tích ΔBHO lớn nhất

HD :

Bài 53. Cho ΔABC nhọn nội tiếp (O;R) các đường cao AD , BE,CF cắt nhau tại H . Kẻ đường kính AA' . Gọi I là trung điểm BC . Chứng minh :

a) Tứ giác BCEF nội tiếp   b) Ba điểm H,I,A thẳng hàng

c) DH. DA=DB.DC

d) Khi BC cố định , A chuyển động trên cung lớn BC sao cho ΔABC nhọn . Tìm vị trí của A để $S_{\Delta EAH}$ lớn nhất

HD :

Bài 54. Cho (O;R) đường kính AB . Gọi C là điểm chính giữa cung AB . Điểm E chuyển động trên đoạn BC , AE cắt BC tại H . Nối BH cắt AC tại K , KE cắt AB tại M . Chứng minh:

a) Tứ giác KCEF nội tiếp b) $\widehat{CHK}$ không đổi

c) Tìm vị trí của E để độ dài CM lớn nhất

d) Khi E chuyển động trên đoạn BC thì tổng BE.BC+AE.AH không đổi

HD :

Bài 55. Cho ΔABC nội tiếp (O) với góc A<90^0 . Gọi A’,B’,C’ là giao điểm của (O) với đường phân giác trong của ΔABC . Nối B’C’ cắt AB , AC tại M và N ,I là giao điểm của AA’,BB’,CC’ . Chứng minh:

a) ΔAMN cân b) I là trực tâm ΔA’B’C’

c) Tứ giác BIMC’ nội tiếp d) Cho BC cố định , A chuyển động trên cung lớn BC . Tìm vị trí của A để độ dài AI lớn nhất

HD :

Bài 56. Cho (O;R) đường kính AB . Điểm H$\in$OA , kẻ dây CD$\perp$AB tại H . Vẽ (I) đường kính AH và (K) đường kính BH . AC cắt (I) tại E , BC cắt (K) tại F , EF cắt (O) tại M và N . Chứng minh :

a) Tứ giác HECF là hình chữ nhật b) Tứ giác ABFE nội tiếp

c) ΔCMN cân d) Tìm vị trí của H để diện tích tứ giác CEHF lớn nhất

HD :

Bài 57. Cho ΔABC vuông tại A . Từ một điểm D trên cạnh BC kẻ đường thẳng vuông góc với BC cắt AC tại F và cắt tia đối của tia AB tại E . Gọi H là giao điểm của BF và CE , tia DH cắt (O) tại K. Chứng minh :

a) BH ⊥ CE b) Tứ giác AEDC nội tiếp

c) AK//BH d) Khi D di chuyển trên BC thì H di chuyển trên 1 đường cố định

HD :

Bài 58. Cho ∆ABC nhọn nội tiếp (O;R) các đường cao BH,CK cắt (O) tại D và E . Chứng minh:

a) 4 điểm B,H,C,K cùng thuộc một đường tròn b) DE//HK c) OA ⊥ HK

d) Bán kính đường tròn ngoại tiếp ∆AHK không đổi khi A chạy trên cung lớn BC

HD :

Bài 59. Cho ∆ABC (AB<AC) nội tiếp (O;R). Tiếp tuyến với (O) tại A cắt BC tại S , St là phân giác góc ASC , dây cung AD ⊥ St cắt BC tại E . Chứng minh:

a) ∆ASE cân b) DC=DB c) CD^2=DE.DA d) Cho cung CD = 90^0, $\widehat{DBA}$= 120^0 tính DE,DA theo R

HD :

Bài 60. Cho (O;R) đường kính AB , M và N là hai điểm nằm trên cung AB theo thứ tự A,M,N,B . AB cắt AM tại S và BM cắt AN tại I . Chứng minh:

a) SI ⊥ AB tại K b) AM.AS=AK.AB c) AM.AS+BN.BS=$4R^2$

d) Biết MN//AB và MN=R Tính phần nằm ngoài (O)

HD :

