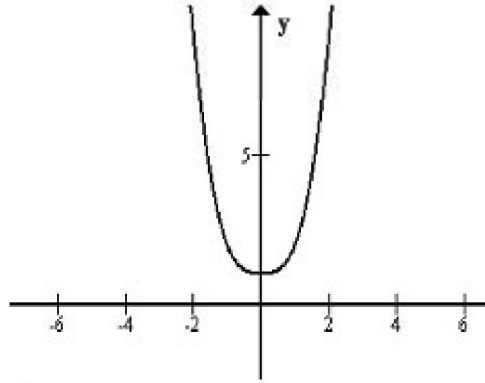


ĐỀ SỐ 3**Câu 1:**

Hình vẽ trên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

- A.** $y = x^2 + 1$ **B.** $y = x^4 + 2x^2 + 1$ **C.** $y = x^2 + 2|x| + 1$ **D.** $y = |x^3| + 1$

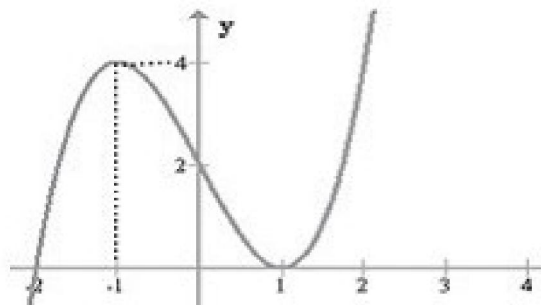
Câu 2: Khẳng định nào sau đây sai?

- A.** Hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + x + 2017$ không có cực trị
B. Hàm số $y = |x|$ có cực trị
C. Hàm số $y = \sqrt[3]{x^2}$ không có cực trị
D. Hàm số $y = \frac{1}{x^2}$ có đồng biến, nghịch biến trong từng khoảng nhưng không có cực trị

Câu 3: Tìm số thực để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2kx^2 + k$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác nhận điểm $G\left(0; \frac{1}{3}\right)$ làm trọng tâm?

- A.** $k = 1; k = \frac{1}{3}$ **B.** $k = -1; k = \frac{1}{2}$ **C.** $k = \frac{1}{2}; k = 1$ **D.** $k = -1; k = \frac{1}{3}$

Câu 4: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị (C) tiếp xúc với trục hoành như hình vẽ.



Phương trình nào dưới đây là phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm uốn của nó?

- A.** $y = 3x + 2$ **B.** $y = -3x + 2$ **C.** $y = -2x + 2$ **D.** $y = -x + 2$

Câu 5: Xét đồ thị (C) của hàm số $y = \left| \frac{x-2}{x-1} \right|$. Khẳng định nào sau đây sai?

- A.** Đồ thị cắt tiệm cận tại một điểm. **B.** Hàm số giảm trong khoảng (1; 2)
C. Đồ thị (C) có 3 đường tiệm cận. **D.** Hàm số có một cực trị.

Câu 6: Cho hàm số $y = \sin^2 x$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $2y' + y'' = \sqrt{2}\cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$

B. $2y' + y' \cdot \tan x = 0$

C. $4y - y'' = 2$

D. $4y - y'' = 2$

Câu 7: Nhà xe khoán cho hai tài xế ta-xi An và Bình mỗi người lần lượt nhận 32 lít và 72 lít xăng. Hỏi tổng số ngày ít nhất là bao nhiêu để hai tài xế chạy tiêu thụ hết số xăng của mình được khoán, biết rằng bắt buộc hai tài xế cùng chạy trong ngày (không có người nghỉ người chạy) và cho chi tiêu một ngày hai tài xế chỉ chạy đủ hết 10 lít xăng?

A. 20 ngày

B. 15 ngày

C. 10 ngày

D. 25 ngày

Câu 8: Giá trị tham số thực k nào sau đây để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3kx^2 + 4$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt.

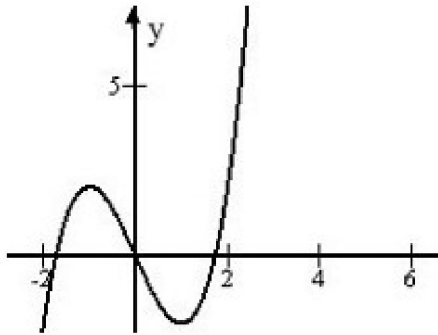
A. $-1 < k < 1$

B. $k > 1$

C. $k < 1$

D. $k \geq 1$

Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ nhận gốc tọa độ làm tâm đối xứng như hình vẽ bên



Khẳng định nào sau đây SAI?

A. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có ba điểm cực trị.

B. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ nhận trục tung làm trục đối xứng.

C. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục hoành tại 4 điểm.

D. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có hai điểm uốn.

Câu 10: Cho hàm số $y = \frac{x+1}{\sqrt{ax^2+1}}$ có đồ thị (C). Tìm giá trị a để đồ thị của hàm số có đường tiệm cận

và đường tiệm cận đó cách đường tiếp tuyến của (C) một khoảng bằng $\sqrt{2}-1$?

A. $a > 0$

B. $a = 2$

C. $a = 3$

D. $a = 1$

Câu 11: Hãy nêu tất cả các hàm số trong các hàm số $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \tan x$, $y = \cot x$ để hàm số đó đồng biến và nhận giá trị âm trong khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$?

