

2-.Một số công thức về DÃY SỐ CÁCH ĐỀU

TỔNG	= (Số đầu + số cuối) x Số số hạng : 2
SỐ CUỐI	= Số đầu + (Số số hạng – 1) x Đơn vị khoảng cách.
SỐ ĐẦU	= Số cuối - (Số số hạng - 1) x Đơn vị khoảng cách
SỐ SỐ HẠNG	= (Số cuối – Số đầu) : Đơn vị khoảng cách + 1
TRUNG BÌNH CỘNG	= Trung bình cộng của số đầu và số cuối.

Cần chú ý:

-Nói đến dãy số cách đều, ta nên quan tâm đến: Số hạng đầu, số hạng cuối, số số hạng, hai số liên tiếp cách nhau bao nhiêu đơn vị (đơn vị khoảng cách).

-Có số số hạng là lẻ thì số ở giữa bằng $\frac{1}{2}$ tổng mỗi cặp (số đầu + số cuối). Ví dụ: Dãy số 1; 3;5; 7; 9 thì số 5 = (1+9):2

-Tùy theo dãy số tăng hay giảm để vận dụng các công thức một cách hợp lí (các công thức trên dùng cho dãy số tăng).

**-.Dạng tìm một số tự nhiên
khi thêm vào ở tử số và bớt đi ở mẫu số
cùng một số (hoặc ngược lại).**

Khi thêm ở tử số và bớt ở mẫu số (hoặc ngược lại) của một phân số cùng một số tự nhiên thì TỔNG của chúng vẫn không đổi. Trở về bài toán điển hình **TỔNG** và **TỈ**

Ví dụ:

Cho phân số 23/45. Hỏi phải cộng thêm vào tử số và bớt đi ở mẫu số cùng một số tự nhiên nào để được phân số mới có giá trị bằng 19/15?

Giải

Khi ta cộng thêm vào tử số và bớt đi ở mẫu số cùng một số tự nhiên thì TỔNG của mẫu số và tử số vẫn không đổi.

Tổng của chúng là: $23 + 45 = 68$

Tổng số phần bằng nhau: $19 + 15 = 34$ (phần)

Tử số của phân số mới là: $68 : 34 \times 19 = 38$

Số cần tìm là: $38 - 23 = 15$

Đáp số: 15

**Dạng tìm một số tự nhiên
khi cùng thêm (cùng bớt) ở tử số
và mẫu số của một phân số.**

Khi cùng thêm hoặc cùng bớt một số tự nhiên ở tử số và mẫu số một phân số thì HIỆU của chúng vẫn không đổi. Ta có được bài toán thuộc dạng HIỆU & TỈ.

Ví dụ:

Cho phân số $\frac{5}{16}$. Hãy tìm một số để khi cùng thêm số đó vào ở tử số và mẫu số của phân số đã cho thì được phân số mới có giá trị bằng phân số $\frac{2}{3}$.

Giải

Khi cùng thêm một số vào tử số và mẫu số của một phân số thì hiệu của mẫu số và tử số vẫn không đổi.

Hiệu là: $16 - 5 = 11$

Hiệu số phần bằng nhau: $3 - 2 = 1$ (phần)

Tử số của phân số mới là: $11 \times 2 = 22$

Số cần tìm là: $22 - 5 = 17$

Đáp số: 17

8-.HIỆU TRONG BÀI TOÁN TỔNG - HIỆU.

Ở lớp 4 học sinh được làm quen với dạng toán tìm hai số khi biết tổng và hiệu của hai số đó. Tuy nhiên trong một số bài toán người ta chỉ cho biết tổng của hai số và giữa chúng có n số tự nhiên. Vậy với những bài toán này học sinh sẽ tìm hiệu của hai số đó như thế nào? Chúng ta hãy cùng tìm hiểu qua một vài ví dụ sau nhé!

Dạng 1: Tìm hai số lẻ (hoặc hai số chẵn) liên tiếp khi biết tổng của hai số đó.

Ví dụ: Tìm hai số chẵn liên tiếp biết tổng của chúng là 2010?

Phân tích: Vì hai số chẵn liên tiếp hơn kém nhau 2 đơn vị nên hiệu của hai số đó là 2.

Bài giải:

Theo bài ra ta có: Hiệu hai số cần tìm là 2

Số bé là: $(2010 - 2) : 2 = 1004$

Số lớn là: $2014 - 994 = 1006$

Đáp số: Số bé: 1004

Số lớn: 1006

Kết luận: Hiệu của hai số chẵn (hoặc hai số lẻ) liên tiếp là 2.

Dạng 2: Tìm hai số khi biết tổng của hai số và giữa chúng có n số tự nhiên liên tiếp.

Ví dụ: Tìm hai số biết tổng của chúng là 2014 và giữa chúng có 25 số tự nhiên liên tiếp?

Phân tích: Vì giữa hai số cần tìm có 25 số tự nhiên liên tiếp nên giữa chúng sẽ có 26 khoảng cách là 1.

Bài giải:

Hiệu hai số là: $25 + 1 = 26$

Số bé là: $(2014 - 26) : 2 = 994$

Số lớn là: $2014 - 994 = 1020$

Đáp số: Số bé: 994

Số lớn: 1020

Kết luận: Hiệu của hai số khi biết tổng và giữa chúng có n số tự nhiên liên tiếp là: $n + 1$

Dạng 3: Tìm hai số biết tổng của hai số (tổng là 1 số lẻ) và giữa chúng có n số lẻ (hoặc n số chẵn) liên tiếp.

Ví dụ: Hai số có tổng là 2013. Tìm hai số đó biết giữa chúng có 21 số chẵn liên tiếp ?

Phân tích: Vì tổng của hai số đã cho là một số lẻ nên 2 số cần tìm sẽ là một số chẵn và một số lẻ. Mặt khác giữa chúng có 21 số chẵn liên tiếp nên sẽ có 21 khoảng cách là 2 và 1 khoảng cách là 1.

Bài giải:

Hiệu hai số là: $21 \times 2 + 1 = 43$

Số bé là: $(2013 - 43) : 2 = 985$

Số lớn là: $2013 - 985 = 1028$

Đáp số: Số bé: 985

Số lớn: 1028

Kết luận: Hiệu của hai số khi biết tổng của hai số là một số lẻ và giữa chúng có n số lẻ (hoặc n số chẵn) liên tiếp là: $n \times 2 + 1$

Dạng 4: Tìm hai số khi biết tổng của hai số (tổng là 1 số chẵn) và giữa chúng có n số chẵn liên tiếp.

Trường hợp 1: Hai số cần tìm đều là số chẵn.

Ví dụ: Tìm hai số chẵn biết tổng của chúng là 4020 và giữa chúng có 79 số chẵn liên tiếp ?

Phân tích: Vì hai số cần tìm đều là số chẵn và giữa chúng có 79 số chẵn liên tiếp nên sẽ có 80 khoảng cách là 2.

Bài giải:

Hiệu hai số là: $(79 + 1) \times 2 = 160$

Số bé là: $(4020 - 160) : 2 = 1930$

Số lớn là: $4020 - 1930 = 2090$

Đáp số: Số bé: 1930

Số lớn: 2090

Kết luận: Hiệu của hai số chẵn khi biết tổng của hai số và giữa chúng có n số chẵn liên tiếp là: $(n + 1) \times 2$

Trường hợp 2: Hai số cần tìm là hai số lẻ.

Ví dụ: Tổng hai số lẻ là 4000 và giữa chúng có 51 số chẵn liên tiếp. Tìm hai số đó ?

Phân tích: Vì hai số cần tìm là hai số lẻ và giữa chúng có 51 số chẵn liên tiếp nên sẽ có 50 khoảng cách là 2 và 2 khoảng cách là 1. Ta hướng dẫn học sinh tìm hiệu như sau: $50 \times 2 + 1 + 1 = 50 \times 2 + 2 = (50 + 1) \times 2 = 51 \times 2$.

Bài giải:

Hiệu hai số là: $51 \times 2 = 102$

Số bé là: $(4000 - 102) : 2 = 1949$

Số lớn là: $4000 - 1949 = 2051$

Đáp số: Số bé: 1949

Số lớn: 2051

Kết luận: Hiệu của hai số lẻ khi biết tổng của hai số và giữa chúng có n số chẵn liên tiếp là: $n \times 2$

Dạng 5: Tìm hai số khi biết tổng của hai số (tổng là 1 số chẵn) và giữa chúng có n số lẻ liên tiếp.

Trường hợp 1: Hai số cần tìm đều là số chẵn.

Ví dụ: Tìm hai số chẵn biết tổng của chúng là 1080 và giữa chúng có 18 số lẻ liên tiếp ?

Phân tích: Vì hai số cần tìm là hai số chẵn và giữa chúng có 18 số lẻ liên tiếp nên sẽ có 17 khoảng cách là 2 và 2 khoảng cách là 1. Ta hướng dẫn học sinh tìm hiệu như sau: $17 \times 2 + 1 + 1 = 17 \times 2 + 2 = (17 + 1) \times 2 = 18 \times 2$.