Bài 64._ Cho (O;R) đường kính AB , trên tia đối của tia BA lấy điểm C sao cho BC = R , lấy D trên (O) sao cho BD = R . Đường thẳng vuông góc với BC tại C cắt AD tại M . Chứng minh:

a) Tứ giác BCMD nội tiếp b) ΔABM cân tại B

c) ΔADB~ΔACM và tính AM.AD theo R

d) Cung BD chia ΔABM thành hai phần. Tính diện tích phần ΔABM nằm ngoài (O)

HD :

Bài 65. Cho ΔABC đều nội tiếp (O) đường kính AA’ . Trên cạnh AB lấy điểm M và trên cạnh CA kéo dài lấy điểm N sao cho BM=CN , MN cắt BC tại I . Chứng minh :

a) ΔMA’N cân b) Tứ giác AMA’N , MBA’I nội tiếp

c) I là trung điểm MN

HD :

Bài 66. Cho Δđều nội tiếp (O) , một đường thẳng d thay đổi nhưng luôn đi qua A cắt hai tiếp tuyến tại B và C tương ứng là M và N , và d cắt (O) tại E khỏc A , MC cắt BN tại F . CM:

a) $\Delta ACN \backsim \Delta MBA$; $\Delta MBC \backsim \Delta BCN$ b) Tứ giác BMEF nội tiếp

c) Đường thẳng EF luôn đi qua một điểm cố định khi d thay đổi

HD :

Bài 67. Cho Δ ABC nội tiếp đường tròn tâm O , tia phân giác trong của góc A cắt cạnh BC tại E và cắt đường tròn tại M

a)CMR :OM $\perp$ BC

b)Dựng tia phân giác ngoài Ax của góc A . CMR : Ax đi qua một điểm cố định

c)Kéo dài Ax cắt CB kéo dài tại F . CMR : FB . EC = FC . EB

HD :

Bài 68. Cho đường tròn (O;R) và điểm A với OA = $R\sqrt{2}$, một đường thẳng (d) quay quanh A cắt (O) tại M , N ; gọi I là trung điểm của đoạn MN .

a) CMR OI ⊥ MN. Suy ra I di chuyển trên một cung tròn cố định với hai điểm giới hạn B , C thuộc (O)

b)Tính theo R độ dài AB , AC . Suy ra A , O , B , C là bốn đỉnh của hình vuông

c)Tính diện tích của phần mặt phẳng giới hạn bởi đoạn AB , AC và cung nhỏ BC của (O)

HD :

Bài 69. Cho nửa đường tròn đường kính AB = 2R , C là trung điểm của cung AB . Trên cung AC lấy điểm F bất kì . Trên dây BF lấy điểm E sao cho BE = AF. Gọi D là giao điểm của đường thẳng AC với tiếp tuyến tại B của nửa đường tròn.

a)Δ AFC và Δ BEC có quan hệ với nhau như thế nào ? Tại sao ?

b)CMR Δ FEC vuông cân c) CMR tứ giác BECD nội tiếp được

HD :

Bài 70. Cho một đường tròn đường kính AB , các điểm C , D ở trên đường tròn sao cho C , D không nằm trên cùng một nửa mặt phẳng bờ AB đồng thời AD > AC. Gọi các điểm chính giữa các cung AC , AD lần lượt là M , N ; giao điểm của MN với AC , AD lần lượt là H , I ; giao điểm của MD với CN là K

a)CMR: $\Delta NKD;\Delta MAK$ cân b)CMR tứ giác MCKH nội tiếp được . Suy ra KH // AD

c)So sánh góc CAK với góc DAK

HD :

Bài 71. Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB . Một điểm M nằm trên cung AB ; gọi H là điểm chính giữa của cung AM . Tia BH cắt AM tại một điểm I và cắt tiếp tuyến tại A của đường tròn (O) tại điểm K . Các tia AH ; BM cắt nhau tại S .

a)ΔBAS là tam giác gì ? Tại sao ? Suy ra điểm S nằm trên một đường tròn cố định .

b)Xác định vị trí tương đối của đường thẳng KS với đường tròn (B;BA)

c)Đường tròn đi qua B , I , S cắt đường tròn (B;BA) tại một điểm N . CMR đường thẳng MN luôn đi qua một điểm cố định khi M di động trên cung AB.

d)Xác định vị trí của M sao cho $\widehat{MKA} = 90^0$.