A. $y = \tan x$

B. $y = \sin x, y = \cot x$

C. $y = \sin x, y = \tan x$

D. $y = \tan x, y = \cos x$

Câu 12: Để giải phương trình: $\tan x \tan 2x = 1$ có ba bạn An, Lộc, Sơn giải tóm tắt ba cách khác nhau như sau:

+An: Điều kiện $\begin{cases} x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x \neq \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$

Phương trình $\tan x \tan 2x = 1 \Leftrightarrow \tan 2x = \cot x = \tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \Rightarrow x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3}$

Nên nghiệm phương trình là : $x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$

+ Lộc: Điều kiện $\tan x \neq \pm 1$.

Phương trình $\tan x \tan 2x = 1 \Leftrightarrow \tan x \cdot \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x} = 1 \Leftrightarrow 3 \tan^2 x = 1$

$\Leftrightarrow \tan x = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 \Rightarrow x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ là nghiệm.

+ Sơn: Điều kiện $\begin{cases} \cos x \neq 0 \\ \cos 2x \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos x \neq 0 \\ \sin^2 x \neq \frac{1}{2} \end{cases}$. Ta có

$\tan x \cdot \tan 2x \Leftrightarrow \frac{\sin x}{\cos x} \cdot \frac{\sin 2x}{\cos 2x} = 1 \Leftrightarrow 2 \sin^2 x \cos x = \cos x \cos 2x \Leftrightarrow 2 \sin^2 x = \cos 2x = 1 - 2 \sin^2 x$

$\Leftrightarrow \sin^2 x = \frac{1}{4} = \sin^2 \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ là nghiệm.

Hỏi, bạn nào sau đây giải đúng?

- A. An B. Lộc C. Sơn D. An, Lộc, Sơn

Câu 13: Tập hợp S của phương trình $\cos 2x + 5 \cos 5x + 3 = 10 \cos 2x \cos 3x$ là:

A. $S = \left\{ \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ B. $S = \left\{ \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$

C. $S = \left\{ \pm \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ D. $S = \left\{ \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$

Câu 14: Số nghiệm của phương trình $\cos^2 x + 2 \cos 3x \cdot \sin x - 2 = 0$ trong khoảng $(0; \pi)$ là:

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Câu 15: Có bao nhiêu giá trị của tham số thực a để hàm số $y = \frac{\cos x + a \cdot \sin x + 1}{\cos x + 2}$ có giá trị lớn nhất $y = 1$.

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Câu 16: Với $\forall n \in \mathbb{N}^*$, dãy (u_n) nào sau đây không phải là một cấp số cộng hay cấp số nhân?

A. $u_n = 2017n + 2018$ B. $u_n = (-1)^n \left(\frac{2017}{2018}\right)^n$ C. $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{u_n}{2018} \end{cases}$ D. $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = 2017u_n + 2018 \end{cases}$

Câu 17: Dãy (u_n) nào sau đây có giới hạn khác số 1 khi n dần đến vô cùng?

A. $u_n = \frac{(2017 - n)^{2018}}{n(2018 - n)^{2017}}$ B. $u_n = n(\sqrt{n^2 + 2018} - \sqrt{n^2 + 2016})$

C. $\begin{cases} u_1 = 2017 \\ u_{n+1} = \frac{1}{2}(u_n + 1), n = 1, 2, 3, \dots \end{cases}$ D. $u_n = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{n.(n+1)}$

Câu 18: Xác định giá trị thực k để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^{2016} + x - 2}{\sqrt{2018x + 1} - \sqrt{x + 2018}}, x \neq 1 \\ k, x = 1 \end{cases}$ liên tục tại

$x = 1$.

- A. $k = 1$ B. $k = 2\sqrt{2019}$ C. $k = \frac{2017 \cdot \sqrt{2018}}{2}$ D. $k = \frac{20016}{2017} \sqrt{2019}$

Câu 19: Thầy giáo có 10 câu hỏi trắc nghiệm, trong đó có 6 câu đại số và 4 câu hình học. Thầy gọi bạn Nam lên trả bài bằng cách chọn lấy ngẫu nhiên 3 câu hỏi trong 10 câu hỏi trên để trả lời. Hỏi xác suất bạn Nam chọn ít nhất có một câu hình học là bằng bao nhiêu?

- A. $\frac{5}{6}$ B. $\frac{1}{30}$ C. $\frac{1}{6}$ D. $\frac{29}{30}$

Câu 20: Cho x là số thực dương. Khai triển nhị thức Niu ton của biểu thức $\left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^{12}$ ta có hệ số của một số hạng chứa x^m bằng 495. Tìm tất cả các giá trị m ?

- A. $m = 4, m = 8$ B. $m = 0$ C. $m = 0, m = 12$ D. $m = 8$

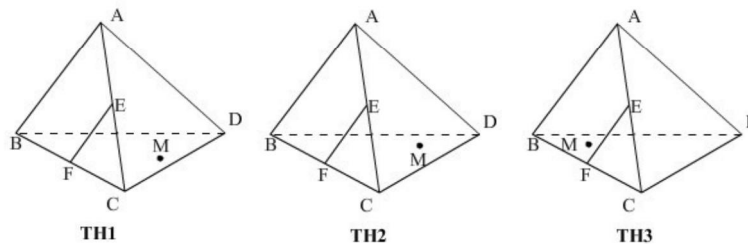
Câu 21: Một người bắn súng, để bắn trúng vào tâm, xác suất tâm ba phần bảy $\left(\frac{3}{7}\right)$. Hỏi cả thầy bắn ba lần xác suất cần bao nhiêu, để mục tiêu trúng một lần?