Bài giải:

Hiệu hai số là: $18 \times 2 = 36$

Số bé là: $(1080 - 36) : 2 = 522$

Số lớn là: $1080 - 522 = 558$

Đáp số: Số bé: 522

Số lớn: 558

Kết luận: Hiệu của hai số chẵn khi biết tổng của hai số và giữa chúng có n số lẻ liên tiếp là: $n \times 2$

Trường hợp 2: Hai số cần tìm là hai số lẻ.

Ví dụ: Tìm hai số lẻ biết tổng của chúng là 2014 và giữa chúng có 31 số lẻ liên tiếp ?

Phân tích: Vì hai số cần tìm đều là số lẻ và giữa chúng có 31 số lẻ liên tiếp nên sẽ có 32 khoảng cách là 2.

Bài giải:

Hiệu hai số là: $(31 + 1) \times 2 = 64$

Số bé là: $(2014 - 64) : 2 = 975$

Số lớn là: $2014 - 975 = 1039$

Đáp số: Số bé: 975

Số lớn: 1039

Kết luận: Hiệu của hai số lẻ khi biết tổng của hai số và giữa chúng có n số lẻ liên tiếp là: $(n + 1) \times 2$

Một số bài luyện tập:

Bài 1: Tìm hai số lẻ liên tiếp biết tổng của chúng là 1606 ?

Bài 2: Hai số có tổng là 4801. Tìm hai số đó biết giữa chúng có 100 số tự nhiên liên tiếp ?

Bài 3: Tìm hai số biết giữa chúng có 15 số lẻ liên tiếp và tổng của chúng là 2011 ?

Bài 4: Cho hai số có tổng là 1982. Tìm hai số biết giữa chúng có 25 số lẻ liên tiếp ?

(Nguyễn Thị Bích Thủy - GV Trường TH Hậu Lộc - Lộc Hà - Hà Tĩnh)

9.-MỘT SỐ DẠNG TOÁN TÍNH NHANH Ở TIỂU HỌC.

Như chúng ta đã biết ở Tiểu học có một số dạng bài tính nhanh mà nếu ta tính theo những cách thông thường thì khó có thể tìm ra được kết quả. Ở mỗi dạng bài tính nhanh có những cách tính đặc trưng riêng. Sau đây tôi xin được giới thiệu một số dạng dạng bài tính nhanh với những cách tính đặc trưng của từng dạng qua một vài ví dụ cụ thể sau:

NHÓM 1:

Bài 1: Tính nhanh

$$S = 1 + 1/2 + 1/4 + 1/8 + \dots + 1/128 + 1/256$$

Phân tích: Bài này ta thấy số hạng liền sau bằng $1/2$ số hạng liền trước nên ta có thể giải theo các cách sau:

Cách 1:

$$\begin{aligned} S &= 1 + 1/2 + 1/4 + 1/8 + \dots + 1/128 + 1/256 \\ &= 1 + (1 - 1/2) + (1/2 - 1/4) + (1/4 - 1/8) + \dots + (1/128 - 1/256) \\ &= 2 - 1/256 = 511/256 \end{aligned}$$

Vậy $S = 511/256$

Cách 2:

$$\begin{aligned} S \times 2 &= 2 + 1 + 1/2 + 1/4 + \dots + 1/128 \\ S \times 2 - S &= 2 - 1/256 = 511/256 \end{aligned}$$

Vậy $S = 511/256$

Bài 2: Tính nhanh

$$S = 1 + 1/3 + 1/9 + 1/27 + \dots + 1/2187$$

Phân tích: Bài này ta thấy số hạng liền sau bằng $1/3$ số hạng liền trước nên ta có thể giải theo cách 2 như bài 1:

$$S \times 3 = 3 + 1 + 1/3 + 1/9 + 1/27 + \dots + 1/729$$

$$S \times 3 - S = 3 - 1/2187 = 6560/2187$$

$$\text{Vậy } S = 6560/2187 : 2 = 6560/4374$$

Bài 3: Tính nhanh

$$A = 1 + 2 + 4 + 8 + \dots + 4096 + 8192$$

Phân tích: Bài này ta thấy số hạng liền sau gấp 2 lần số hạng liền trước. Ta có thể giải bài toán trên theo các cách sau:

Cách 1:

$$A \times 2 = 2 + 4 + 8 + \dots + 16384$$

$$A \times 2 - A = 16384 - 1 = 16383$$

$$\text{Vậy } A = 16383$$

Cách 2: Ta thấy: Tổng 3 số hạng đầu là:

$$1 + 2 + 4 = 3 + 4$$

Tổng 4 số hạng đầu là:

$$1 + 2 + 4 + 8 = 7 + 8$$

Tổng 5 số hạng đầu là:

$$1 + 2 + 4 + 8 + 16 = 15 + 16$$

Theo quy luật đó ta sẽ tính được kết quả của tổng trên là:

$$A = 1 + 2 + 4 + 8 + \dots + 4096 + 8192 = 8191 + 8192 = 16383$$

$$\text{Vậy } A = 16383$$

Cách 3: Nhận xét:

$$2 = 1 + 1$$

$$4 = (1 + 2) + 1$$

$$8 = (1 + 2 + 4) + 1$$

.....

$$8192 = (1 + 2 + 4 + \dots + 4096) + 1$$

$$\text{Vậy } A = 8192 - 1 + 8192 = 16383$$

*** Kết luận:** Với dạng bài có số hạng liền sau hơn hoặc kém số hạng liền trước n lần ta có cách giải chung là: ta nhân cả biểu thức đó cho n rồi lấy kết quả biểu thức sau khi nhân trừ cho biểu thức lúc đầu ta sẽ tính được kết quả của bài toán.

NHÓM 2:

Bài 4: Tính nhanh

$$1/1 \times 2 + 1/2 \times 3 + 1/3 \times 4 + \dots + 1/2013 \times 2014$$

Phân tích: Bài này ta thấy ở mẫu số là tích hai số tự nhiên liên tiếp nên ta có thể phân tích như sau:

$$\begin{aligned} & 1/1 \times 2 + 1/2 \times 3 + 1/3 \times 4 + \dots + 1/2013 \times 2014 \\ &= 1/1 - 1/2 + 1/2 - 1/3 + 1/3 - 1/4 + \dots + 1/2013 - 1/2014 \\ &= 1 - 1/2014 = 2013/2014 \end{aligned}$$

Bài 5: Tính nhanh

$$A = 1/1 \times 3 + 1/3 \times 5 + 1/5 \times 7 + \dots + 1/2013 \times 2015$$

Phân tích: Bài này ta thấy giống với bài 4 chỉ khác ở chỗ ở MS là tích 2 số lẻ liên tiếp. Muốn đưa về phân cách phân tích như bài 4 ta phải tìm cách đưa tử số về là 2. Ta làm như sau:

$$\begin{aligned} A \times 2 &= 2/1 \times 3 + 2/3 \times 5 + 2/5 \times 7 + \dots + 2/2013 \times 2015 \\ &= 1/1 - 1/3 + 1/3 - 1/5 + 1/5 - 1/7 + \dots + 1/2013 - 1/2015 \\ &= 1 - 1/2015 = 2014/2015 \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } A = 2014/2015 : 2 = 2014/4030.$$

Bài 6: Tính nhanh.

$$1/2 \times (1 + 2) + 1/2 \times (1 + 2 + 3) + \dots + 1/2 \times (1 + 2 + 3 + \dots + 9)$$

Phân tích: Với bài này ta phải tìm cách đưa MS về dạng tính nhanh cơ bản như bài 4; 5 ở trên. Ta có thể nhận thấy thừa số thứ 2 ở mẫu số là tổng các số tự nhiên liên tiếp nên ta có thể dùng cách tính tổng các số tự nhiên liên tiếp để có thể đưa về dạng tính nhanh cơ bản. Ta có thể làm như sau:

$$\begin{aligned} MS &= 2 \times (1 + 2) + 2 \times (1 + 2 + 3) + \dots + 2 \times (1 + 2 + 3 + \dots + 9) \\ &= 2 \times (2 \times 3)/2 + 2 \times (3 \times 4)/2 + \dots + 2 \times (9 \times 10)/2 \\ &= 2 \times 3 + 3 \times 4 + \dots + 9 \times 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Vậy } TS/MS &= 1/2 \times 3 + 1/3 \times 4 + \dots + 1/9 \times 10 \\ &= 1/2 - 1/10 = 2/5 \end{aligned}$$

*** Kết luận:** Với bài có dạng $n/a \times b + n/b \times c$ (với khoảng cách giữa a và b ; b và c là n đơn vị) ta phân tích như sau:

$$n/a \times b + n/b \times c = 1/a - 1/b + 1/b - 1/c$$

NHÓM 3:

Bài 7: Tính nhanh

$$M = 1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 + \dots + 201 \times 202$$

Phân tích: Bài này ta thấy mỗi số hạng là tích hai số tự nhiên liên tiếp. Để tạo ra các nhóm thừa số có thể loại trừ hết cho nhau ta phân tích như sau:

$$\begin{aligned}
M \times 3 &= 1 \times 2 \times (3 - 0) + 2 \times 3 \times (4 - 1) + 3 \times 4 \times (5 - 2) + \dots + 201 \times 202 \times (203 - 200) \\
&= 1 \times 2 \times 3 + 2 \times 3 \times 4 - 1 \times 2 \times 3 + 3 \times 4 \times 5 - 2 \times 3 \times 4 + \dots + 201 \times 202 \times 203 - 200 \times 201 \times 202 \\
&= 201 \times 202 \times 203 = 8242206 \\
\text{Vậy } M &= 8242206 : 3 = 2747402
\end{aligned}$$

