

**A. Lý thuyết: SGK Toán 9 (tr.39):**
**B. Bài tập tham khảo**
**Bài 1.** Thu gọn các biểu thức sau:

a)  $A = 2\sqrt{27} - 3\sqrt{12} + \sqrt{98} - \sqrt{18}$

b)  $B = (\sqrt{48} - 3\sqrt{27} - 2\sqrt{75} + \sqrt{108} - \sqrt{147}) : \sqrt{3}$

c)  $C = \sqrt{(5 - \sqrt{3})^2} + \sqrt{7 - 4\sqrt{3}}$

d)  $D = \frac{2}{\sqrt{3}-1} - \frac{1}{\sqrt{3}-2} + \frac{12}{\sqrt{3}+3}$

e)  $E = \left( \frac{1}{5-2\sqrt{6}} + \frac{2}{5+2\sqrt{6}} \right) \cdot (15 + 2\sqrt{6})$

f)  $F = \sqrt[3]{162} - \sqrt[3]{48} - \sqrt[3]{6} - \sqrt{-0,008} + \sqrt[3]{\frac{8}{125}}$

**Bài 2.** Giải các phương trình sau:

a)  $\sqrt{x^2 - 6x + 9} = 7$

b)  $\sqrt{9x^2 - 6x + 1} = |x - 3|$

c)  $\sqrt{x^2 - 8x + 16} = 4 - x$

d)  $\sqrt{x^2 - 16} - \sqrt{x + 4} = 0$

e)  $x - 5\sqrt{x} + 6 = 0$

f)  $-5x + 7\sqrt{x} + 12 = 0$

g)  $\sqrt{x^2 - 2x} = 2 - x$

h)  $\sqrt{2x + 27} - x = 6$

i)  $\sqrt{x-1} + \frac{3}{2}\sqrt{4x-4} - \frac{2}{5}\sqrt{25x-25} - 4 = 0$

k)  $\sqrt{4x-20} + 3\sqrt{\frac{x-5}{9}} - \frac{1}{3}\sqrt{9x-45} = 6$

l)  $\sqrt{x+1} + \sqrt{x+6} = 5$

m)  $x^2 - 6x + \sqrt{x^2 - 6x + 7} = 5$

n)  $\sqrt{x+3-4\sqrt{x-1}} + \sqrt{x+8-6\sqrt{x-1}} = 4$

o)  $\sqrt{x^2 - \frac{1}{4}} + \sqrt{x^2 + x + \frac{1}{4}} = \frac{1}{2}(2x^3 + x^2 + 2x + 1)$

p)  $\sqrt{3x^2 + 6x + 12} + \sqrt{5x^4 - 10x^2 + 30} = 8$

q)  $\sqrt{3x^2 + 6x + 7} + \sqrt{5x^2 + 10x + 14} = 4 - 2x - x^2$

**Bài 3:** Cho hai biểu thức  $A = \frac{\sqrt{x} + 4}{\sqrt{x} + 2}$  và  $B = \left( \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 4} + \frac{4}{\sqrt{x} - 4} \right) : \frac{x + 16}{\sqrt{x} + 2}$  với  $x \geq 0; x \neq 16$

- Tính giá trị của A khi  $x = 36$
- Rút gọn B
- Xét biểu thức  $P = B \cdot (A - 1)$ . Tìm các giá trị nguyên của  $x$  để biểu thức P có giá trị là số nguyên.

**Bài 4.** Cho biểu thức  $C = \frac{a^2 + \sqrt{a}}{a - \sqrt{a} + 1} - \frac{2a + \sqrt{a}}{\sqrt{a}} + 1$

- Rút gọn C.
- Tìm các giá trị của  $a$  để  $C = 2$
- Tìm giá trị nhỏ nhất của C.

**Bài 5.** Cho biểu thức:  $D = \frac{2\sqrt{x} - 9}{x - 5\sqrt{x} + 6} - \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} - 2} - \frac{2\sqrt{x} + 1}{3 - \sqrt{x}}$

- Rút gọn D
- Tìm các giá trị của  $x$  để  $D = -3$
- Tìm các giá trị của  $x$  để  $D < 1$
- Tìm các số nguyên  $x$  để D nhận giá trị nguyên.

**Bài 6.** Cho biểu thức  $E = \frac{\sqrt{x}}{x + \sqrt{x}} : \left( \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1} \right)$  với  $x > 0$

- Rút gọn E.
- Tìm các giá trị của  $x$  để  $E = \frac{2}{7}$
- So sánh E với  $\frac{1}{3}$
- Tìm giá trị lớn nhất của E

**Bài 7.** Cho biểu thức  $F = \left( \frac{1}{\sqrt{x} - 1} - \frac{1}{x\sqrt{x} - 1} \right) \cdot \frac{3\sqrt{x} - 3}{x + \sqrt{x}}$

- Rút gọn F
- Tìm các giá trị của  $x$  để  $F = 1$
- Tìm  $x$  để F có giá trị nguyên.

**Bài 8.** Cho biểu thức  $G = \left( \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 3} - \frac{\sqrt{x}}{3 - \sqrt{x}} - \frac{3x + 3}{x - 9} \right) : \left( \frac{2\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} - 3} - 1 \right)$

- Rút gọn G.
- Tính giá trị của G khi  $x = \sqrt{7 + 4\sqrt{3}} + \sqrt{7 - 4\sqrt{3}}$

- c) Tìm giá trị của  $x$  để  $G < -\frac{1}{3}$   
 d) Tìm giá trị nhỏ nhất của  $G$

**Bài 9.**

1. Tìm giá trị nhỏ nhất của các biểu thức sau:

- a)  $M = \sqrt{1-x} + \sqrt{1+x}$   
 b)  $N = \frac{x+16}{\sqrt{x}+3}$   
 c)  $P = \frac{3x+6\sqrt{x}+27}{\sqrt{x}+2}$   
 d)  $Q = 3x + 2y + \frac{12}{x-2} + \frac{8}{y+1}$  với  
 $x > 2; y > -1$

2. Tìm giá trị lớn nhất của các biểu thức sau:

- a)  $A = \sqrt{-x^2 + 2x + 4}$   
 b)  $B = \frac{\sqrt{x-2}}{x} + \frac{\sqrt{y-1}}{y}$  với  $x \geq 2; y \geq 1$   
 c)  $C = \sqrt{x-1} + \sqrt{y-2}$  với  $x + y = 4$   
 d)  $D = 2x + \sqrt{4-2x^2}$  với  $-\sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{2}$

**Bài 10.** Chứng minh các bất đẳng thức sau:

- a)  $xy + \frac{1}{xy} \geq \frac{17}{4}$  với  $x, y > 0$  thỏa mãn  $x + y \leq 1$   
 b)  $\frac{x^2}{y+z} + \frac{y^2}{z+x} + \frac{z^2}{x+y} \geq \frac{x+y+z}{2}$  với  $x, y, z > 0$   
 c)  $\sqrt{a+1} + \sqrt{b+1} + \sqrt{c+1} < 3,5$  với  $a, b, c \geq 0$  và  $a + b + c = 1$   
 d)  $\sqrt{\frac{a}{b+c}} + \sqrt{\frac{b}{c+a}} + \sqrt{\frac{c}{a+b}} > 2$  với  $a, b, c > 0$