- A. $\frac{48}{343}$ B. $\frac{144}{343}$ C. $\frac{199}{343}$ D. $\frac{27}{343}$

Câu 22: Trong không gian cho đường thẳng a và A, B, C, E, F, G là các điểm phân biệt và không có ba điểm nào trong đó thẳng hàng. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\begin{cases} a // BC \\ BC \subset (EFG) \end{cases} \Rightarrow a // (EFG)$ B. $\begin{cases} a \perp BC \\ a \perp AC \end{cases} \Rightarrow a \perp mp(ABC)$
- C. $\begin{cases} AB // EF \\ BC // FG \end{cases} \Rightarrow (ABC) // (EFG)$ D. $\begin{cases} a \perp (ABC) \\ a \perp (EFG) \end{cases} \Rightarrow (ABC) \perp (EFG)$

Câu 23: Cho tứ diện ABCD. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của các cạnh AC và BC. Trên mặt phẳng BCD lấy một điểm M tùy ý (điểm M có đánh dấu tròn như hình vẽ). Nêu đầy đủ các trường hợp (TH) để thiết diện tạo bởi mặt phẳng (MEF) với tứ diện ABCD là một tứ giác?



- A. TH1 B. TH1, TH2 C. TH2, TH3 D. TH2

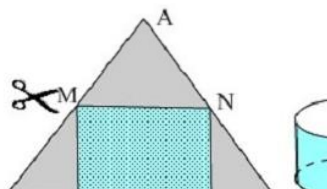
Câu 24: Giả sử α là góc của hai mặt của một tứ diện đều có cạnh bằng a . Khẳng định đúng là:

- A. $\tan \alpha = \sqrt{8}$ B. $\tan \alpha = 3\sqrt{2}$ C. $\tan \alpha = 2\sqrt{3}$ D. $\tan \alpha = 4\sqrt{2}$

Câu 25: Hình nón có thiết diện qua trục là tam giác đều và có thể tích $V = \frac{\sqrt{3}}{3} \pi a^3$. Diện tích xung quanh S của hình nón đó là:

- A. $S = \frac{1}{2} \pi a^2$ B. $S = 4\pi a^2$ C. $S = 2\pi a^2$ D. $S = \pi a^2$

Câu 26: Có tấm bìa hình tam giác vuông cân ABC có cạnh huyền bằng a . Người ta muốn cắt tấm bìa đó thành hình chữ nhật MNPQ rồi cuộn lại thành một hình trụ không đáy như hình vẽ.



Diện tích hình chữ nhật đó bằng bao nhiêu để diện tích chung quanh của hình trụ là lớn nhất?

- A. $\frac{a^2}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}a^2}{4}$ C. $\frac{a^2}{8}$ D. $\frac{\sqrt{3}.a^2}{8}$

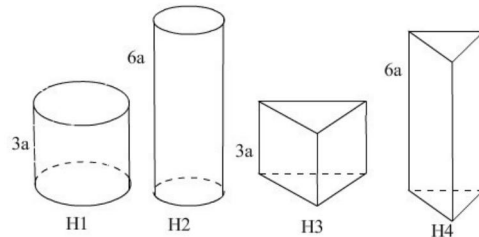
Câu 27: Cho hình chóp tam giác đều S.ABC có các cạnh bên SA, SB, SC vuông góc với nhau từng đôi một. Biết thể tích của tứ diện bằng $\frac{a^3}{12}$. Bán kính r mặt cầu nội tiếp của tứ diện là:

- A. $r = \frac{2a}{3+2\sqrt{3}}$ B. $r = \frac{a\sqrt[3]{4}}{2(3+\sqrt{3})}$ C. $r = \frac{2a}{3(3+2\sqrt{3})}$ D. $r = \frac{a}{3(3+2\sqrt{3})}$

Câu 28: Có một khối gỗ hình lập phương có thể tích bằng V_1 . Một người thợ mộc muốn gọt giữa khối gỗ đó thành một khối trụ có thể tích bằng V_2 . Tính tỉ số lớn nhất $k = \frac{V_2}{V_1}$?

- A. $k = \frac{1}{4}$ B. $k = \frac{\pi}{2}$ C. $k = \frac{\pi}{4}$ D. $k = \frac{\pi}{3}$

Câu 29: Cho một tấm bìa hình chữ nhật có kích thước $3a, 6a$. Người ta muốn tạo tấm bìa đó thành 4 hình không đáy như hình vẽ, trong đó có hai hình trụ lần lượt có chiều cao $3a, 6a$ và hai hình lăng trụ tam giác đều có chiều cao lần lượt $3a, 6a$



Trong 4 hình H1, H2, H3, H4 lần lượt theo thứ tự có thể tích lớn nhất và nhỏ nhất là:

- A. H1, H4 B. H2, H3 C. H1, H3 D. H2, H4

Câu 30: Tính $S + \log_2 2016$ theo a và b biết $\log_2 7 = a, \log_3 7 = b$.