Bài 8: Tính nhanh

$$N = 1 \times 2 \times 3 + 2 \times 3 \times 4 + 3 \times 4 \times 5 + \dots + 100 \times 101 \times 102$$

Phân tích: Tương tự ta thấy các số hạng trong tổng là tích ba số tự nhiên liên tiếp. Vì vậy ta có thể phân tích như sau:

$$\begin{aligned}
N \times 4 &= 1 \times 2 \times 3 \times (4 - 0) + 2 \times 3 \times 4 \times (5 - 1) + 3 \times 4 \times 5 \times (6 - 2) + \dots + 100 \times 101 \times 102 \times (103 - 99) \\
&= 1 \times 2 \times 3 \times 4 + 2 \times 3 \times 4 \times 5 - 1 \times 2 \times 3 \times 4 + 3 \times 4 \times 5 \times 6 - 2 \times 3 \times 4 \times 5 + \dots + 100 \times 101 \times 102 \times 103 - 99 \times 100 \times 101 \times 102 \\
&= 100 \times 101 \times 102 \times 103 = 106110600
\end{aligned}$$

$$\text{Vậy } N = 106110600 : 4 = 26527650$$

Bài 9: Tính nhanh

$$B = 1 \times 1 + 2 \times 2 + 3 \times 3 + \dots + 100 \times 100$$

Phân tích: Bài này thực ra là bài thuộc dạng bài 7 và 8 nhưng ta phải tìm cách đưa về dạng cơ bản trên. Ta có thể phân tích như sau:

$$\begin{aligned}
B &= 1 \times 1 + 2 \times 2 + 3 \times 3 + \dots + 100 \times 100 = 1 \times (2 - 1) + 2 \times (3 - 1) + 3 \times (4 - 1) + \dots + 100 \times (101 - 1) \\
&= 1 \times 2 - 1 + 2 \times 3 - 2 + 3 \times 4 - 3 + \dots + 100 \times 101 - 100 \\
&= (1 \times 2 + 2 \times 3 + \dots + 100 \times 101) - (1 + 2 + 3 + \dots + 100) = (100 \times 101 \times 102) : 3 - (101 \times 100 : 2) = 343400 - 5050 = 338350
\end{aligned}$$

** Kết luận 3: Với dạng bài có các số hạng là tích các số tự nhiên liên tiếp ta có thể làm như sau:*

- Số hạng thứ nhất nhân với n (trong đó n là số tự nhiên liền kề của thừa số lớn nhất trong tích).

- Số hạng thứ hai nhân với $(n + 1) - 1$

.....
VD: $1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 \dots$ ta làm như sau:

$$1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 \dots = 1 \times 2 \times 3 + 2 \times 3 \times (4 - 1) + 3 \times 4 \times (5 - 2)$$

NHÓM 4:

Bài 10: Tính nhanh.

$$\text{Tử số} = 2012 + 2011/2 + 2010/3 + \dots + 2/2011 + 1/2012$$

$$\text{Mẫu số} = 1/2 + 1/3 + 1/4 + \dots + 1/2012 + 1/2013$$

(Đề thi GVG trường TH Tân Lộc năm học 2013 - 2014)

Phân tích: Với bài này ta tìm cách đưa TS về dạng tích 2 thừa số trong đó có 1 thừa số chính là mẫu số. Ta có thể làm như sau:

$$\begin{aligned} TS &= (1 + 1 + \dots + 1) + 2011/2 + \dots + 2/2011 + 1/2012 \\ &\quad (2012 \text{ chữ số } 1) \\ &= (1 + 2011/2) + \dots + (1 + 2/2011) + (1 + 1/2012) + 1 \\ &= 2013/2 + \dots + 2013/2011 + 2013/2012 + 2013/2013 \\ &= 2013 \times (1/2 + \dots + 1/2011 + 1/2012 + 1/2013) \\ TS/MS &= 2013 \end{aligned}$$

Bài 11: Tính nhanh.

$$\begin{aligned} TS &= 1 + (1 + 2) + (1 + 2 + 3) + \dots + (1 + 2 + 3 + \dots + 2014) \\ MS &= 1 \times 2014 + 2 \times 2013 + \dots + 2013 \times 2 + 2014 \times 1 \end{aligned}$$

Phân tích: Với dạng bài ta nhận thấy ở TS có 2014 số 1; 2013 số 2 Vì vậy ta có thể giải như sau:

$$\begin{aligned} TS &= (1 + 1 + \dots + 1) + (2 + 2 + \dots + 2) + \dots + (2013 + 2013) + 2014 \\ &\quad (2014 \text{ chữ số } 1) \quad (2013 \text{ chữ số } 2) \\ &= 1 \times 2014 + 2 \times 2013 + \dots + 2013 \times 2 + 2014 \times 1 \\ \text{Vậy } TS/MS &= 1 \end{aligned}$$

Bài 12: Tính nhanh.

$$\begin{aligned} TS &= 1/51 + 1/52 + 1/53 + \dots + 1/100 \\ MS &= 1/1 \times 2 + 1/3 \times 4 + \dots + 1/99 \times 100 \end{aligned}$$

Phân tích: Với bài này ta có thể dùng cách thêm bớt để đưa MS về giống với TS. Ta có thể làm như sau:

$$\begin{aligned} MS &= 1/1 - 1/2 + 1/3 - 1/4 + \dots + 1/99 - 1/100 \\ &= (1 + 1/3 + \dots + 1/99) - (1/2 + 1/4 + \dots + 1/100) \\ &= (1 + 1/2 + 1/3 + 1/4 + \dots + 1/99 + 1/100) - (1/2 + 1/2 + 1/4 + 1/4 + 1/6 + 1/6 \dots + 1/100 + 1/100) \\ &= (1 + 1/2 + 1/3 + 1/4 + \dots + 1/99 + 1/100) - (1 + 1/2 + 1/3 + \dots + 1/100) = 1/51 + 1/52 + 1/53 + \dots + 1/100 \\ \text{Vậy } TS/MS &= 1 \end{aligned}$$

Bài 13: Tính nhanh.

$$\begin{aligned} TS &= 1 + 1/3 + 1/5 + \dots + 1/97 + 1/99 \\ MS &= 1/1 \times 99 + 1/3 \times 97 + \dots + 1/49 \times 51 \end{aligned}$$

Phân tích: Với dạng bài ta thấy tương tự như các bài trên ta tìm cách đưa TS và MS về tích 2 thừa số và có 1 thừa số chung. Ta có thể làm như sau:

$$\begin{aligned} TS &= (1 + 1/99) + (1/3 + 1/97) + \dots + (1/49 + 1/51) \\ &= 100/1 \times 99 + 100/3 \times 97 + \dots + 100/49 \times 51 \\ &= 100/ (1/1 \times 99 + 1/3 \times 97 + \dots + 1/49 \times 51) \\ \text{Vậy } TS/MS &= 100 \end{aligned}$$

Bài 14: Tính nhanh.

$$TS = 1/2 + 1/3 + 1/4 + \dots + 1/99 + 1/100$$

$$MS = 1/99 + 2/98 + \dots + 99/1$$

Phân tích: Với dạng bài ta phân tích MS như sau:

$$MS = (100 - 99)/99 + (100 - 98)/98 + \dots + (100 - 2)/2 + (100 - 1)/1$$

$$= 100/99 - 1 + 100/98 - 1 + \dots + 100/2 - 1 + 100/1 - 1$$

$$= 100/99 + 100/98 + \dots + 100/2 + 100/1 - 1 \times 99$$

$$= 100/99 + 100/98 + \dots + 100/2 + 1$$

$$= 100/99 + 100/98 + \dots + 100/2 + 100/100$$

$$= 100 \times (1/99 + 1/98 + \dots + 1/2 + 1/100)$$

$$= 100 \times (1/2 + 1/3 + \dots + 1/99 + 1/100)$$

$$\text{Vậy } TS/MS = 1/100$$

*** Kết luận:** Với các bài từ bài 10 đến bài 14 ta thấy giữa TS và MS luôn có mối quan hệ với nhau và ta tìm cách đưa TS hoặc MS về một thừa số giống nhau để giúp ta rút gọn và tính được giá trị của biểu thức.

Trên đây là một vài cách tính nhanh với những dạng bài cụ thể mà tôi đã nghiên cứu, tích lũy qua thời gian tự học, tự rèn luyện của bản thân. Rất mong nhận được sự góp ý, bổ sung của quý bạn đồng nghiệp để dạng toán tính nhanh trở thành dạng toán quen thuộc, dễ hiểu đối với mỗi GV chúng ta cũng như là cơ sở giúp chúng ta BDHSG ngày một hiệu quả hơn. Xin chân thành cảm ơn các bạn !

(Nguyễn Thị Bích Thủy - GV trường TH Hậu Lộc - Lộc Hà - Hà Tĩnh)

10.-GIẢI TOÁN VỀ CHUYỂN ĐỘNG CỦA VẬT CÓ CHIỀU DÀI ĐÁNG KỂ.