HD :

Bài 72. Cho hai đường tròn (O_1) và (O_2) tiếp xúc ngoài với nhau tại A , kẻ tiếp tuyến chung Ax. Một đường thẳng d tiếp xúc với (O_1) , (O_2) lần lượt tại các điểm B , C và cắt Ax tại điểm M . Kẻ các đường kính BO_1D và CO_2E.

a) CMR: M là trung điểm của BC b)CMR: $\Delta\ O_1MO_2$ vuông

c)Chứng minh B , A , E thẳng hàng ; C , A , D thẳng hàng

d)Gọi I là trung điểm của DE . CMR đường tròn ngoại tiếp tam giác IO_1O_2 tiếp xúc với đường thẳng d

HD :

Bài 73. Cho đường tròn (O;R) đường kính AB và một điểm M bất kỳ trên đường tròn . Gọi các điểm chính giữa của các cung AM , MB lần lượt là H , I . Cặc dây AM và HI cắt nhau tại K . Hạ $IP \perp AM$

a)Chứng minh góc HKM có độ lớn không đổi

b)Chứng minh IP là tiếp tuyến của (O;R)

c)Gọi Q là trung điểm của dây MB . Vẽ hình bình hành APQS . Chứng minh S thuộc đường tròn (O;R)

d)CMR khi M di động thì thì đường thẳng HI luôn luôn tiếp xúc với một đường tròn cố định.

HD :

Bài 74. Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB và hai điểm C , D thuộc nửa đường tròn sao cho cung AC < 90^0 và $\widehat{COD} = 90^0$. Gọi M là một điểm trên nửa đường tròn sao cho C là điểm chính chính giữa cung AM . Các dây AM , BM cắt OC , OD lần lượt tại E và F . tia AM cắt tia BD tại S

a)Tứ giác OEMF là hình gì ? Tại sao ? b)CMR : D là điểm chính giữa của cung MB.

c) Một đường thẳng d tiếp xúc với nửa đường tròn tại M và cắt các tia OC , OD lần lượt tại I , K . CMR các tứ giác OBKM ; OAIM nội tiếp được.

d) Xác định vị trí của C và D sao cho 5 điểm M , O , B , K , S cùng thuộc một đường tròn

HD :

Bài 75. Cho ΔABC (AB = AC) , một cung tròn BC nằm bên trong tam giác ABC và tiếp xúc với AB , AC tại B , C sao cho A và tâm của cung BC nằm khác phía đối với BC . Trên cung BC lấy một điểm M rồi kẻ các đường vuông góc MI , MH , MK xuống các cạnh tương ứng BC , CA , AB . Gọi giao điểm của BM , IK là P ; giao điểm của CM , IH là Q.

a)CMR các tứ giác BIMK, CIMH nội tiếp được .

b)CMR : MI^2 = MH . MK

c) CMR tứ giác IPMQ nội tiếp được . Suy ra PQ $\perp$ MI d)CMR nếu KI = KB thì IH = IC

HD :

Bài 76. Cho Δ ABC cân (AB = AC) nội tiếp đường tròn (O). Điểm M thuộc cung nhỏ AC, Cx là tia qua M. Gọi D là điểm đối xứng của A qua O. Trên tia đói của tia MB lấy MH = MC , Gọi K và I theo thứ tự là trung điểm của CH và BC . CM:

a) Chứng minh: MA là tia phân giác của góc tia BMx.

b). Chứng minh: MD // CH. c)Tìm điểm cách đều bốn điểm A, I, C, K.

d) Khi M chuyển động trên cung nhỏ AC, tìm tập hợp các trung điểm E của BM.

HD :

Bài 77. Cho Δ ABC cân (AB = AC) và góc A nhỏ hơn 60^0; trên tia đối của tia AC lấy điểm D sao cho AD = AC. Kéo dài đường cao CH của Δ ABC cắt BD tại E. Vẽ đường tròn tâm E tiếp xúc với CD tại F. Qua C vẽ tiếp tuyến CG của đường tròn này, Các đường thẳng AB và CG cắt nhau tại M

a)Tam giác BCD là tam giác gì ? tại sao? b) CM: Bốn điểm B E C G nội tiếp.

c)tứ giác AFGM là hình gì? Tại sao? d)CM: Δ MBG cân.