- A. $S = \frac{2a+5b+ab}{b}$ B. $S = \frac{2a+5b+ab}{a}$ C. $S = \frac{5a+2b+ab}{b}$ D. $S = \frac{2a+5b+ab}{a}$

Câu 31: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{2018} x \leq \log_x 2018$ là:

- A. $0 < x \leq 2018$ B. $\frac{1}{2018} \leq x \leq 2018$ C. $\begin{cases} 0 < x \leq \frac{1}{2018} \\ 1 < x \leq 2018 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x \leq \frac{1}{2018} \\ 1 < x \leq 2018 \end{cases}$

Câu 32: Số nghiệm của phương trình $2018^x + x^2 = \sqrt{2016 + \sqrt[3]{2017 + \sqrt[5]{2018}}}$ là:

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Câu 33: Cho hai số thực a, b đều lớn hơn 1. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S + \frac{1}{\log_{(ab)} a} + \frac{1}{\log_{\sqrt{ab}} b}$

- A. $\frac{4}{9}$ B. $\frac{9}{4}$ C. $\frac{9}{2}$ D. $\frac{1}{4}$

Câu 34: Với tham số thực k thuộc tập S nào dưới đây để phương trình $\log_2(x+3) + \log_2 x^2 = k$ có một nghiệm duy nhất?

- A. $S = (-\infty; 0)$ B. $S = (2; +\infty)$ C. $S = (4; +\infty)$ D. $S = (0; +\infty)$

Câu 35: Hàm số nào dưới đây là một nguyên hàm của hàm số $y = 2^{\sin x} 2^{\cos x} (\cos x - \sin x)$

A. $y = 2^{\sin x + \cos x} + C$ B. $y = \frac{2^{\sin x} \cdot 2^{\cos x}}{\ln 2}$ C. $y = \text{Ln} 2 \cdot 2^{\sin x + \cos x}$ D. $y = -\frac{2^{\sin x + \cos x}}{\ln 2} + C$

Câu 36: Hàm $F(x)$ nào dưới đây là nguyên hàm của hàm số $y = \sqrt[3]{x+1}$

A. $F(x) = \frac{3}{4}(x+1)^{\frac{4}{3}} + C$ B. $F(x) = \frac{4}{3}\sqrt[3]{(x+1)^4} + C$
 C. $F(x) = \frac{3}{4}(x+1)\sqrt[3]{x+1} + C$ D. $F(x) = \frac{3}{4}\sqrt[4]{(x+1)^3} + C$

Câu 37: Cho $\int_1^2 f(x) dx = 2$. Tính $I = \int_1^4 \frac{f(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx$ bằng:

A. $I = 1$ B. $I = 2$ C. $I = 4$ D. $I = \frac{1}{2}$

Câu 38: Cho $f(x)$ là hàm số chẵn liên tục trong đoạn $[-1;1]$ và $\int_{-1}^1 f(x) dx = 2$. Kết quả

$I = \int_{-1}^1 \frac{f(x)}{1+e^x} dx$ bằng:

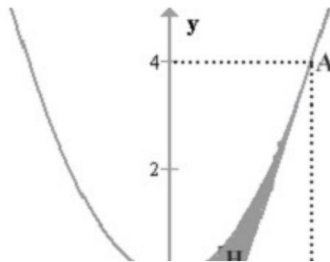
A. $I = 1$ B. $I = 3$ C. $I = 2$ D. $I = 4$

Câu 39: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trong đoạn $[1;e]$, biết $\int_1^e \frac{f(x)}{x} dx = 1, f(e) = 1$. Ta có

$I = \int_1^e f'(x) \cdot \ln x dx$ bằng:

A. $I = 4$ B. $I = 3$ C. $I = 1$ D. $I = 0$

Câu 40: Cho hình (H) giới hạn bởi trục hoành, đồ thị của một Parabol và một đường thẳng tiếp xúc Parabol đó tại điểm $A(2;4)$, như hình vẽ bên dưới.



Thể tích vật thể tròn xoay tạo bởi khi hình (H) quay quanh trục Ox bằng:

A. $\frac{16\pi}{15}$ B. $\frac{32\pi}{5}$ C. $\frac{2\pi}{3}$ D. $\frac{22\pi}{5}$

Câu 41: Cho bốn điểm M, N, P, Q là các điểm trong mặt phẳng phức theo thứ tự biểu diễn các số $-i, 2+i, 5, 1+4i$. Hỏi, điểm nào là trọng tâm của tam giác tạo bởi ba điểm còn lại?

A. M B. N C. P D. Q

Câu 42: Trong các số phức: $(1+i)^3, (1+i)^4, (1+i)^5, (1+i)^6$ số phức nào là số phức thuần ảo?

A. $(1+i)^3$ B. $(1+i)^4$ C. $(1+i)^5$ D. $(1+i)^6$

Câu 43: Định tất cả các số thực m để phương trình $z^2 - 2z + 1 - m = 0$ có nghiệm phức z thỏa mãn $|z| = 2$.

