

ĐÁP ÁN TUẦN 35

1. Phân tích. Để có a^2, b^2, c^2, d^2 thì từ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ta bình phương hai vế

$$\text{Ta có } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \cdot \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a^2}{b^2} = \frac{c^2}{d^2}$$

$$\text{Cách 1: } \frac{a^2}{c^2} = \frac{b^2}{d^2} = \frac{a^2+b^2}{c^2+d^2} \quad (1)$$

$$\text{Ta có } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d} \text{ nên } \frac{b^2}{d^2} = \frac{a}{c} \cdot \frac{b}{d} = \frac{ab}{cd} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra } \frac{a^2+b^2}{c^2+d^2} = \frac{ab}{cd}$$

Cách 2: Từ $\frac{a^2}{b^2} = \frac{c^2}{d^2}$, cả hai vế cộng thêm 1 được:

$$\frac{a^2}{b^2} + 1 = \frac{c^2}{d^2} + 1 \Rightarrow \frac{a^2+b^2}{b^2} = \frac{c^2+d^2}{d^2} \Rightarrow \frac{a^2+b^2}{c^2+d^2} = \frac{b^2}{d^2}$$

Tương tự cách 1 ta cũng có $\frac{b^2}{d^2} = \frac{ab}{cd}$. Từ đó có điều phải chứng minh.

2.

$$\text{Cách 1: } \frac{a+2}{a-2} = \frac{b+3}{b-3},$$

$$\frac{a+2}{b+3} = \frac{a-2}{b-3} = \frac{a+2-(a-2)}{b+3-(b-3)} = \frac{a+2-a+2}{b+3-b+3} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}; \quad (1)$$

$$\frac{a+2}{b+3} = \frac{2}{3} = \frac{a+2-2}{b+3-3} = \frac{a}{b} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) có: } \frac{a}{b} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{a}{2} = \frac{b}{3}$$

Cách 2:

$$\text{Từ } \frac{a+2}{a-2} = \frac{b+3}{b-2} \text{ suy ra } (a+2)(b-3) = (a-2)(b+3)$$

$$ab - 3a + 2b - 6 = ab + 3a - 2b - 6$$

$$2b + 2b = 3a + 3a \Rightarrow 4b = 6a$$

$$\Rightarrow 2b = 3a$$

$$\Rightarrow \frac{a}{2} = \frac{b}{3}$$

3.

a. $A = 3xy^2 - 2x^2y - 4xy + 1$

b. Khi $x = -\frac{1}{2}$; $y = -1$ thì $A = -2$

4.

a. $f(x) + g(x) = -x^3 - 2x^2 + \frac{1}{6}$

b. $f(x) - g(x) = 6x^4 + x^3 - 4x^2 - 2x + \frac{7}{6}$

5. Nghiệm của đa thức $f(x)$ là $-\frac{b}{a}$, nghiệm của đa thức $g(x)$ là $-\frac{a}{b}$

Theo đề bài: $-\frac{b}{a} > 0$, do đó $-\frac{a}{b} > 0$

6. Cho $x = 0$ thì $0.f(1) = 2.f(0)$

$$\Rightarrow f(0) = 0$$

Cho $x = -1$ thì $-f(0) = f(-1)$

$$\Rightarrow f(-1) = 0$$

Vậy $f(x)$ có ít nhất hai nghiệm là 0 và -1.

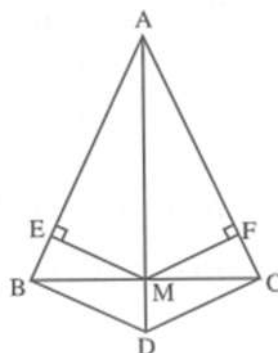
7.

a. Cần chứng minh rằng $f(1) = 0$. Thật vậy:

$$f(1) = a.1^3 + b.1^2 + c.1 + d = a + b + c + d = 0$$

b. Chứng tỏ rằng $f(-1) = 0$

8.



a. Tam giác cân ABC cân tại A nên $\widehat{EBM} = \widehat{FCM}$

$BM = CM$ nên $\triangle BEM = \triangle CFM$ (cạnh huyền và góc nhọn)

b. Từ a. suy ra $ME = MF$; $AE = AF$ nên AM là trung trực của EF

c. $\widehat{CBD} = 90^\circ - \widehat{ABC}$

$\widehat{BCD} = 90^\circ - \widehat{ACB}$ nên $\widehat{CBD} = \widehat{BCD}$, do đó $DB = DC$.

Vậy A, M, D nằm trên trung trực của BC

d. $ME < MB$, $MB < BD$, $BD = DC$

Vì vậy $ME < DC$

9.

a. Ta có: $GB + GC > BC$

$$\Rightarrow BE + CF > \frac{3}{2} BC$$

b. Chứng minh chu vi tam giác $BGP = GA + GB + GC$.

10.

a. Hướng dẫn:

Chứng minh rằng $PR = MN$

b. Chứng minh $MP = \frac{1}{2} NP$

Kết luận: Trong một tam giác vuông có một góc 30° thì cạnh đối diện với góc đó bằng nửa cạnh huyền.

11.

a. Chứng minh tam giác ABK đều

b. Chứng minh $CH = 2CD$

12.

a. Chứng minh CA là trung tuyến, M là trọng tâm của tam giác PCQ

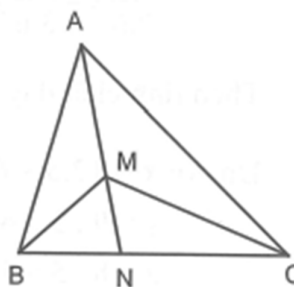
$\Rightarrow QM$ cắt PC tại trung điểm I của PC .

b. Hãy chứng tỏ $IB \parallel PM$ và $IN \parallel PM$

$\Rightarrow I, B, N$ thẳng hàng

$\Rightarrow QM, CP$ và BN đồng quy

13.



Từ $AM + MN < AC + NC$ và $BM < MN + NB$

$$\Rightarrow AM + BM < AC + BC$$

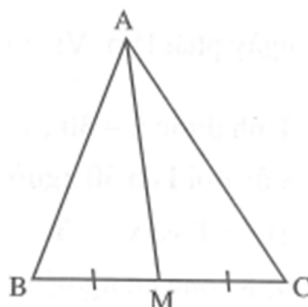
Tương tự suy ra $MA + MB + MC < 2p$ (1)

Có $MA + MB > AB$

Xét các bất đẳng thức tương tự suy ra $MA + MC > p$ (2)

Từ (1) (2) ta suy ra $p < MA + MB + MC < 2p$

14.



Giả sử $AM > \frac{BC}{2}$

Xét tam giác AMB và AMC có $AM > BM$

$$\Rightarrow \widehat{ABM} > \widehat{BAM}$$

$AM > CM$

$$\widehat{ACM} > \widehat{CAM}$$

Suy ra $\widehat{B} + \widehat{C} > \widehat{BAC}$

Do đó góc $BAC < 90^\circ$.

Ngược lại, giả sử góc $BAC < 90^\circ$

Nếu $AM = \frac{BC}{2}$ thì góc $BAC = 90^\circ$

Giả sử $AM < \frac{BC}{2}$, lập luận tương tự như trên dẫn đến góc $BAC > 90^\circ$ (trái với giả thiết)

Vậy $AM > \frac{BC}{2}$

Học 360.net

Học 360.net