HD :

Bài 78. Cho đường tròn (O;R) và một điểm A nằm trên đường tròn. Một góc xAy = 90^0 quay quanh A và luôn thoả mãn Ax, Ay cắt đường tròn (O). Gọi các giao điểm thứ hai của Ax, Ay với (O) tương ứng là B, C. Đường tròn đường kính AO cắt AB, AC tại các điểm thứ hai tương ứng là M, N. Tia OM cắt đường tròn tại P. Gọi H là trực tâm tam giác AOP. Chứng minh rằng:

a)AMON là hình chữ nhật b.MN // BC

c. Tứ giác PHOB nội tiếp được trong đường tròn.

d. Xác định vị trí của góc xAy sao cho tam giác AMN_{MAX}

HD :

Bài 79. Xét Δ ABC có các góc B, C nhọn. Các đường tròn đường kính AB và AC cát nhau tại điểm thứ hai H. Một đường thẳng d bất kì qua A lần lượt cắt hai đường tròn nói trên tại M, N. Gọi P, Q lần lượt là trung điểm của BC, MN

a) Chứng minh: H thuộc cạnh BC b) Tứ giác BCNM là hình gì? Tại sao?

c). Chứng minh bốn điểm A, H, P, Q thuộc một đường tròn.

d) Xác định vị trí của d để MN có độ dài lớn nhất.

HD :

Bài 80. Cho đường tròn (0) và một điểm A nằm ngoài đường tròn. Từ A kẻ hai tiếp tuyến AB, AC và cát tuyến AMN với đường tròn (B, C, M, N thuộc đường tròn và AM < AN). Gọi E là trung điểm của dây MN, I là giao điểm thứ hai của đường thẳng CE với đường tròn.

a.C/m : Bốn điểm A, O, E, C cùng thuộc một đường tròn.

b..C/m : góc AOC bằng góc BIC c.C/m : BI // MN

d.Xác định vị trí cát tuyến AMN để diện tích tam giác AIN lớn nhất.

HD :

Bài 81. Cho đường tròn (0) bán kính R, một dây AB cố định (AB < 2R) và một điểm M bất kỳ trên cung lớn AB. Gọi I là trung điểm của dây AB và (0’) là đường tròn qua M tiếp xúc với AB tại A. Đường thẳng MI cắt (0) và (0’) thứ tự tại N, P.

CM

a) : $IA^2 = IP \cdot IM$ b) tứ giác ANBP là hình bình hành.

c) IB là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác MBP.

d)Chứng minh rằng khi M di chuyển thì trọng tâm G của tam giác PAB chạy trên một cung tròn cố định.

HD :

Bài 82. Cho nửa đường tròn (0) đường kính AB, M là một điểm chính giữa cung AB. K thuộc cung BM (K khác M và B). AK cắt MO tại I. Gọi H là hình chiếu của M lên AK . CM:

a) : Tứ giác OIKB nội tiếp b) Tứ giác AMHO nội tiếp .

c)Tam giác HMK là tam giác gì ? d) OH là phân giác của góc MOK.

e)Xác định vị trí của điểm K để chu vi tam giác OPK lớn nhất (P là hình chiếu của K lên AB)

HD :

Bài 83. Cho tam giác ABC với ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (0). Tia phân giác trong của góc B, góc C cắt đường tròn này thứ tự tại D và E, hai tia phân giác này cắt nhau tại F. Gọi I, K theo thứ tự là giao điểm của dây DE với các cạnh AB, AC.

a) ΔEBF, ΔDAF cân. b) tứ giác DKFC nội tiếp và FK // AB

c) Tứ giác AIFK là hình gì ? Tại sao ?

d) Tìm điều kiện của tam giác ABC để tứ giác AEFD là hình thoi

HD :

Bài 84 .Cho đường tròn (O), một đường kính AB cố định, trên đoạn OA lấy điểm I sao cho AI = $\frac{2}{3}.OA$. Kẻ dây MN vuông góc với AB tại I. Gọi C là điểm tuỳ ý thuộc cung lớn MN (C không trùng với M, N, B). Nối AC cắt MN tại E.CM:

a) Tứ giác IECB nội tiếp. b) ΔAME và ΔACM đồng dạng => AM^2 = AE . AC

c)AE .AC – AI .IB = AI^2.

d) Hãy tìm vị trí của điểm C sao cho khoảng cách từ N đến tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác CME là nhỏ nhất.