A. $m = -3$ B. $m = -3, m = 9$ C. $m = 1, m = 9$ D. $m = -3, m = 1, m = 9$

Tổ Toán – Tin

MA TRẬN TỔNG QUÁT ĐỀ THI THPT QUỐC GIA MÔN TOÁN 2018

STT	Các chủ đề	Mức độ kiến thức đánh giá				Tổng số câu hỏi	
		Nhận biết	Thông hiểu	Vận dụng	Vận dụng cao		
Lớp 12 (...%)	1	Hàm số và các bài toán liên quan	1	4	4	1	10
	2	Mũ và Lôgarit	0	0	3	2	5
	3	Nguyên hàm – Tích phân và ứng dụng	0	1	3	2	6
	4	Số phức	1	1	1	1	4
	5	Thể tích khối đa diện	0	2	2	3	8
	6	Khối tròn xoay	0	0	0	0	0
	7	Phương pháp tọa độ trong không gian	1	1	2	2	6
	8	Bài toán thực tế	0	0	1	0	1
Lớp 11	1	Hàm số lượng giác và phương trình lượng giác	1	2	0	0	3
	2	Tổ hợp-Xác suất	0	1	2	0	3
	3	Dãy số. Cấp số cộng. Cấp số nhân	0	1	1	1	3
	4	Giới hạn	0	0	0	0	0
	5	Đạo hàm	0	0	1	0	1
	6	Phép dời hình và phép	0	0	0	0	0

(...%)		đồng dạng trong mặt phẳng						
	7	Đường thẳng và mặt phẳng trong không gian Quan hệ song song	0	1	0	0	0	1
	8	Vectơ trong không gian Quan hệ vuông góc trong không gian	0	0	0	0	0	0
Tổng		Số câu	4	14	20	12	12	50
		Tỷ lệ	8%	28%	40%	24%		

Đáp án

1-A	2-C	3-C	4-B	5-C	6-D	7-A	8-B	9-C	10-D
11-C	12-B	13-D	14-A	15-B	16-D	17-A	18-B	19-A	20-C
21-B	22-B	23-C	24-D	25-D	26-D	27-B	28-C	29-A	30-A
31-C	32-B	33-B	34-B	35-B	36-C	37-C	38-A	39-D	40-A
41-B	42-D	43-D	44-B	45-B	46-C	47-A	48-C	49-A	50-B

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đáp án A

Đồ thị hàm số có dạng parabol nhận Oy làm trục đối xứng nên là hàm số chẵn. Lại có hàm số đi qua điểm (2; 5) nên trong 4 phương án ta chọn được hàm số $y = x^2 + 1$

Câu 2: Đáp án C

Hàm số $y = \sqrt[3]{x^2}$ có điểm cực trị $x = 0$.

Câu 3: Đáp án C

Xét hàm số $y = x^4 - 2kx^2 + k$ có $y' = 4x^3 - 4kx$; $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = k \end{cases}$

Với $k > 0$ thì hàm số có 3 điểm cực trị là $x = 0, x = \sqrt{k}, x = -\sqrt{k}$. Gọi A, B, C là 3 điểm cực trị của đồ thị hàm số, ta có: $A(0; k), B(\sqrt{k}; -k^2 + k), C(-\sqrt{k}; -k^2 + k)$. Để $G\left(0; \frac{1}{3}\right)$ là trọng tâm

của ΔABC thì $\begin{cases} 0 + \sqrt{k} + (-\sqrt{k}) = 3 \cdot 0 \\ k + 2(-k^2 + k) = 3 \cdot \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = 1 \\ k = \frac{1}{2} \end{cases}$

Câu 4: Đáp án B

Từ đồ thị hàm số ta suy ra $y = f(x) = x^3 - 3x + 2$

Đạo hàm: $f'(x) = 3x^2 - 3$

Phương trình đường thẳng đi qua điểm uốn A (0; 2) của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là:

$y = (x - 0) \cdot f'(0) + 2 \Leftrightarrow y = -3x + 2$

Câu 5: Đáp án C

Đồ thị hàm số $y = \left| \frac{x-2}{x-1} \right|$ chỉ có 2 đường tiệm cận là $x = 1$ và $y = 1$.

Câu 6: Đáp án D

Xét hàm số $y = \sin^2 x$ có $y' = \sin 2x, y'' = 2\cos 2x$ và $y''' = -4\sin 2x$

Khi đó xét từng đáp án:

$$*2y' + y'' = 2\sin 2x + 2\cos 2x = 2\sqrt{2}\cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$*2y + y' \cdot \tan x = 2\sin^2 x + \sin 2x \cdot \tan x = 2\sin^2 x + 2\sin x \cos x \cdot \tan x = 4\sin^2 x$$

$$*4y - y'' = 4\sin^2 x - 2\cos 2x = 2 - 2\cos 2x - 2\cos 2x = 2 - 4\cos 2x$$

$$*4y' + y''' = 4\sin 2x - 4\sin 2x = 0$$

Câu 7: Đáp án A

Gọi x, y lần lượt là số lít xăng mà An và Bình tiêu thụ trong 1 ngày. Ta có $x + y = 10 \Rightarrow y = 10 - x$.

Số ngày mà 2 người tiêu thụ hết số xăng là:

$$f(x) = \frac{32}{x} + \frac{72}{10-x} \text{ Ta có: } f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 4 \Rightarrow y = 6. \text{ Vậy số ngày ít nhất cần tìm là } f(4) = 20$$

(ngày).

