

**ĐÁP ÁN TUẦN 29**

1.

a.  $Q(x) = 1 + 3x + x^2 + 5x^3 + 7x^5 - 5x^6$

b. Bậc của  $Q(x)$  là 6

c. Các hệ số của  $Q(x)$ : hệ số tự do là 1; hệ số bậc 1 là 3; hệ số bậc 2 là 1; hệ số bậc 3 là 5; hệ số bậc 4 là 0, hệ số bậc 5 là 7; hệ số cao nhất là -5.

2.

b.  $P(x) + R(x) = x^2 + x + 1$  nên  $R(x) = x^2 + x - 1 - P(x)$

$$= -x^6 + \frac{1}{4}x^5 - 2x^4 + x^2 + 2x - 2.$$

$$Q(x) - S(x) = 5 \text{ nên } S(x) = Q(x) - 5 = \frac{1}{4}x^5 - x^4 + x^3 - 2x - 4.$$

3. Đáp số 3

4.  $P(1) = 0, P(-1) = 10$

5.

a. Biết  $P(3) = -1$  tức là nếu  $x = 3$  thì  $ax + 5 = -1 \Rightarrow a = -2$

Vậy  $P(x) = -2x + 5$

b. Tương tự ta có  $Q(x) = x + 13$

6.

a. Từ  $q(x) + g(x) = 2x^4 + x^3 + 1$  (1)

và  $q(x) - g(x) = 4x^2 - x^3 + 9$  (2)

Cộng theo vế (1) với (2) có  $2q(x) = 2x^4 + 4x^2 + 10$

Vậy  $q(x) = x^4 + 2x^2 + 5$

$$\begin{aligned}g(x) &= (2x^4 + x^3 + 1) - q(x) = 2x^4 + x^3 + 1 - x^4 - 2x^2 - 5 \\ &= x^4 + x^3 - 2x^2 - 4\end{aligned}$$

b. Với mọi thứ  $x$  thì  $x^4 > 0$ ;  $2x^2 > 0$  (lũy thừa bậc chẵn)

Vậy  $q(x) > 0$

7.

a.  $A(x) = 4x + 13$

b.  $B(x) = 10x + 5$

8.

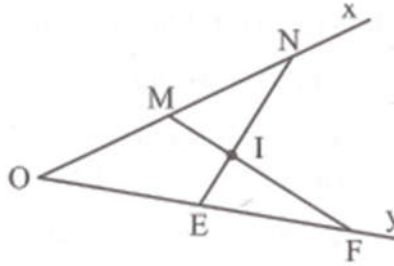
$$\begin{aligned}f(x) - 2g(x) &= (2x^{n+2} + x^{n+1} - 5x^n + 1) - 2\left(x^{n+2} + \frac{1}{2}x^{n+1} - \frac{3}{2}x^n\right) \\ &= 2x^{n+2} + x^{n+1} - 5x^n + 1 - 2x^{n+2} - x^{n+1} + 3x^n \\ &= -2x^n + 1 \Rightarrow -2x^n + 1 = -7 \Rightarrow -2x^n = -8 \\ &\Rightarrow x^n = 4.\end{aligned}$$

Với  $n$  và  $x$  nguyên dương thì hoặc  $2^2 = 4$ , tức là  $x = 2$ ;  $n = 2$  hoặc  $4^1 = 4$ ,  
tức là  $x = 4$ ;  $n = 1$ .

9.

Hướng dẫn. Áp dụng bất đẳng thức tam giác vào hai tam giác ABD và ACD

10.



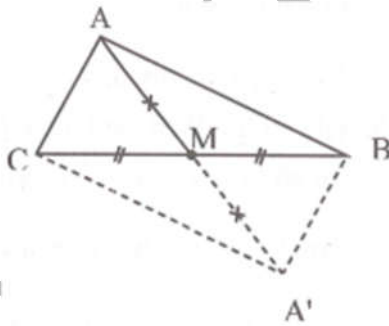
Gọi I là giao điểm của MF và NE.

Xét  $\triangle MIN$  có  $MN < MI + NI$  (bất đẳng thức trong tam giác) (1)

Xét  $\triangle EIF$  có  $EF < IF + IE$  (có đẳng thức trong tam giác)

Từ (1) và (2) có  $MN + EF < MI + NI + IF + IE$  hay  $MN + EF < MF + NE$ .

11.



Trên tia đối của tia MA ta lấy A' sao cho  $MA' = MA$

Xét  $\triangle ABM$  và  $\triangle A'MC$  có:  $AM = MA'$

$BM = MC$  (giả thiết);  $\widehat{AMB} = \widehat{CMA'}$  (đối đỉnh).