Toán chuyển động của vật có chiều dài đáng kể là dạng toán tuy không khó nhưng lại rất trừu tượng đối với học sinh. Để giúp học sinh dễ hiểu và tìm được cách giải đúng cho dạng toán này chúng ta sẽ cùng tìm hiểu qua một vài ví dụ sau nhé !

Bài 1: Bạn Nam ngồi trên chuyến tàu S1 đi từ Hà Nội vào Vinh. Khi ngồi trên tàu bạn Nam đã nhìn thấy một cái cột điện và con tàu mình đang ngồi đã vượt qua cái cột điện đó trong 10 giây với vận tốc 6 m/giây. Bạn Nam đã suy nghĩ là không biết đoàn tàu này có chiều dài bao nhiêu nhỉ ? Các em hãy tính dùm bạn Nam nhé !

Phân tích: Để đoàn tàu chạy qua một cái cột điện thì đoàn tàu phải chạy được một quãng đường đúng bằng chiều dài của chính nó. Vì vậy, muốn tính chiều dài của con tàu thì chúng ta lấy vận tốc của tàu nhân với thời gian con tàu chạy qua cột điện.

Bài giải:

Chiều dài của đoàn tàu là:

$$10 \times 6 = 60 \text{ (m)}$$

Đáp số: 60 m

Bài 2: Một chiếc tàu thủy chạy qua một cái cột mốc giữa biển trong 5 giây. Với vận tốc đó, chiếc tàu thủy này đã chui qua một chiếc cầu dài 165 m trong 1 phút. Tính vận tốc và chiều dài của chiếc tàu thủy đó ?

Phân tích: Tương tự bài 1, để chiếc tàu thủy vượt qua được cái cột mốc đó thì nó phải chạy được một quãng đường đúng bằng chiều dài của chính nó. Mặt khác, để vượt qua được một cây cầu thì con tàu phải chạy được một quãng đường đúng bằng tổng chiều dài của cây cầu và chiều dài của con tàu. Từ lập luận đó chúng ta sẽ tính được thời gian mà con tàu đi 165 m là bao nhiêu giây, từ đó chúng ta sẽ tính được vận tốc và chiều dài của con tàu.

Bài giải:

Thời gian tàu đi được đoạn đường dài 165 m là:

$$1 \text{ phút} - 5 \text{ giây} = 55 \text{ (giây)}$$

Vận tốc của con tàu là:

$$165 : 55 = 3 \text{ (m/giây)}$$

Chiều dài của con tàu là:

$$3 \times 5 = 15 \text{ (m)}$$

Đáp số: 3 m/giây; 15 m

Bài 3: Trên một đoạn đường quốc lộ chạy song song với đường tàu, một hành khách ngồi trên ô tô nhìn thấy đầu tàu chạy ngược chiều còn cách ô tô 250m và sau 11 giây thì đoàn tàu vượt qua mình. Hãy tính chiều dài của đoàn tàu, biết rằng vận tốc của ô tô là 36 km/giờ và vận tốc của đoàn tàu 54 km/giờ ?

Phân tích: Đây là bài toán chuyển động ngược chiều xuất phát từ 2 vị trí: một là đuôi tàu và hai là vị trí của ô tô còn cách tàu 250m. Sau 11 giây ô tô và đoàn tàu vượt qua nhau có nghĩa là trong 11 giây ô tô và đoàn tàu đã đi được một quãng đường đúng bằng tổng chiều dài của con tàu và 250 m.

Bài giải:

$$\text{Đổi: } 36 \text{ km/giờ} = 10 \text{ m/giây}$$

$$54 \text{ km/giờ} = 15 \text{ m/giây}$$

Quãng đường ô tô và tàu đi được trong 11 giây là:

$$11 \times (10 + 15) = 275 \text{ (m)}$$

Chiều dài con tàu là:

$$275 - 250 = 25 \text{ (m)}$$

Đáp số: 25 m

Bài 4: Một chiếc tàu thủy màu đỏ có chiều dài 20m chạy xuôi dòng. Cùng lúc đó một chiếc tàu thủy màu vàng có chiều dài 25m chạy ngược dòng với vận tốc bằng $\frac{2}{3}$ vận tốc tàu chạy xuôi dòng. Hai tàu lúc này đang cách nhau 180 m và người ta thấy sau 5 phút thì hai chiếc tàu vượt qua nhau. Tính vận tốc của mỗi tàu ?

Phân tích: Tương tự như bài 3 đây cũng là bài toán chuyển động ngược chiều xuất phát từ hai vị trí: một là đuôi tàu màu đỏ và hai là đuôi tàu màu vàng. Sau 5 phút hai tàu vượt qua nhau có nghĩa là trong 5 phút hai con tàu đã đi được một quãng đường đúng bằng tổng chiều dài của hai con tàu và 180 m. Từ lập luận đó chúng ta sẽ tìm được tổng vận tốc của hai tàu và chuyển bài toán về dạng “Tìm hai số khi biết tổng và tỉ số của hai số”.

Bài giải:

Quãng đường hai tàu đi được trong 1 phút là:

$$(20 + 25 + 180) : 5 = 45 \text{ (m)}$$

Vận tốc tàu xuôi dòng là:

$$45 : (3 + 2) \times 3 = 27 \text{ (m/ phút)}$$

Vận tốc tàu ngược dòng là:

$$45 - 27 = 18 \text{ (m/ phút)}$$

Đáp số: 27 m/ phút; 18 m/phút

Bài 5: Từ một vị trí X trên đường quốc lộ chạy song song với đường tàu, một người đi xe máy chạy với vận tốc 36 km/giờ và một người đi xe đạp với vận tốc 12 km/giờ và đi ngược chiều nhau. Tại thời điểm đó, từ một vị trí cách X 100m, một đoàn tàu dài 60m chạy cùng chiều với người đi xe đạp. Đoàn tàu vượt qua ô tô trong 6 giây. Tính vận tốc của đoàn tàu và cho biết sau bao lâu thì đoàn tàu đó vượt qua người đi xe đạp ?

Phân tích: Trong bài toán này có 3 vật đồng thời chuyển động trong đó đoàn tàu và xe máy là 2 vật chuyển động ngược chiều (tương tự bài 3 và 4); đoàn tàu và xe đạp là 2 vật chuyển động cùng chiều.

Lập luận như bài 4 ta sẽ tính được vận tốc của đoàn tàu. Sau khi tính được vận tốc của tàu, muốn tính sau bao lâu thì đoàn tàu đó vượt qua người đi xe đạp ta lấy khoảng cách giữa con tàu và xe đạp chia cho hiệu vận tốc của chúng. Lưu ý khoảng cách của tàu và xe đạp chính bằng tổng chiều dài của tàu và 100m.

Bài giải:

$$\text{Đổi } 36 \text{ km/giờ} = 10 \text{ m/giây}$$

$$12 \text{ km/giờ} = 10/3 \text{ m/giây}$$

Trong 1 giây cả tàu và xe máy đi được quãng đường là:

$$(100 + 60) : 6 = 80/3 \text{ (m)}$$

Vận tốc của đoàn tàu là:

$$80/3 - 10 = 50/3 \text{ (m/giây)}$$

$$50/3 \text{ m/giây} = 60 \text{ km/giờ}$$

Sau bao lâu thì đoàn tàu vượt qua người đi xe đạp là:

$$(100 + 60) : (50/3 - 10/3) = 12 \text{ (giây)}$$

Đáp số: 60 km/giờ; 12 giây

Một số bài luyện tập:

Bài 1: Người gác đường đứng nhìn một xe lửa đi qua mặt mình hết 12 giây. Với vận tốc đó xe lửa đi qua một cây cầu dài 450m thì hết 57 giây. Tính chiều dài và vận tốc của xe lửa ?

Bài 2: Một xe lửa dài 225m lướt qua một người đi xe đạp ngược chiều xe lửa trong 15 giây. Tính vận tốc của xe lửa biết rằng vận tốc xe đạp là 10,8 km/giờ ?

Bài 3: Một con tàu chạy qua cây cầu AB dài 297m hết 35 giây và chạy qua cây cầu CD dài 45m hết 17 giây. Tính vận tốc và chiều dài của con tàu ?

Bài 4: Một xe lửa vượt qua người thứ nhất đi xe đạp cùng chiều trong 24 giây và lướt qua người thứ hai đi ngược chiều trong 8 giây. Tính vận tốc và chiều dài của xe lửa biết rằng vận tốc của hai người đi xe đạp đều bằng 18 km/giờ ?

(Nguyễn Thị Bích Thủy - GV trường TH Hậu Lộc - Lộc Hà - Hà Tĩnh).

11-.BÀI TOÁN TÍNH TỔNG CỦA DÃY SỐ CÓ QUY LUẬT CÁCH ĐỀU.