Câu 8: Đáp án B

Để phương trình $x^3 - 3kx^2 + 4 = 0$ có 3 nghiệm phân biệt thì ta có: $x^3 - 3kx^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow k - \frac{x}{3} + \frac{4}{3x^2}$.

Xét hàm số $f(x) = \frac{x}{3} + \frac{4}{3x^2}$ có $y' = \frac{1}{3} - \frac{8}{3x^3}$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = 2$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
		+	0	+
y	$-\infty$	$+\infty$	1	$+\infty$

Từ đó suy ra với $k > 1$ thì đồ thị hàm số $f(x) = \frac{x}{3} + \frac{4}{3x^2}$ cắt $y = k$ tại 3 điểm phân biệt hay đồ thị hàm số $y = x^3 - 3kx + 4$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt.

Câu 9: Đáp án C

Đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị là đúng vì $f'(x) = 0$ có 3 nghiệm phân biệt.

Đồ thị hàm số nhận Oy làm trục đối xứng là đúng vì có 2 cực trị đối xứng nhau qua O.

Đồ thị hàm số có 2 điểm uốn là đúng vì $f'(x)$ có 2 cực trị.

Câu 10: Đáp án D

Ta tìm được đường tiệm cận của đồ thị hàm số là $y = \frac{1}{\sqrt{a}}$ với $a > 0$. Khi đó tiếp tuyến tại điểm x_0

có khoảng cách đến tiệm cận \Leftrightarrow tiếp tuyến có hệ số góc bằng 0

$$\Leftrightarrow y' = 0 \text{ Có: } y' = \frac{\sqrt{ax^2+1} - \frac{ax(x+1)}{\sqrt{ax^2+1}}}{ax^2+1}$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow ax^2 + 1 = ax(x+1) \Leftrightarrow x = \frac{1}{a}$$

$$\text{Xét } x_0 = \frac{1}{a} \Rightarrow y(x_0) = \frac{\frac{1}{a} + 1}{\sqrt{a \cdot \frac{1}{a^2} + 1}} = \sqrt{\frac{1}{a} + 1}.$$

Để khoảng cách giữa 2 đường thẳng đó là $\sqrt{2} - 1$ thì: $\left| \sqrt{\frac{1}{a} + 1} - \frac{1}{\sqrt{a}} \right| = \sqrt{2} - 1 \Leftrightarrow a = 1.$

Câu 11: Đáp án C

Các hàm số thỏa mãn là $y = \sin x$ và $y = \tan x$.

Câu 12: Đáp án B

Bạn An giải sai vì chưa có điều kiện cho $\cot x$.

Bạn Lộc giải đúng.

Bạn Sơn giải sai vì đã dùng phương trình hệ quả chứ không phải phương trình tương đương.

Câu 13: Đáp án D

$$\cos 2x + 5\cos 5x + 3 = 10 \cos 2x \cos 3x \Leftrightarrow \cos 2x + 5\cos 5x + 3 = 5(\cos x + \cos 5x)$$

$$\Leftrightarrow 2\cos^2 x - 1 + 3 - 5\cos x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ \cos x = 2 \end{cases}$$

Câu 14: Đáp án A

$$\cos^2 x + 2\cos 3x \cdot \sin x = 0 \Leftrightarrow \cos^2 x + \sin(-2x) + \sin 4x - 2 = 0 \Leftrightarrow \cos^2 x - \sin 2x + \sin 4x - 2 = 0$$

Xét hàm số $f(x) = \cos^2 x - \sin 2x + \sin 4x - 2$ trên $(0; \pi)$ ta thấy $f(x) < 0 \Rightarrow$ phương trình đã cho vô nghiệm.

Câu 15: Đáp án B

$$\text{Ta có: } y = \frac{\cos x + a \sin x + 1}{\cos x + 2} = \frac{(\cos x + 2) + a \sin x - 1}{\cos x + 2} = 1 + \frac{a \sin x - 1}{\cos x + 2}$$

$$\text{Theo giả thiết: } a \sin x = 0 \Rightarrow \sin x = \frac{1}{a} \quad (1)$$

$$y' = \frac{a + 2a \cos x - \sin x}{(\cos x + 2)^2} = 0 \Leftrightarrow a + 2a \cos x - \sin x = 0 \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra: } a + 2a \sqrt{1 - \frac{1}{a^2}} - \frac{1}{a} = 0 \Leftrightarrow a = 1.$$

Vậy có 1 giá trị duy nhất thỏa mãn là $a = 1$.

Câu 16: Đáp án D

Dãy (u_n) : $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = 2017u_n + 2018 \end{cases}$ không là cấp số cộng cũng không là cấp số nhân. Thật vậy, ta xét

$$u_{n+1} - u_n \text{ và } \frac{u_{n+1}}{u_n} \text{ có } u_{n+1} - u_n = 2017u_n + 2018 - u_n = 2016u_n + 2018$$

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{2017u_n + 2018}{u_n} = 2017 + \frac{2018}{u_n}$$

Cả hai biểu thức đều không phải hằng số, vậy không tồn tại công bội hay công sai.