Vậy  $\triangle ABM = \triangle A'CM$  (c.g.c)

Suy ra  $AB = A'C$

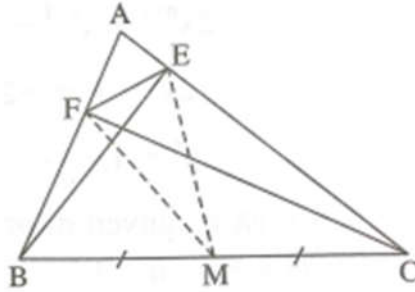
Xét  $\triangle ACA'$  có:  $A'C - AC < AA' < AC + A'C$

Thay  $AB = A'C$  và  $AA' = 2AM$  vào ta được  $AB - AC < 2AM < AC + AB$ .

$$\text{Vậy } \frac{AB-AC}{2} < AM < \frac{AB+AC}{2}$$

Hệ quả: Trong tam giác, tổng ba đường trung tuyến nhỏ hơn chu vi tam giác.

12.



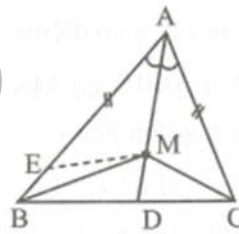
Gọi M là trung điểm của BC

Xét  $\triangle BCE$  vuông tại E, có trung tuyến EM nên  $ME = \frac{1}{2} BC$ .

Do đó  $ME + MF = BC$ . Ba điểm M, E, F nằm trên ba cạnh của tam giác ABC nên nó tạo thành một tam giác, do đó  $ME + MF > EF$ .

Vậy  $EF < BC$ .

13.



Trên tia AB lấy điểm E sao cho  $AE = AC$ .

Vì  $AB > AC$  nên E nằm giữa A và B

Ta chứng minh được  $\triangle AEM = \triangle ACM$  (c.g.c), từ đó suy ra  $AE = AC$ ;  $EM = MC$ .

Ta đưa bài toán về xét  $\triangle BEM$ :

$BM - ME < BE$  nên  $MB - MC < AB - AC$ .

14.

Gọi cạnh đáy là  $a$  (cm) thì độ dài mỗi cạnh bên là  $\frac{15-a}{2}$ , suy ra  $a$  là số tự nhiên

lẻ. Mặt khác,  $\frac{15-a}{2} + \frac{15-a}{2} > a$  nên  $15 - a > a$  hay  $a < 7,5$ .

Vậy  $a$  có thể nhận các giá trị 1; 3; 5; 7 (cm)

**15.** Giả sử độ dài 3 cạnh là  $a, b, c$ ;  $a > b > c > 0$ .

Ta có:  $b - c < a < b + c$  (bất đẳng thức trong tam giác) (1)

Từ (1) có:  $a < b + c \Rightarrow a + a < a + b + c$ . Suy ra  $a < \frac{a+b+c}{2}$  (2)

Từ  $a > b$ ;  $a > c$ ;  $a = a$  ta có  $3a > a + b + c$ .

Vậy  $\frac{a+b+c}{3} < a < \frac{a+b+c}{2}$

**16.**

Trong  $\Delta AMB$  có  $AM + MB > c$  (bất đẳng thức trong tam giác)

Trong  $\Delta AMC$  có  $AM + MC > b$

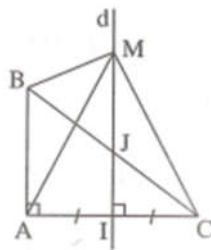
Trong  $\Delta BMC$  có  $BM + MC > a$

Suy ra  $2(AM + MB + MC) > a + b + c$ .

Hay  $AM + BM + CM > \frac{a+b+c}{2}$ .

Về còn lại của bất đẳng thức chứng minh tương tự.

**17.**



a. Xét  $\Delta ABC$  vuông tại A, có:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 3^2 + 4^2 = 25 = 5^2 \text{ (định lí Py-ta-go)} \Rightarrow BC = 5$$

Mặt khác  $\Delta MIA = \Delta MIC$  (c.g.c)  $\Rightarrow MA = MC$  (hai cạnh tương ứng)

Do vậy  $MA + MB = MC + MB$

Áp dụng bất đẳng thức hệ điểm, ta có:

$$MC + MB \geq BC \text{ hay } MA + MB \geq 5 \text{ (đpcm)}$$

b. Vì  $MA + MB \geq 5$  (chứng minh trên) nên  $MA + MB$  nhỏ nhất bằng 5 khi và chỉ khi  $MB + MC = BC \Leftrightarrow M$  nằm trên đoạn BC

$\Leftrightarrow M \equiv J$ , với J là giao điểm của d và BC.