Muốn tính tổng của một dãy số có quy luật cách đều chúng ta thường hướng dẫn học sinh tính theo các bước như sau:

Bước 1: Tính số số hạng có trong dãy: (Số hạng lớn nhất của dãy - số hạng bé nhất của dãy) : khoảng cách giữa hai số hạng liên tiếp trong dãy + 1

Bước 2: Tính tổng của dãy: (Số hạng lớn nhất của dãy + số hạng bé nhất của dãy) x số số hạng có trong dãy : 2

Trong quá trình BDHSG ta thấy các dạng bài liên quan đến bài toán tính tổng của dãy số có quy luật cách đều rất đa dạng và phong phú, đòi hỏi học sinh phải vận dụng một cách linh hoạt 2 bước giải trên. Sau đây tôi xin giới thiệu một vài ví dụ cho thấy sự vận dụng kiến thức cơ bản của dạng toán một cách linh hoạt trong từng bài toán cụ thể.

Ví dụ 1: Tính giá trị của A biết:

$$A = 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 2014.$$

Phân tích: Đây là dạng bài cơ bản trong dạng bài tính tổng của dãy số có quy luật cách đều, chúng ta hướng dẫn học sinh tính giá trị của A theo 2 bước cơ bản ở trên.

Bài giải

Dãy số trên có số số hạng là:

$$(2014 - 1) : 1 + 1 = 2014 \text{ (số hạng)}$$

Giá trị của A là:

$$(2014 + 1) \times 2014 : 2 = 2029105$$

Đáp số: 2029105

Ví dụ 2: Cho dãy số: 2; 4; 6; 8; 10; 12;

Tìm số hạng thứ 2014 của dãy số trên ?

Phân tích: Từ bước 1 học sinh sẽ tìm ra cách tìm số hạng lớn nhất trong dãy là: Số hạng lớn nhất = (Số số hạng trong dãy - 1) x khoảng cách giữa hai số hạng liên tiếp + số hạng bé nhất trong dãy.

Bài giải

Số hạng thứ 2014 của dãy số trên là:

$$(2014 - 1) \times 2 + 2 = 4028$$

Đáp số: 4028

Ví dụ 3: Tính tổng 50 số lẻ liên tiếp biết số lẻ lớn nhất trong dãy đó là 2013 ?

Phân tích: Từ bước 1 học sinh sẽ tìm ra cách tìm số hạng bé nhất trong dãy là: Số hạng bé nhất = Số hạng lớn nhất - (Số số hạng trong dãy - 1) x khoảng cách giữa hai số hạng liên tiếp. Từ đó học sinh sẽ dễ dàng tính được tổng theo yêu cầu của bài toán.

Bài giải

Số hạng bé nhất trong dãy số đó là:

$$2013 - (50 - 1) \times 2 = 1915$$

Tổng của 50 số lẻ cần tìm là

$$(2013 + 1915) \times 50 : 2 = 98200$$

Đáp số: 98200

Ví dụ 4: Một dãy phố có 15 nhà. Số nhà của 15 nhà đó được đánh là các số lẻ liên tiếp, biết tổng của 15 số nhà của dãy phố đó bằng 915. Hãy cho biết số nhà đầu tiên của dãy phố đó là số nào ?

Phân tích: Bài toán cho chúng ta biết số số hạng là 15, khoảng cách của 2 số hạng liên tiếp trong dãy là 2 và tổng của dãy số trên là 915. Từ bước 1 và 2 học sinh sẽ tính được hiệu và tổng của số nhà đầu và số nhà cuối. Từ đó ta hướng dẫn học sinh chuyển bài toán về dạng tìm số bé biết tổng và hiệu của hai số đó.

Bài giải

Hiệu giữa số nhà cuối và số nhà đầu là:

$$(15 - 1) \times 2 = 28$$

Tổng của số nhà cuối và số nhà đầu là:

$$915 \times 2 : 15 = 122$$

Số nhà đầu tiên trong dãy phố đó là:

$$(122 - 28) : 2 = 47$$

Đáp số: 47

Một số bài tự luyện:

Bài 1: Cho dãy số: 1; 4; 7; 10;; 2014.

a, Tính tổng của dãy số trên ?

b, Tìm số hạng thứ 99 của dãy ?

c, Số hạng 1995 có thuộc dãy số trên không ? Vì sao ?

Bài 2: Tìm TBC các số chẵn có 3 chữ số ?

Bài 3: Tính tổng 60 số chẵn liên tiếp biết số chẵn lớn nhất trong dãy đó là 2010 ?

Bài 4: Tính tổng 2014 số lẻ liên tiếp bắt đầu bằng số 1 ?

Bài 5: Tính tổng: $1 + 5 + 9 + 13 + \dots$ biết tổng trên có 100 số hạng ?

Bài 6: Một dãy phố có 20 nhà. Số nhà của 20 nhà đó được đánh là các số chẵn liên tiếp, biết tổng của 20 số nhà của dãy phố đó bằng 2000. Hãy cho biết số nhà cuối cùng trong dãy phố đó là số nào ?

Các bạn ạ ! Theo tôi trong quá trình dạy học chúng ta không nên cho học sinh một con đường mòn duy nhất mà hãy cho các em một định hướng về con đường đó để các em có thể tự hình thành và tìm cho mình con đường đi đúng và phù hợp nhất. Hãy giúp các em lấy cái bất biến để ứng cái vạn biến. Đó là điều mà chúng ta nên làm trong quá trình dạy học. Mong các đ/c đồng nghiệp thường xuyên trao đổi kinh nghiệm dạy học của mình trên diễn đàn này để chúng ta có nhiều cơ hội giao lưu, học hỏi lẫn nhau nhiều hơn và ngày một tiến bộ hơn về trình độ cũng như năng lực BDHSG.

(Nguyễn Thị Bích Thủy - GV TH Hậu Lộc - Lộc Hà - Hà Tĩnh)

12.-CÁCH TÌM SỐ MẶT HÌNH LẬP PHƯƠNG NHỎ ĐƯỢC SƠN 1; 2; 3 MẶT CỦA HÌNH HỘP CHỮ NHẬT hoặc HÌNH LẬP PHƯƠNG.

Trong nội dung BDHSG giải Toán qua mạng tôi nhận thấy nội dung bài tập tìm số mặt hình lập phương nhỏ được sơn 1 mặt, 2 mặt, 3 mặt hay không sơn mặt nào xuất hiện khá nhiều. Với nội dung này đối với những giáo viên mới được làm quen dạng bài tập này tôi thấy hầu hết các đ/c đều lúng túng khi hướng dẫn cho học sinh cách tìm ra đáp số. Vì vậy, tôi xin phép được chia sẻ cùng các bạn cách tìm ra đáp số của dạng bài tập này qua một vài ví dụ sau.

VD1: Người ta xếp những hình lập phương nhỏ cạnh 1cm thành một hình hộp chữ nhật có kích thước dài, rộng, cao lần lượt là 1,5dm; 1,1dm; 9dm, sau đó người ta sơn các mặt ngoài của hình hộp chữ nhật vừa xếp được. Hỏi có bao nhiêu hình lập phương nhỏ được sơn 1 mặt, 2 mặt, 3 mặt và có bao nhiêu hình lập phương nhỏ không được sơn mặt nào ?

Cách tìm:

Bước 1: Ta lấy các số đo chiều dài, chiều rộng, chiều cao trừ đi 2 đơn vị.

Bước 2: Tính số lượng hình lập phương nhỏ được sơn 1 mặt bằng cách tính diện tích toàn phần của hình hộp chữ nhật.

Bước 3: Tính số lượng hình lập phương nhỏ được sơn 2 mặt bằng cách lấy (dài + rộng + cao) x 4.

Bước 4: Số lượng hình lập phương nhỏ được sơn 3 mặt luôn là 8 mặt.

Bước 5: Tính số lượng hình lập phương nhỏ không được sơn mặt nào chính là tính thể tích của hình hộp chữ nhật.

*** Lưu ý: Ở bước 2; 3; 4; 5 ta áp dụng công thức tính với số đo chiều dài, chiều rộng, chiều cao đã được trừ đi 2 đơn vị.**

Bài giải:

Đổi: $1,5\text{dm} = 15\text{cm}$

$1,1\text{dm} = 11\text{cm}$

$9\text{dm} = 90\text{cm}$

Ta có: $15 - 2 = 13$; $11 - 2 = 9$; $90 - 2 = 88$

Số hình lập phương nhỏ được sơn 1 mặt là:

$(13 + 9) \times 2 \times 88 + (13 \times 9) \times 2 = 4106$ (hình)

Số hình lập phương nhỏ được sơn 2 mặt là:

$(13 + 9 + 88) \times 4 = 440$ (hình)

Số hình lập phương nhỏ được sơn 3 mặt là: 8 hình

Số hình lập phương nhỏ không được sơn mặt nào là:

$13 \times 9 \times 88 = 10296$ (hình)

Đáp số: Sơn 1 mặt: 4106 hình

Sơn 2 mặt: 440 hình

Sơn 3 mặt: 8 hình

Không sơn mặt nào: 10296 hình

VD2: Người ta xếp những hình lập phương nhỏ cạnh 1cm thành một hình lập phương lớn cạnh dài 2,1dm, sau đó người ta sơn các mặt ngoài của hình lập phương vừa xếp được. Hỏi có bao nhiêu hình lập phương nhỏ được sơn 1 mặt, 2 mặt, 3 mặt và có bao nhiêu hình lập phương nhỏ không được sơn mặt nào ?