HD :

Bài 85. Cho (O) và một điểm A nằm ngoài (O). Từ A kẻ hai tiếp tuyến AB, AC và cát tuyến AMN với (O). (B, C, M, N cùng thuộc (O); AM<AN). Gọi E là trung điểm của dây MN, I là giao điểm thứ hai của đường thẳng CE với (O). CM :

a) bốn điểm A, O, E, C cùng nằm trên một đường tròn. b. $\widehat{AOC} = \widehat{BIC}$

c) BI//MN. d. Xác định ví trí cát tuyến AMN để diện tích tam giác AIN lớn nhất.

HD :

Bài 86 . Cho đường tròn tâm O đường kính AB. Người ta vẽ đường tròn tâm A bán kính nhỏ hơn AB, nó cắt đường tròn (O) tại C và D, cắt AB tại E. Trên cung nhỏ CE của (A), ta lấy điểm M. Tia BM cắt tiếp (O) tại N. CMR :

a) BC, BD là các tiếp tuyến của đường tròn (A). b) NB là phân giác của góc CND.

c) ΔCNM ∽ ΔMND. d) Giả sử CN = a; DN = b. Tính MN theo a và b.

HD :

Bài 87. Cho (O; R), AB là đường kính cố định. Đường thẳng (d) là tiếp tuyến của (O) tại B. MN là đường kính thay đổi của (O) sao cho MN không vuông góc với AB và M ≠ A, M ≠ B. Các đường thẳng AM, AN cắt đường thẳng (d) tương ứng tại C và D. Gọi I là trung điểm của CD, H là giao điểm của AI và MN. Khi MN thay đổi, CMR :

a) Tích AM.AC không đổi. b) Bốn điểm C, M, N, D cựng thuộc một đường tròn.

c) Điểm H luôn thuộc một đường tròn cố định.

d) Tâm J của đường tròn ngoại tiếp tam giác HIB luôn thuộc một đường thẳng cố định.

HD :

Bài 88. Cho tam giác ABC vuông tại A, góc B lớn hơn góc C. Kẻ đường cao AH. Trên đoạn HC đặt HD = HB. Từ C kẻ CE vuông góc với AD tại E.

a) Chứng minh các tam giác AHB và AHD bằng nhau.

b) Chứng minh tứ giác AHCE nội tiếp và hai góc HCE và HAE bằng nhau.

c) Chứng minh tam giác AHE cân tại H. d) Chứng minh DE.CA = DA.CE

d) Tính góc BCA nếu HE//CA.

HD :

Bài 89. Cho (O;R), đường kính AB cố định, CD là đường kính di động. Gọi d là tiếp tuyến của (O) tại B; các đường thẳng AC, AD cắt d lần lượt tại P và Q. AI trung tuyến của tam giác APQ

a) CM: $\widehat{PAQ} = 90^0$.

b) CM: CPQD nội tiếp c) $AI \perp CD$.

d) Xác định vị trí của CD để diện tích tứ giác CPQD bằng 3 lần diện tích tam giác ABC.

HD :

Bài 90. Cho tam giác ABC vuông ở A và góc B lớn hơn góc C, AH là đường cao, AM là trung tuyến. Đường tròn tâm H bán kính HA cắt đường thẳng AB ở D và đường thẳng AC ở E.

a) Chứng minh D, H, E thẳng hàng. b) Chứng minh :$\widehat{MAE} = \widehat{DAE}$.

MA ⊥ DE

c) Chứng minh bốn điểm B, C, D, E nằm trên đường tròn tâm O. Tứ giác AMOH là hình gì?

d) Cho góc ACB bằng 30^0 và AH = a. Tính diện tích tam giác HEC.