Câu 17: Đáp án A

Xét các dãy (u_n) , ta có:

$$* \text{ Với } u_n = \frac{(2017-n)^{2018}}{n(2018-n)^{2017}} \Rightarrow \lim \left(u_n = \frac{(-n)^{2018}}{n(-n)^{2017}} \right) = -1.$$

$$u_n = n(\sqrt{n^2 + 2018} - \sqrt{n^2 + 2016})$$

$$\begin{aligned} * \text{ Với } &\Rightarrow \lim \left(u_n = \lim \frac{n(n^2 + 2018 - n^2 - 2016)}{\sqrt{n^2 + 2018} + \sqrt{n^2 + 2016}} \right) \\ &= \lim \frac{2n}{\sqrt{n^2 + 2018} + \sqrt{n^2 + 2016}} = \frac{2n}{\sqrt{n^2} + \sqrt{n^2}} = 1. \end{aligned}$$

$$* \text{ Với } (u_n): \begin{cases} u_1 = 2017 \\ u_{n+1} = \frac{1}{2}(u_n + 1) \end{cases}, \text{ giả sử dãy } (u_n) \text{ có giới hạn hữu hạn, đặt } \lim(u_n) = a.$$

Từ công thức truy hồi $u_{n+1} = \frac{1}{2}(u_n + 1)$ lấy giới hạn 2 vế ta được $a = \frac{1}{2}(a + 1) \Leftrightarrow a = 1$.

Vậy $\lim(u_n) = 1$.

* Với

$$u_n = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} = 1 - \frac{1}{n+1} \Rightarrow \lim(u_n) = 1 - 0 = 1.$$

Câu 18: Đáp án A

Để $f(x)$ liên tục tại $x = 1$ thì $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1)$

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{2016} + x - 1}{\sqrt{2018x + 1} - \sqrt{x + 2018}} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2016x + 1}{\frac{1009}{\sqrt{2018x + 1}} - \frac{1}{2\sqrt{x + 2018}}} = 2\sqrt{2019}$$

Vậy $k = 2\sqrt{2019}$.

Câu 19: Đáp án A

Bạn Nam chọn 3 trong 10 câu nên $|\Omega| = C_{10}^3 = 120$.

Gọi A : "Bạn Nam chọn ít nhất một câu hình học." Xét biến cố đối của A là \bar{A} : "Bạn Nam không chọn câu hình học nào." $\Rightarrow |\Omega_{\bar{A}}| = C_6^3 = 20$.

$$\text{Xác suất của } \bar{A} \text{ là } P(\bar{A}) = \frac{|\Omega_{\bar{A}}|}{|\Omega|} = \frac{20}{120} = \frac{1}{6} \Rightarrow P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}.$$

Câu 20: Đáp án C

Số hạng thứ $k + 1$ trong khai triển là: $C_{12}^k (x^2)^{12-k} \cdot \left(\frac{1}{x}\right)^k = C_{12}^k \cdot x^{24-2k} \cdot x^{-k} = C_{12}^k x^{24-3k}$.

$$\text{Hệ số của số hạng } x^m \text{ là: } 495 \Rightarrow C_{12}^k = 495 \Leftrightarrow \frac{12!}{k!(12-k)!} = 495 \Leftrightarrow \begin{cases} k = 4 \\ k = 8 \end{cases}$$

Khi đó $m = 24 - 3k$ sẽ có 2 giá trị là $m = 0$ và $m = 12$.

Câu 21: Đáp án B

Xác suất bắn trúng là $\frac{3}{7} \Rightarrow$ Xác suất bắn trượt là $\frac{4}{7}$. Vậy xác suất để mục tiêu trúng 1 lần là

$$3 \cdot \frac{3}{7} \cdot \left(\frac{4}{7}\right)^2 = \frac{144}{323}.$$

Câu 22: Đáp án B

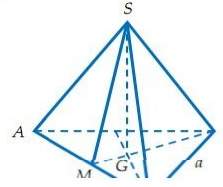
Câu 23: Đáp án C

Để thiết diện tạo bởi mặt phẳng (MEF) với tứ diện ABCD là một tứ giác khi MF cắt BD. Vậy ta có TH2, TH3.

Câu 24: Đáp án D

Gọi G là tâm của ΔABC và M là trung điểm của AB.

$$\text{Có } \tan \alpha = \frac{SG}{GM} = \frac{\sqrt{\frac{2}{3}}a}{\frac{1}{3} \frac{a\sqrt{3}}{4}} = 4\sqrt{2}$$



Câu 25: Đáp án D

Thiết diện trục là tam giác đều nên hình nón đó có $l = 2R \Rightarrow h = R\sqrt{3}$.

$$\text{Lại có } V = \frac{\sqrt{3}}{3} \pi a^3 = \frac{1}{3} \pi R^2 h = \frac{1}{3} \pi R^3 \sqrt{3} \Rightarrow R^3 = a^3 \Rightarrow R = a.$$

Vậy diện tích xung quanh của hình nón là: $S_{xq} = \pi R l = \pi a^2$.