Cách tìm:

Bước 1: Ta lấy số đo cạnh hình lập phương trừ đi 2 đơn vị.

Bước 2: Tính số lượng hình lập phương nhỏ được sơn 1 mặt bằng cách tính diện tích toàn phần của hình lập phương.

Bước 3: Tính số lượng hình lập phương nhỏ được sơn 2 mặt bằng cách lấy cạnh x 12.

Bước 4: Số lượng hình lập phương nhỏ được sơn 3 mặt luôn là 8 mặt.

Bước 5: Tính số lượng hình lập phương nhỏ không được sơn mặt nào chính là tính thể tích của hình lập phương.

*** Lưu ý: Ở bước 2; 3; 4; 5 ta áp dụng công thức tính với số đo cạnh hình lập phương đã được trừ đi 2 đơn vị.**

Bài giải:

Đổi: $2,1\text{dm} = 21\text{cm}$

Ta có: $21 - 2 = 19$

Số hình lập phương nhỏ được sơn 1 mặt là:

$(19 \times 19) \times 6 = 2166$ (hình)

Số hình lập phương nhỏ được sơn 2 mặt là:

$$19 \times 12 = 228 \text{ (hình)}$$

Số hình lập phương nhỏ được sơn 3 mặt là: 8 hình

Số hình lập phương nhỏ không được sơn mặt nào là:

$$19 \times 19 \times 19 = 6859 \text{ (hình)}$$

Đáp số: Sơn 1 mặt: 2166 hình

Sơn 2 mặt: 228 hình

Sơn 3 mặt: 8 hình

Không sơn mặt nào: 6859 hình

Mong nhận được nhiều sự góp ý chân thành của quý bạn đồng nghiệp. Tôi xin chân thành cảm ơn !

(Nguyễn Thị Bích Thủy - GV Trường TH Hậu Lộc - Lộc Hà - Hà Tĩnh)

13.-SỬ DỤNG PHƯƠNG PHÁP DÙNG ĐƠN VỊ QUY ƯỚC ĐỂ GIẢI MỘT SỐ BÀI TOÁN VỀ CÔNG VIỆC CHUNG.

Toán về công việc chung là một trong những dạng toán quen thuộc trong chương trình nâng cao của Toán 4, 5. Đây là một trong những dạng toán khó đối với học sinh. Trong quá trình bồi dưỡng học sinh giỏi tôi đã cố gắng tìm tòi, nghiên cứu và tôi thấy sử dụng phương pháp dùng đơn vị quy ước (quy ước công việc cần phải hoàn thành là 1 đơn vị) để hướng dẫn học sinh giải dạng toán này thực sự có hiệu quả. Vì vậy, tôi muốn được chia sẻ cùng các bạn qua một vài ví dụ sau:

Bài 1: Hai người cùng làm một công việc thì sẽ hoàn thành công việc đó sau 6 giờ. Nếu người thứ nhất làm một mình công việc đó thì sẽ hoàn thành sau 10 giờ. Hỏi nếu người thứ hai làm một mình thì sau bao lâu sẽ hoàn thành công việc đó ?

Phân tích: Muốn biết người thứ hai làm một mình công việc đó thì sẽ hoàn thành trong mấy giờ chúng ta sẽ hướng dẫn học sinh tìm xem 1 giờ người thứ hai làm được mấy phần công việc ? Từ đó học sinh sẽ tìm được số giờ người thứ hai cần để hoàn thành công việc đó bằng cách lấy 1 phần công việc đã được quy ước chia cho số phần công việc mà người thứ hai làm trong 1 giờ.

Bài giải:

1 giờ cả hai người làm được số phần công việc là:

$$1 : 6 = 1/6 \text{ (công việc)}$$

1 giờ người thứ nhất làm được số phần công việc là:

$$1 : 10 = 1/10 \text{ (công việc)}$$

1 giờ người thứ hai làm được số phần công việc là:

$$1/6 - 1/10 = 1/15 \text{ (công việc)}$$

Người thứ hai hoàn thành công việc đó trong số giờ là:

$$1 : 1/15 = 15 \text{ (giờ)}$$

Đáp số: 15 giờ

Bài 2: Một cái bể không có nước, nếu người ta chỉ mở vòi thứ nhất thì sau 5 giờ sẽ đầy bể, nếu chỉ mở vòi thứ hai thì sau 10 giờ sẽ đầy bể. Hỏi nếu mở cả hai vòi cùng một lúc thì sau bao lâu cái bể đó sẽ đầy nước ?

Phân tích: Muốn biết cả hai vòi mở cùng một lúc sau bao lâu sẽ đầy bể thì tương tự như bài 1 chúng ta hướng dẫn học sinh tính xem 1 giờ cả hai vòi chảy được mấy phần bể? Từ đó học sinh sẽ tìm được số giờ để cả 2 vòi chảy đầy bể.

Bài giải:

1 giờ vòi thứ nhất chảy được số phần bể là:

$$1 : 5 = 1/5 \text{ (bể)}$$

1 giờ vòi thứ hai chảy được số phần bể là:

$$1 : 10 = 1/10 \text{ (bể)}$$

1 giờ cả hai vòi chảy được số phần bể là:

$$1/5 + 1/10 = 3/10 \text{ (bể)}$$

Sau bao lâu cả hai vòi cùng chảy đầy bể nước đó là:

$$1 : 3/10 = 10/3 \text{ (giờ)}$$

Đáp số: 10/3 giờ

Bài 3: Để đào xong một đoạn đường 3 người phải làm trong một tuần lễ. Nếu chỉ có người thứ nhất đào thì sau 21 ngày mới hoàn thành công việc còn nếu chỉ có người thứ hai đào thì sau 24 ngày sẽ hoàn thành công việc. Hỏi nếu chỉ có người thứ ba đào thì sau bao lâu mới đào xong đoạn đường đó ?

Phân tích: Để biết sau bao lâu người thứ ba đào xong đoạn đường đó chúng ta hướng dẫn học sinh tính 1 ngày người thứ ba đào được bao nhiêu phần đoạn đường. Từ đó học sinh sẽ tính được số ngày mà người thứ ba cần để đào xong đoạn đường.

Bài giải:

Ta có: 1 tuần lễ = 7 ngày

1 ngày cả 3 người đào được số phần đường là:

$$1 : 7 = 1/7 \text{ (đoạn đường)}$$

1 ngày người thứ nhất đào được số phần đường là:

$$1 : 21 = 1/21 \text{ (đoạn đường)}$$

1 ngày người thứ hai đào được số phần đường là:

$$1 : 24 = 1/24 \text{ (đoạn đường)}$$

1 ngày người thứ ba đào được số phần đường là:

$$1/7 - (1/21 + 1/24) = 3/56 \text{ (đoạn đường)}$$

Nếu làm một mình người thứ ba sẽ đào xong đoạn đường đó sau số ngày là:

1 : $3/56 = 56/3$ (ngày)

Đáp số: 56/3 ngày

Bài 4: Lớp 5E có 4 tổ. Để làm vệ sinh khu vực tự quản của lớp cô Thủy đã phân công như sau: Thứ 2 tổ 1; 2; 3 cùng làm và cô thấy sau 12 phút các bạn đã hoàn thành công việc; Thứ 3 tổ 2; 3; 4 cùng làm và sau 20 phút các bạn đã hoàn thành công việc; Thứ 4 tổ 1; 3; 4 cùng làm và sau 15 phút các bạn đã hoàn thành công việc. Hôm nay thứ 5 nhà trường có đón đoàn kiểm tra của phòng GD&ĐT nên cô Thủy muốn khu vực vệ sinh tự quản của lớp được sạch sẽ và hoàn thành sớm hơn mọi ngày nên cô quyết định điều cả 4 tổ cùng xuống làm. Vậy theo em sau bao lâu thì lớp 5E sẽ hoàn thành công việc vệ sinh của mình ?

Phân tích: Để tính được lớp 5E hoàn thành công việc vệ sinh sau bao lâu chúng ta hướng dẫn học sinh tính xem trong 1 phút cả 4 tổ sẽ làm được mấy phần công việc từ đó học sinh sẽ dễ dàng tính được thời gian theo yêu cầu của bài tập.

Bài giải:

1 phút tổ 1; 2; 3 làm được số phần khu vực vệ sinh tự quản là:

$$1 : 12 = 1/12 \text{ (khu vực tự quản)}$$

1 phút tổ 2; 3; 4 làm được số phần khu vực vệ sinh tự quản là:

$$1 : 20 = 1/20 \text{ (khu vực tự quản)}$$

1 phút tổ 1; 3; 4 làm được số phần khu vực vệ sinh tự quản là:

$$1 : 15 = 1/15 \text{ (khu vực tự quản)}$$

1 phút cả 4 tổ làm được số phần khu vực vệ sinh tự quản là:

$$(1/12 + 1/20 + 1/15) : 2 = 1/10 \text{ (khu vực tự quản)}$$

Lớp 5E sẽ hoàn thành công tác vệ sinh khu vực tự quản sau bao lâu là:

$$1 : 1/10 = 10 \text{ (phút)}$$

Đáp số: 10 phút

Bài 5: Mẹ mua cho hai chị em Lan một gói bánh. Nếu chỉ mình Lan ăn thì sau 10 ngày mới hết gói bánh đó còn nếu chỉ mình em của Lan ăn thì sau 15 ngày mới hết gói bánh đó. Nhưng vì Lan có việc phải về bà ngoại nên em của Lan đã ăn trước gói bánh đó trong 5 ngày, sau đó Lan về và hai chị em cùng ăn. Em của Lan có hỏi chị: Chị ơi ! Bây giờ chị đã về rồi hai chị em mình cùng ăn tiếp gói bánh mẹ mua cho nhé, nhưng nếu ăn cùng thì sau mấy ngày nữa sẽ hết bánh hả chị ? Em hãy giúp Lan trả lời cho em của Lan nhé !