HD :

Bài 91. Cho ba điểm A, B, C thẳng hàng (điểm B thuộc đoạn AC). Đường tròn (O) đi qua B và C, đường kính DE vuông góc với BC tại K. AD cắt (O) tại F, EF cắt AC tại I.

a) Chứng minh tứ giác DFIK nội tiếp được.

b) Chứng minh góc DHA và góc DEA bằng nhau.

c) Chứng minh AI.KE.KD = KI.AB.AC.

d) AT là tiếp tuyến (T là tiếp điểm) của (O). Điểm T chạy trên đường nào khi (O) thay đổi nhưng luôn đi qua hai điểm B, C.

HD :

Bài 92. Cho tam giác ABC có ba góc nhọn. Vẽ trung tuyến AM, phân giác AD của góc BAC. Đường tròn ngoại tiếp tam giác ADM cắt AB tại P và cắt AC tại Q.

a).Chứng minh $\widehat{BAM} = \widehat{PQM}$; $\widehat{BPD} = \widehat{BMA}$

b)Chứng minh BD.AM = BA.DP.

c)Giả sử BC = a; AC = b; BD = m. Tính tỉ số $\frac{BP}{BM}$ theo a, b, m.

d) Gọi E làđiểm chớnh giữa cung PAQ và K là trung điểm đoạn PQ. Chứng minh ba điểm D, K, E thẳng hàng.

HD :

Bài 93. Cho tam giác ABC cân tại A nội tiếp trong đường tròn, P là một điểm trên cung nhỏ AC (P khỏc A và C). AP kéo dài cắt đường thẳng BC tại M.

a) Chứng minh: $\widehat{ABP} = \widehat{AMB}$.

b) Chứng minh AB^2 = AP.AM.

c) Giả sử hai cung AP và CP bằng nhau, Chứng minh AM.MP = AB.BM.

d) Tìm vị trí của M trên tia BC sao cho AP = MP.

e) Gọi MT là tiếp tuyến của đường tròn tại T, chứng minh AM, AB, MT là ba cạnh của một tam giác vuông.

HD :

Câu 94. Cho tam giác ABC vuông cân ở A, trên cạnh BC lấy điểm M. Gọi (O_1) là đường tròn tâm O_1 qua M và tiếp xúc với AB tại B, gọi (O_2) là đường tròn tâm O_2 qua M và tiếp xúc với AC tại C. Đường tròn (O_1) và (O_2) cắt nhau tại D (D không trùng với A) BO_1 cắt CO_2 tại E .CMR :

a) ΔBCD là tam giác vuông.

b) O_1D là tiếp tuyến của (O_2).

c) 5 điểm A, B, D, E, C cùng nằm trên một đường tròn.

d) Xác định vị trí của M để O_1O_2 ngắn nhất.

HD :

Câu 95 .Cho tam giác ABC nhọn, đường cao kẻ từ đỉnh B và đỉnh C cắt nhau tại H và cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC lần lượt tại E và F. CMR:

a) AE = AF. b) A là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác EFH.

c) Kẻ đường kính BD, chứng minh tứ giác ADCH là hình bình hành.

HD :

Câu 96_. Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Đường tròn đường kính AH cắt cạnh AB tại M và cắt cạnh AC tại N. Từ A kẻ đường thẳng vuông góc với MN cắt cạnh BC tại I. CMR :

a) MN là đường kính của đường tròn đường kính AH.

b) tứ giác BMNC nội tiếp. c)BI = IC.

HD :

Câu 97. Cho tam giác ABC vuông tại C, O là trung điểm của AB và D là điểm bất kỳ trên cạnh AB (D không trùng với A, O, B). Gọi I và J thứ tự là tâm đường tròn ngoại tiếp các tam giác ACD và BCD. CMR :

a) OI // BC. b) 4 điểm I, J, O, D nằm trên một đường tròn.

c) CD là tia phân giác của góc BAC khi và chỉ khi OI = OJ.

