ĐÁP ÁN TUẦN 30

1.

a. $A = (x^2 – 2xy + y^3) – (3xy – x^2 + 2y^3) = 2x^2 – 5xy – y^3$

b.$B = (2x^2 – 3y^2 + 4z^2) – (x^2 + 2y^2 + 3z^2) = x^2 – 5y^2 + z^2$.

2.

a.Thu gọn và sắp xếp theo lũy thừa giảm dần của biến

$f(x) = 2x^4 + x^3 – 4x^2 + x + 1$

$g(x) = x^4 + 3x^3 + x – 5$

b. $f(x) + g(x) = 3x^4 + 4x^3 – 4x^2 + 2x – 4$

$f(x) – g(x) = x^4 – 2x^3 – 4x^2 + 6$

c. Tại $x = -1$ thì $f(-1) + g(-1) = -11$

3.

a.Sắp xếp các đa thức trên theo lũy thừa giảm dần của biến như sau:

$F(x) = -x^4 – 8x^3 + 5x^2 + 6x – 7$

$G(x) = x^4 + 8x^3 – 5x^2 +5$

b. $F(x) + G(x) = 6x – 2$

$F(x) – G(x) = -2x^4 – 16x^3 + 10x^2 + 6x – 12$

c.Đặt $P(x) = F(x) + G(x) = 6x – 2$

Khi $|x| = 1 \Rightarrow x =$ hoặc $x = -1$

+) x = thì P(x) = 4

+) x = -1 thì P(x) = -8

4.

a.Ta có: $f(1) = (1-2)^2 + 2017 = 2018$; $g(-3) = 2|-3-2|-1 = 10 – 1 = 9$

b.$h(x) = f(x) – g(x) – 1 = (x-2)^2 + 2017 – (2|x – 2| - 1) – 1$

$= (x – 2)^2 – 2|x-2| + 2017$

Đặt $a = |x – 2|$. Khi đó: $h(x) = a^2 – 2a + 2017$

$= a^2 – a – a + 1 + 2016 = a(a -1) – (a-1) + 2016$

$= (a-1) (a-1) + 2016 = (a-1)^2 + 2016$

Vậy $h(x) \geq 2016$ với mọi a

Suy ra h(x) nhỏ nhất bằng 2016 khi và chỉ khi a = 1

Lúc đó $|x-2| = 1$ hay x = 2 hoặc x = 1

5.

a. $A + B + C = -3x^3 + 4x^2 + 6x – 12$

b.$A – B – C = 9x^3 – 6x^2 + 4x + 18$

c. $A – B + C = -x^3 + 6x + 14$

6.

a. $(2x^2 – 3x + 7) – (3x^2 – 5x + 4) – 2x + x^2$

$= 2x^2 – 3x + 7 – 3x^2 + 5x – 4 – 2x + x^2 = 3$

b. $3a^3 - 5a^2 + 1 – (3a^3 – a + 3a^2) + 8a^2 – a + 6$

$= 3a^3 – 5a^2 + 1 – 3a^3 + a – 3a^2 + 8a^2 – a + 6 = 7$

c. $(\frac{2}{5}x^2 - x + 1) - (x^3 - 3x - 1) - 0{,}4x^2 - 2x + x^3$

$= \frac{2}{5}x^2 - x + 1 - x^3 + 3x + 1 - 0{,}4x^2 - 2x + x^3 = 2$

Vậy các biểu thức đã cho phụ thuộc vào giá trị của biến.

7. Xét hiệu $(0{,}7x^4 + 0{,}2x^2 - 5) - (-0{,}3x^4 + 0{,}2x^2 - 8) = x^4 + 3 > 3$ với mọi giá trị của x (đpcm)

8.

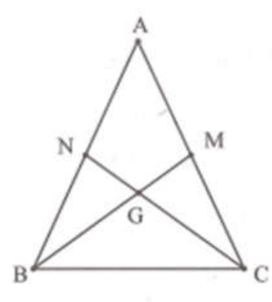
Ta có: $2.f(x) = 6x^2 - 4x + 8 \Rightarrow f(x) = 3x^2 - 2x + 4$

Do $f(x) = 3x^2 - 2x + 4 - (x^2 - 2x + 5) = 2x^2 - 1$

9. Đáp số: a = 0, b = -4, c = 6.