Phân tích: Để trả lời câu hỏi đó cho em của Lan chúng ta cần hướng dẫn học sinh tính xem khi Lan từ nhà bà ngoại về thì số bánh còn lại chưa ăn là bao nhiêu phần? Sau đó muốn tính xem hai chị em sẽ ăn hết gói bánh đó trong bao nhiêu ngày nữa thì chúng ta lấy số phần bánh còn lại chưa ăn chia cho tổng số phần bánh mà hai chị em ăn hết trong một ngày.

Bài giải:

1 ngày Lan ăn hết số phần gói bánh là:

$$1 : 10 = 1/10 \text{ (gói bánh)}$$

1 ngày em của Lan ăn hết số phần gói bánh là:

$$1 : 15 = 1/15 \text{ (gói bánh)}$$

1 ngày cả hai chị em ăn hết số phần gói bánh là:

$$1/10 + 1/15 = 1/6(\text{gói bánh})$$

Sau 5 ngày em của Lan ăn hết số phần gói bánh là:

$$1/15 \times 5 = 1/3 (\text{gói bánh})$$

Số phần gói bánh còn lại khi Lan từ nhà bà ngoại về là:

$$1 - 1/3 = 2/3 (\text{gói bánh})$$

Hai chị em Lan ăn hết gói bánh đó sau mấy ngày nữa là:

$$2/3 : 1/6 = 4 (\text{ngày})$$

Đáp số: 4 ngày

Bài 6: Để làm xong một bộ bàn ghế nếu chỉ có người thứ nhất làm thì trong 15 ngày sẽ hoàn thành còn chỉ có người thứ hai làm thì trong 20 ngày mới hoàn thành. Lúc đầu chỉ có người thứ nhất làm, sau 8 ngày thì người thứ nhất có việc bận phải nghỉ làm nên người thứ hai đã đến làm thay phần việc còn lại. Hỏi sau bao lâu nữa thì người thứ hai mới hoàn thành bộ bàn ghế đó ?

Phân tích: Tương tự bài 4, chúng ta cần hướng dẫn học sinh tìm được số phần việc còn lại mà người thứ hai phải làm thay là bao nhiêu phần ? Từ đó học sinh sẽ tính được số ngày mà người thứ hai cần để hoàn thành bộ bàn ghế đó.

Bài giải:

1 ngày người thứ nhất làm được số phần công việc là:

$$1 : 15 = 1/15 (\text{bộ bàn ghế})$$

1 ngày người thứ hai làm được số phần công việc là:

$$1 : 20 = 1/20 (\text{bộ bàn ghế})$$

8 ngày người thứ nhất làm được số phần công việc là:

$$1/15 \times 8 = 8/15 (\text{bộ bàn ghế})$$

Số phần công việc còn lại mà người thứ hai phải hoàn thành là:

$$1 - 8/15 = 7/15 (\text{bộ bàn ghế})$$

Sau bao lâu người thứ hai làm xong bộ bàn ghế đó là:

$$7/15 : 1/20 = 28/3 (\text{ngày})$$

Đáp số: 28/3 ngày

Bài 7: Để bơm cạn nước của một cái hồ người ta dùng hai máy bơm cùng bơm. Sau khi bơm được 2 giờ thì máy bơm thứ nhất bị hỏng chỉ còn lại máy bơm thứ 2 tiếp tục bơm. Hỏi sau bao lâu nữa máy bơm thứ hai sẽ bơm cạn nước ở trong hồ biết rằng nếu chỉ dùng một mình máy bơm thứ nhất thì sau 7 giờ hồ sẽ cạn nước còn nếu chỉ dùng máy bơm thứ hai thì sau 5 giờ hồ mới cạn nước ?

Phân tích: Muốn tính được sau bao lâu nữa máy bơm thứ hai sẽ bơm cạn nước ở trong hồ thì chúng ta phải tính được số phần nước còn lại sau khi hai máy đã cùng bơm trong 2 giờ. Từ đó học sinh sẽ tính được thời gian mà máy thứ hai cần để bơm hết số nước còn lại trong hồ.

Bài giải:

1 giờ máy bơm thứ nhất bơm được số phần hồ nước là:

$$1 : 7 = 1/7 \text{ (hồ nước)}$$

1 giờ máy bơm thứ hai bơm được số phần hồ nước là:

$$1 : 5 = 1/5 \text{ (hồ nước)}$$

1 giờ cả hai máy bơm được số phần hồ nước là:

$$1/7 + 1/5 = 12/35 \text{ (hồ nước)}$$

2 giờ cả hai máy bơm được số phần hồ nước là:

$$2 \times 12/35 = 24/35 \text{ (hồ nước)}$$

Số phần hồ nước còn lại mà máy bơm thứ hai phải bơm hết là:

$$1 - 24/35 = 11/35 \text{ (hồ nước)}$$

Thời gian cần có để máy bơm thứ hai bơm cạn phần nước còn lại trong hồ là:

$$11/35 : 1/5 = 11/7 \text{ (giờ)}$$

Đáp số: 11/7 (giờ)

Bài 8: Để sơn một ngôi nhà ba người cùng làm thì sau 10 ngày sẽ xong. Nếu chỉ có người thứ nhất làm thì sau 25 ngày sẽ xong còn nếu chỉ có người thứ hai làm thì sau 30 ngày sẽ xong. Nhưng thực tế người thứ ba đã đến làm trước 5 ngày rồi nghỉ sau đó người thứ nhất và thứ hai đã cùng đến làm. Hỏi sau bao lâu thì hai người đó sẽ sơn xong ngôi nhà ?

Phân tích: Để tính được sau bao lâu người thứ nhất và người thứ hai sơn xong ngôi nhà đó thì chúng ta cần tính được số phần công việc còn lại sau khi người thứ ba đã làm trong 5 ngày là bao nhiêu. Sau đó lấy số phần công việc còn lại đó chia cho tổng số phần công việc mà người thứ nhất và người thứ hai làm được trong một ngày.

Bài giải:

1 ngày cả ba người làm được số phần công việc là:

$$1 : 10 = 1/10 \text{ (công việc)}$$

1 ngày người thứ nhất làm được số phần công việc là:

$$1 : 25 = 1/25 \text{ (công việc)}$$

1 ngày người thứ hai làm được số phần công việc là:

$$1 : 30 = 1/30 \text{ (công việc)}$$

1 ngày người thứ nhất và người thứ hai làm được số phần công việc là:

$$1/25 + 1/30 = 11/150 \text{ (công việc)}$$

1 ngày người thứ ba làm được số phần công việc là:

$$1/10 - 11/150 = 2/75 \text{ (công việc)}$$

5 ngày người thứ ba làm được số phần công việc là:

$$2/75 \times 5 = 2/15 \text{ (công việc)}$$

Số phần công việc còn lại mà người thứ nhất và người thứ hai phải làm là:

$$1 - 2/15 = 13/15 \text{ (công việc)}$$

Sau bao lâu người thứ nhất và người thứ hai sơn xong ngôi nhà đó là:

$$13/15 : 11/150 = 130/11 \text{ (ngày)}$$

Đáp số: 130/11 ngày

Bài 9: Hai người cùng làm một công việc thì sau 6 ngày sẽ xong. Hai người cùng làm được 2 ngày thì người thứ nhất nghỉ, người thứ hai phải làm tiếp trong 10 ngày nữa mới xong phần công việc đó. Hỏi nếu làm một mình thì mỗi người phải mất bao nhiêu ngày mới làm xong công việc đó ?

Phân tích: Ngược lại với các bài trên muốn tìm được thời gian mà mỗi người làm một mình để hoàn thành công việc đó trước hết chúng ta hướng dẫn học sinh phải tính được số phần công việc còn lại mà người thứ hai làm trong 10 ngày là bao nhiêu phần? Từ đó học sinh sẽ tính được số ngày mà người thứ hai làm một mình để hoàn thành công việc đó. Khi biết được số ngày người thứ hai học sinh sẽ tính được số ngày của người thứ nhất cần có để hoàn thành công việc đó khi làm một mình.