HD :

Bài 98. Tứ giác ABCD nội tiếp đường tròn đường kính AD. Hai đường chéo AC, BD cắt nhau tại E. Hình chiếu vuông góc của E trên AD là F. Đường thẳng CF cắt đường tròn tại điểm thứ hai là M. Giao điểm của BD và CF là N. CMR :

a) CEFD là tứ giác nội tiếp. b) Tia FA là tia phân giác của góc BFM.

c) BE.DN = EN.BD.

HD :

Bài 99. tam giác ABC cân tại A, nội tiếp đường tròn (O). Kẻ đường kính AD. Gọi M là trung điểm của AC, I là trung điểm của OD.

a) Chứng minh OM // DC.

b) Chứng minh tam giác ICM cân.

c) BM cắt AD tại N. Chứng minh $IC^2 = IA.IN$.

HD :

Câu 100. Cho tam giác vuông ABC tại C , nội tiếp trong đường tròn tâm O . Trên cung nhỏ AC ta lấy một điểm M bất kỳ (M khác A và C) . Vẽ đường tròn tâm A bán kính AC , đường tròn này cắt đường tròn (O) tại điểm D (D khác C) . Đoạn thẳng BM cắt đường tròn tâm A ở điểm N .

a, Chứng minh MB là tia phân giác của góc $\widehat{CMD}$.

b, Chứng minh BC là tiếp tuyến của đường tròn tâm A nói trên .

c, So sánh góc CNM với góc MDN .

d, Cho biết MC = a , MD = b . Hãy tính đoạn thẳng MN theo a và b .

HD :

Câu 101 . Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn tâm O , đường phân giác trong của góc A cắt cạnh BC tại D và cắt đường tròn ngoại tiếp tại I .

Chứng minh rằng OI vuông góc với BC .

Chứng minh BI2 = AI.DI .

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên BC . Chứng minh góc BAH = góc CAO .

HD :

Câu 102. Cho tam giác ABC , M là trung điểm của BC . Giả sử $\widehat{BAM} = \widehat{BCA}$.

Chứng minh rằng tam giác ABM đồng dạng với tam giác CBA .

Chứng minh minh : BC2 = 2 AB2 . So sánh BC và đường chéo hình vuông cạnh là AB .

Chứng tỏ BA là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác AMC .

Đường thẳng qua C và song song với MA , cắt đường thẳng AB ở D . Chứng tỏ đường tròn ngoại tiếp tam giác ACD tiếp xúc với BC .

HD :

Câu 103 . Cho hình bình hành ABCD có đỉnh D nằm trên đường tròn đường kính AB . Hạ BN và DM cùng vuông góc với đường chéo AC . CM:

Tứ giác CBMD nội tiếp .

Khi điểm D di động trên trên đường tròn thì $\widehat{BMD} + \widehat{BCD}$ không đổi .

DB . DC = DN . AC

HD:

Câu 104. Cho tam giác nhọn ABC và đường kính BON . Gọi H là trực tâm của tam giác ABC , Đường thẳng BH cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC tại M .

Chứng minh tứ giác AMCN là hình thang cân .

Gọi I là trung điểm của AC . Chứng minh H , I , N thẳng hàng .

Chứng minh rằng BH = 2 OI và tam giác CHM cân .Câu 105. Cho hình vuông ABCD cố định , có độ dài cạnh là a .E là điểm đi chuyển trên đoạn CD (E khác D

) , đường thẳng AE cắt đường thẳng BC tại F , đường thẳng vuông góc với AE tại A cắt đường thẳng CD tại K .

Chứng minh tam giác ABF = tam giác ADK từ đó suy ra tam giác AFK vuông cân .

Gọi I là trung điểm của FK , Chứng minh I là tâm đường tròn đi qua A , C, F , K .

Tính số đo góc AIF , suy ra 4 điểm A , B , F , I cùng nằm trên một đường tròn

HD:

Câu 106. Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn tâm O . Đường phân giác trong của góc A , B cắt đường tròn tâm O tại D và E , gọi giao điểm hai đường phân giác là I , đường thẳng DE cắt CA, CB lần lượt tại M , N .

Chứng minh tam giác AIE và tam giác BID là tam giác cân .