10. Đáp số a = -13

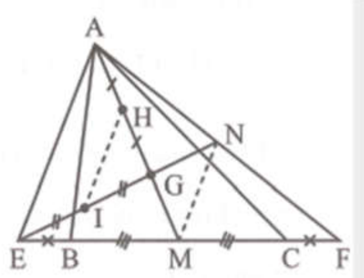
11.



Giả sử tam giác ABC có hai trung tuyến BM và CN bằng nhau. Gọi G là trung điểm của BM va CN. Gọi G là giao điểm của BM và CN, theo tính chất trọng tâm tam giác ta có: BG = $\frac{2}{3}$ BM, CG = $\frac{2}{3}$ CN, do đó BG = GG (vì BM = CN).

Tam giác GBC cân tại G nên $\widehat{GBC} = \widehat{GCB}$, suy ra ΔMBC = ΔNCB (c.g.c), từ đó $\hat{B} = \hat{C}$, hay tam giác ABC cân.

12.



a.Kẻ trung tuyến AM và trên AM đặt AG = $\frac{2}{3}$ AM. Ta có G là trọng tâm tam giác ABC.

Ta có: BM = MC (AM là trung tuyến) (1) và EB = MF (2)

Từ (1) (2) có MB + BE = MC + CF => ME = MF.

Vậy AM cũng là trung tuyến của tam giác AEF. Vì AG = 2GM nên G cũng là trọng tâm tam giác AEF

b.Xét ΔGHI và ΔGMN có HG = $\frac{1}{2}$ AG. Mà AG = $\frac{2}{3}$ AM nên HG = $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}$ AM;

GM = $\frac{1}{3}$ AM. Vậy HG = GM.

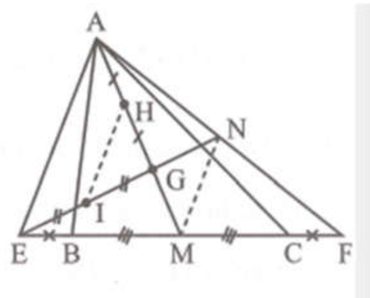
Tương tự ta có: GI = GN = $\frac{1}{3}$ EN, $\widehat{HGI} = \widehat{NGM}$ (đối đỉnh)

Vậy ΔGHI = ΔGMN (c.g.c)

Suy ra HI = NM (cạnh tương ứng) và $\widehat{IHG} = \widehat{NMG}$ (góc tương ứng)

⇨ HI // MN (hai góc so le trong bằng nhau)

12.



a.Kẻ trung tuyến AM và trên AM đặt AG = $\frac{2}{3}$ AM

Ta có G là trọng tâm ΔABC

Ta có: BM = MC (AM là trung tuyến) (1)

Và EB = CF (2)

Từ (1) (2) có MB + BE = MC + CF => ME = MF.

Vậy AM cũng là trung tuyến của ΔAEF. Vì AG = 2GM nên G cũng là trọng tâm ΔAEF.

b.Xét ΔGHI và ΔGMN có HG = $\frac{1}{2}$ AG. Mà AG = $\frac{2}{3}$ AM nên HG = $\frac{1}{2}.\frac{2}{3}$ AM.

Vậy HG = GM.

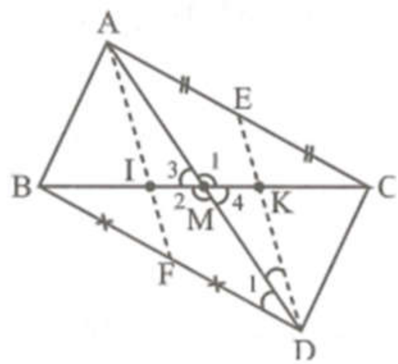
Tương tự ta có GI = GN = $\frac{1}{3}$ EN, $\widehat{HGI} = \widehat{NGM}$ (đối đỉnh)

Vậy ΔGHI = ΔGMN (c.g.c)

Suy ra HI = NM (cạn tương ứng) và $\widehat{IHG} = \widehat{NMG}$ (góc tương ứng)

⇨ HI // MN (hai góc so le trong bằng nhau)

13.



a.Xét ΔAMC và ΔDMB có AM = MD

MC = MB; $\widehat{M1} = \widehat{M2}$ (đối đỉnh)

Vậy ΔAMC = ΔDMB (c.g.c)