Bài giải:

1 ngày cả hai người làm được số phần công việc là:

$$1 : 6 = 1/6 \text{ (công việc)}$$

2 ngày cả hai người làm được số phần công việc là:

$$1/6 \times 2 = 1/3 \text{ (công việc)}$$

Số phần công việc còn lại mà người thứ hai làm trong 10 ngày là:

$$1 - 1/3 = 2/3 \text{ (công việc)}$$

Nếu làm một mình thì người thứ hai hoàn thành công việc đó trong số ngày là:

$$10 : 2/3 = 15 \text{ (ngày)}$$

1 ngày người thứ hai làm được số phần công việc là:

$$1 : 15 = 1/15 \text{ (công việc)}$$

1 ngày người thứ nhất sẽ làm được số phần công việc là:

$$1/6 - 1/15 = 1/10 \text{ (công việc)}$$

Người thứ hai hoàn thành công việc đó nếu làm một mình trong số ngày là:

$$1 : 1/10 = 10 \text{ (ngày)}$$

Đáp số: 10 ngày

Một số bài tập tự luyện:

Bài 1: Một đội xe có 3 chiếc xe. Để vận chuyển hết số gạo có trong kho thì cả 3 xe phải chạy trong 10 ngày. Nếu chỉ có xe thứ nhất vận chuyển thì sau 25 ngày mới chuyển hết số gạo trong kho còn nếu chỉ có xe thứ hai vận chuyển thì sau 21 ngày xe đó mới chuyển hết số gạo trong kho. Hỏi nếu mình xe thứ ba vận chuyển thì sau bao nhiêu ngày sẽ hoàn thành nhiệm vụ ?

Bài 2: Có một cái bể có hai cái vòi đặt ở đáy bể. Nếu bể không có nước người ta mở vòi thứ nhất chảy vào thì sau 4 giờ sẽ đầy bể còn nếu bể đó đầy nước người ta mở vòi thứ hai cho chảy ra thì sau 6 giờ bể sẽ cạn nước. Hỏi nếu như bể cạn người ta mở đồng thời hai vòi cùng một lúc thì sau bao lâu bể sẽ đầy nước.

Bài 3: Một chiếc xe tải khởi hành từ A lúc 6 giờ và đến B lúc 10 giờ 40 phút. Một chiếc xe con khởi hành từ B lúc 6 giờ 20 phút và đến A lúc 9 giờ 40 phút. Hỏi hai xe gặp nhau lúc mấy giờ ?

14. GIẢI TOÁN CHUYỂN ĐỘNG ĐỒNG HỒ NHƯ THẾ NÀO ?

Toán chuyển động đồng hồ là dạng toán gây ra nhiều lúng túng cho học sinh và cả một bộ phận không nhỏ giáo viên trong quá trình giảng dạy và học tập. Đây là bài toán khá trừu tượng và khó hiểu đặc biệt là ở 2 dạng bài: Hai kim vuông góc; Hai kim thẳng hàng với nhau.

Để khắc phục sự lúng túng đó tôi xin trao đổi cùng các bạn một số mẹo khi giải dạng toán này như sau:

Dạng 1: Hai kim trùng khít lên nhau.

Cách giải: Muốn biết được ít nhất sau bao lâu kim phút lại trùng lên kim giờ ta làm như sau:

Khoảng cách giữa 2 kim : Hiệu vận tốc giữa kim phút và kim giờ

Ví dụ: Bây giờ là 7 giờ. Hỏi ít nhất sau bao lâu kim phút lại trùng lên kim giờ ?

Bài giải:

Trong một thời gian kim phút đi được 1 vòng đồng hồ thì kim giờ sẽ đi được $\frac{1}{12}$ vòng đồng hồ. Vậy hiệu vận tốc giữa kim phút và kim giờ là:

$$1 - \frac{1}{12} = \frac{11}{12} \text{ (vòng đồng hồ)}$$

Lúc 7 giờ kim giờ cách kim phút $\frac{7}{12}$ vòng đồng hồ.

Sau ít nhất bao lâu kim phút lại trùng lên kim giờ là:

$$\frac{7}{12} : \frac{11}{12} = \frac{7}{11} \text{ (giờ)}$$

Đáp số: $\frac{7}{11}$ (giờ)

Dạng 2: Hai kim vuông góc với nhau.

Cách giải: Muốn biết được sau ít nhất bao lâu hai kim vuông góc với nhau ta làm như sau: (có 2 trường hợp xảy ra)

Trường hợp 1: Khoảng cách giữa 2 kim nhỏ hơn hoặc bằng $\frac{1}{4}$ vòng đồng hồ.
(Khoảng cách giữa 2 kim + $\frac{1}{4}$) : Hiệu vận tốc giữa kim phút và kim giờ

Ví dụ: Bây giờ là 3 giờ. Hỏi ít nhất sau bao lâu kim phút lại vuông góc với kim giờ ?

Bài giải:

Trong một thời gian kim phút đi được 1 vòng đồng hồ thì kim giờ sẽ đi được $\frac{1}{12}$ vòng đồng hồ. Vậy hiệu vận tốc giữa kim phút và kim giờ là:

$$1 - \frac{1}{12} = \frac{11}{12} \text{ (vòng đồng hồ)}$$

Lúc 3 giờ kim giờ cách kim phút $\frac{1}{4}$ vòng đồng hồ.

Sau ít nhất bao lâu kim phút lại vuông góc với kim giờ là:

$$(1/4 + 1/4) : 11/12 = 6/11 \text{ (giờ)}$$

Đáp số: 6/11 (giờ)

Trường hợp 2: Khoảng cách giữa 2 kim lớn hơn 1/4 vòng đồng hồ.
(Khoảng cách giữa 2 kim $- 1/4$) : Hiệu vận tốc giữa kim phút và kim giờ

Ví dụ: Bây giờ là 5 giờ. Hỏi sau ít nhất bao lâu kim phút vuông góc với kim giờ ?

Bài giải:

Trong một thời gian kim phút đi được 1 vòng đồng hồ thì kim giờ sẽ đi được 1/12 vòng đồng hồ. Vậy hiệu vận tốc giữa kim phút và kim giờ là:

$$1 - 1/12 = 11/12 \text{ (vòng đồng hồ)}$$

Lúc 5 giờ kim giờ cách kim phút $5/12$ vòng đồng hồ.

Sau ít nhất bao lâu kim phút vuông góc với kim giờ là:

$$(5/12 - 1/4) : 11/12 = 2/11 \text{ (giờ)}$$

Đáp số: 2/11 (giờ)

Dạng 3: Hai kim thẳng hàng với nhau.

Cách giải: Muốn biết được sau ít nhất bao lâu hai kim thẳng hàng với nhau ta làm như sau: (có 2 trường hợp xảy ra)

Trường hợp 1: Khoảng cách giữa 2 kim nhỏ hơn hoặc bằng 1/2 vòng đồng hồ.
(Khoảng cách giữa 2 kim $+ 1/2$) : Hiệu vận tốc giữa kim phút và kim giờ

Ví dụ: Bây giờ là 4 giờ. Hỏi sau ít nhất bao lâu hai kim tạo thành một đường thẳng ?

Bài giải:

Trong một thời gian kim phút đi được 1 vòng đồng hồ thì kim giờ sẽ đi được 1/12 vòng đồng hồ. Vậy hiệu vận tốc giữa kim phút và kim giờ là:

$$1 - 1/12 = 11/12 \text{ (vòng đồng hồ)}$$

Lúc 4 giờ kim giờ cách kim phút $1/3$ vòng đồng hồ.

Sau ít nhất bao lâu hai kim tạo thành một đường thẳng là:

$$(1/3 + 1/2) : 11/12 = 10/11 \text{ (giờ)}$$

Đáp số: 10/11 (giờ)

Trường hợp 2: Khoảng cách giữa 2 kim lớn hơn 1/2 vòng đồng hồ.
(Khoảng cách giữa 2 kim $- 1/2$) : Hiệu vận tốc giữa kim phút và kim giờ

Ví dụ: Bây giờ là 10 giờ. Hỏi sau ít nhất bao lâu kim phút thẳng hàng với kim giờ ?

Bài giải:

Trong một thời gian kim phút đi được 1 vòng đồng hồ thì kim giờ sẽ đi được 1/12 vòng đồng hồ. Vậy hiệu vận tốc giữa kim phút và kim giờ là:

1 - $\frac{1}{12} = \frac{11}{12}$ (vòng đồng hồ)

Lúc 10 giờ kim giờ cách kim phút $\frac{5}{6}$ vòng đồng hồ.

Sau ít nhất bao lâu kim phút thẳng hàng với kim giờ là:

$$\left(\frac{5}{6} - \frac{1}{2} \right) : \frac{11}{12} = \frac{4}{11} \text{ (giờ)}$$

Đáp số: $\frac{4}{11}$ (giờ)

Một số bài luyện tập:

Bài 1: Bây giờ là 2 giờ. Hỏi sau ít nhất bao lâu kim phút lại trùng lên kim giờ ?

Bài 2: Bây giờ là 1 giờ. Hỏi sau ít nhất bao lâu kim phút vuông góc với kim giờ ?

Bài 3: Bây giờ là 11 giờ. Hỏi sau ít nhất bao lâu kim phút sẽ vuông góc với kim giờ ?

Bài 4: Bây giờ là 4 giờ 30 phút. Hỏi sau ít nhất bao lâu kim phút thẳng hàng với kim giờ ?

Bài 5: Bây giờ là 8 giờ 12 phút. Hỏi sau ít nhất bao lâu kim phút và kim giờ nằm trên một đường thẳng ?