Chứng minh tứ giác AEMI là tứ giác nội tiếp và MI // BC .

Tứ giác CMIN là hình gì ?

HD:

Câu 107. Cho đường tròn tâm O và cát tuyến CAB (C ở ngoài đường tròn) . Từ điểm chính giữa của cung lớn AB kẻ đường kính MN cắt AB tại I , CM cắt đường tròn tại E , EN cắt đường thẳng AB tại F .

Chứng minh tứ giác MEFI là tứ giác nội tiếp .

Chứng minh góc CAE bằng góc MEB .

Chứng minh : CE . CM = CF . CI = CA . CB

HD:

Câu 108. Cho tam giác vuông ABC (góc A = 1 v) có AC < AB , AH là đường cao kẻ từ đỉnh A . Các tiếp tuyến tại A và B với đường tròn tâm O ngoại tiếp tam giác ABC cắt nhau tại M . Đoạn MO cắt cạnh AB ở E , MC cắt đường cao AH tại F . Kéo dài CA cho cắt đường thẳng BM ở D . Đường thẳng BF cắt đường thẳng AM ở N .

Chứng minh OM//CD và M là trung điểm của đoạn thẳng BD .

Chứng minh EF // BC .

Chứng minh HA là tia phân giác của góc MHN .

HD:

Câu 109. Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn tâm O . M là một điểm trên cung AC (không chứa B) kẻ MH vuông góc với AC ; MK vuông góc với BC .

1) Chứng minh tứ giác MHKC là tứ giác nội tiếp .

2) Chứng minh $\widehat{AMB} = \widehat{HMK}$ 3) Chứng minh Δ AMB đồng dạng với Δ HMK .

HD:

Bài 110. Cho ΔPBC nhọn. Gọi A là chân đường cao kẻ từ đỉnh P xuống cạnh BC. Đường tròn đường khinh BC cắt cạnh PB và PC lần lượt ở M và N. Nối N với A cắt đường tròn đường kính BC tại điểm thứ 2 là E.

1. Chứng minh 4 điểm A, B, N, P cùng nằm trên một đường tròn. Xác định tâm của đường tròn ấy?
2. Chứng minh EM vuông góc với BC.
3. Gọi F là điểm đối xứng của N qua BC. Chứng minh rằng: AM.AF=AN.AE

HD:

Bài 111. Cho BC là dây cung cố định của đường tròn tâm O, bán kính R(0<BC<2R). A là điểm di động trên cung lớn BC sao cho ΔABC nhọn. Các đường cao AD, BE, CF của ΔABC cắt nhau tại H(D thuộc BC, E thuộc CA, F thuộc AB).

1. Chứng minh tứ giác BCEF nội tiếp trong một đường tròn. Từ đó suy ra AE.AC=AF.AB.

2. Gọi A’ là trung điểm của BC. Chứng minh AH=2A’O.

3. Kẻ đường thẳng d tiếp xúc với đường tròn (O) tại A. Đặt S là diện tích của ΔABC, 2p là chu vi của ΔDEF.

a. Chứng minh: d//EF. b. Chứng minh: S=pR.

HD:

Bài 112. Cho đường tròn (O) đường kính AB. Điểm I nằm giữa A và O (I khác A và O).Kẻ dây MN vuông góc với AB tại I. Gọi C là điểm tuỳ ý thuộc cung lớn MN (C khác M, N, B). Nối AC cắt MN tại E. Chứng minh:

1. Tứ giác IECB nội tiếp. 2. AM2=AE.AC 3. AE.AC-AI.IB=AI2

HD:

Bài 113. Trên một đường thẳng lấy ba điểm A, B, C cố định theo thứ tự ấy. Gọi (O) là đường tròn tâm O thay đổi nhưng luôn luôn đi qua A và B. Vẽ đường kính I J vuông góc với AB; E là giao điểm của I J và AB. Gọi M và N theo thứ tự là giao điểm của CI và C J (M $\neq$ I, N $\neq$ J). CM :

1/. IN, JM và CE đồng quy tại D.

2/. Gọi F là trung điểm của CD. Chứng minh OF $\perp$ MN.