Suy ra AC = BD và $\widehat{A1} = \widehat{D1}$ (hai góc tương ứng)

⇨ AC // BD (hai góc so le trong)

Tương tự ta có AB = CD và AB // CD.

b.Xét ΔABD có BM là trung tuyến thuộc cạnh AD (AM = MD) và AF là trung tuyến thuộc cạnh BD (BF = FD)

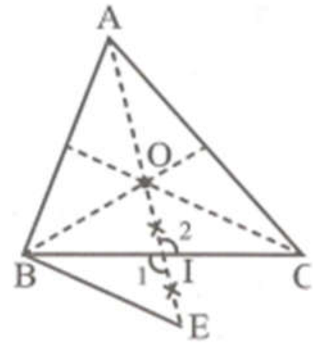
Vậy I là trọng tâm ΔABD, suy ra IM = $\frac{1}{3}$ BM (1)

Tương tự, K là trọng tâm ΔACD suy ra KM = $\frac{1}{3}$ MC (2)

Mà BM = MC (3)

Vậy từ (1) (2) và (3) có BI = IK = KC = $\frac{1}{3}$ BC

14.



a. Ta chứng minh tam giác BOE có độ dài cạnh bằng $\frac{2}{3}$ độ dài ba đường trung tuyến của tam giác ABC. Thật vậy:

-Cạnh BO = $\frac{2}{3}$ BN (1)

-Cạnh OE có OI = IE => $\frac{1}{3}$ AI => OE = $\frac{2}{3}$ AI (2)

-BE = OC = $\frac{2}{3}$ CK (3)

Từ (1) (2) (3) suy ra điều phải chứng minh

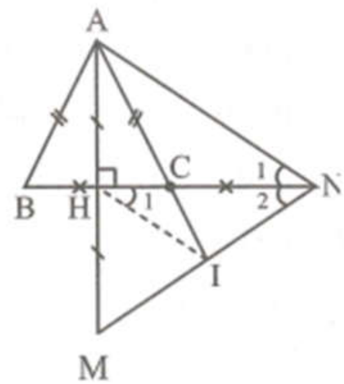
b.Áp dụng bất đẳng thức tam giác cho tam giác BOE ta có:

BE – OE < OB < BE + OE

Hay $\frac{2}{3}$ CK - $\frac{2}{3}$ AI < $\frac{2}{3}$ BN < $\frac{2}{3}$ CK + $\frac{2}{3}$ AI

⇨ CK – AI < BN < CK + AI

15.



a.NH là trung tuyến (AH = HM)

Lại có CN = $\frac{2}{3}$ HN

Vậy C là trọng tâm của ΔANM

b.Hãy chứng minh $\widehat{H1} = \widehat{N1}$ => HI //AN

16.

a.Ta chứng minh các cặp tam giác bằng nhau

ΔPGN = ΔCGB (c.g.c) => PN = BC

ΔPGM = ΔCGA (c.g.c) => PM = CA

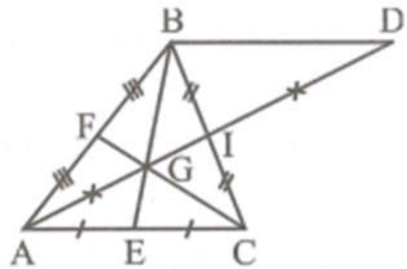
ΔMGN = ΔAGB (c.g.c) => MN = AB.

Vậy ΔABC = ΔPMN (c.c.c)

b. PN cắt AM tại Q. Hãy chứng minh PQ = QN, QG = GI = IM

Hay QG = $\frac{1}{3}$ QM. Vậy G là trọng tâm của ΔMPN

17.



a.Học sinh tự chứng minh

b.Xét ΔBGC có BG + GC > BC (bất đẳng thức tam giác)

Hay $\frac{2}{3}$ BE + $\frac{2}{3}$ CF > BC => BE + CF > $\frac{3}{2}$ BC (4)

Tương tự có BE + AI > $\frac{3}{2}$ AB (5)

AI + CF > $\frac{3}{2}$ AC (6)

Từ (4) (5) và (6) ta có:

2BE + 2CF + 2AI > $\frac{3}{2}$ (AB + AC + BC) => BE + CF + AI > $\frac{3}{4}$ (AB + AC + BC)

Vậy $\frac{3}{4}$ P_{ABC} < AI + BE + CF < P_{ABC}