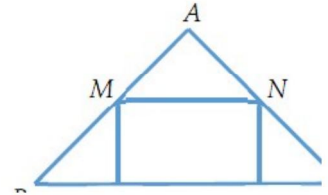
Câu 26: Đáp án D

$$\text{Đặt } MN = PQ = x, \text{ có } \frac{MN}{BC} = \frac{AN}{AC} \Leftrightarrow \frac{a-2x}{a} = \frac{AN}{\frac{a\sqrt{2}}{2}} \Rightarrow AN = \frac{a-2x}{\sqrt{2}} \Rightarrow NC = \frac{a}{\sqrt{2}} - \frac{a-2x}{\sqrt{2}} = x\sqrt{2}$$

$$NC = \sqrt{PC^2 + PN^2} = \sqrt{2x^2 + x^2} = x\sqrt{3}$$

$$\text{Có } S_{xq} = S_{MNPQ} = x\sqrt{3}(a-2x)$$

$$\text{Xét hàm số } f(x) = f\left(\frac{a}{4} = \frac{a^2\sqrt{3}}{8}\right) \text{ có } f_{\max} = f\left(\frac{a}{4}\right) = \frac{a^2\sqrt{3}}{8}$$



Câu 27: Đáp án B

Thể tích hình chóp S.ABC là:

$$V = \frac{1}{6} \cdot SA \cdot SB \cdot SC = \frac{a^3}{12} \Rightarrow SA = SB = SC = \frac{a}{\sqrt[3]{2}} \Rightarrow AB = BC = AC = a\sqrt[6]{2}$$

$$\text{Ta có: } S_{tp} = S_{SAB} + S_{SBC} + S_{SAC} + S_{ABC} = 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{a}{\sqrt[3]{2}}\right)^2 + \frac{(a\sqrt[6]{2})^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{a^2(3+\sqrt{3})}{2 \cdot \sqrt[3]{4}}$$

$$\text{Vậy } V = \frac{1}{3} r \cdot S_{tp} \Rightarrow r = \frac{3V}{S_{tp}} = \frac{3a^3}{12} \cdot \frac{(3+\sqrt{3})a^3}{2\sqrt[3]{4}} = \frac{a^3\sqrt{4}}{2(3+\sqrt{3})}$$

Câu 28: Đáp án C

Để tỉ số lớn nhất thì V_2 phải là thể tích của khối trụ có 2 đáy nằm trên 2 mặt phẳng của hình lập phương, và có chiều cao bằng độ dài cạnh của hình lập phương. Giả sử hình lập phương có cạnh

$$\text{bằng } a \text{ thì } V_1 = a^3 \text{ và } V_2 = a \cdot \left(\frac{a}{2}\right)^2 \pi = \frac{\pi}{4} \cdot a^3 \text{ Vậy tỉ số lớn nhất } k = \frac{V_2}{V_1} = \frac{\pi}{4}.$$

Câu 29: Đáp án A

$$\text{H1 có thể tích là: } V_1 = 3a \left(\frac{3a}{\pi}\right)^2 \pi = \frac{27a^3}{\pi}$$

$$\text{H2 có thể tích là: } V_2 = 6a \left(\frac{3a}{2\pi}\right)^2 \pi = \frac{27a^3}{2\pi}$$

$$\text{H3 có thể tích là: } V_3 = 3a \cdot \frac{(2a)^2 \sqrt{3}}{4} = 3a^3 \sqrt{3}$$

$$\text{H4 có thể tích là: } V_4 = 6a \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{3a^3 \sqrt{3}}{2}$$

Vậy $V_1 > V_3 > V_2 > V_4$.

Câu 30: Đáp án A

Ta có: $\log_2 2016 = \log_2 (2^5 \cdot 3^2 \cdot 7) = 5 + \log_2 3^2 + \log_2 7$
 $= 5 + 2 \log_2 3 + \log_2 7 = 5 + \frac{2a}{b} + a = \frac{2a + 5b + ab}{b}$.

Câu 31: Đáp án C

Điều kiện: $\begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1 \end{cases}$

Có: $\log_{2018} x \leq \log_x 2018 \Leftrightarrow \frac{\log_{2018}^2 x - 1}{\log_{2018} x} \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < \log_{2018} x \leq 1 \\ \log_{2018} x \leq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 < x \leq 2018 \\ 0 < x \leq \frac{1}{2018} \end{cases}$

Câu 32: Đáp án B

Xét hàm số $f(x) = 2018^x + x^2$ có $f'(x) = 2018^x + 2x$ và $f''(x) = 2018^x \ln^2 2018 + 2 > 0$

Vì $f''(x) > 0$ nên $f'(x) = 0$ có tối đa 1 nghiệm $\Rightarrow f(x) = 0$ có tối đa 2 nghiệm. Lại có vẻ phải là hằng số lớn hơn cận dưới của $f(x)$ nên phương trình đã cho có hai nghiệm.

Câu 33: Đáp án B

$S = \frac{1}{\log_{ab} a} + \frac{1}{\log_{\sqrt[4]{ab}} b} = \log_a ab + \log_b \left(a^{\frac{1}{4}} b^{\frac{1}{4}} \right)$

$S = 1 + \log_a b + \frac{1}{4} \log_b a + \frac{1}{4} = \frac{5}{4} + \log_a b + \frac{1}{4 \log_a b} \geq \frac{5}{4} + 2 \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{9}{4}$

* Do $\begin{cases} a > 1 \\ b > 1 \end{cases} \Rightarrow \log_a b > \log_a 1 = 0$

* $S_{\min} = \frac{9}{4} \Leftrightarrow \log_a b = \frac{1}{4 \log_a b} \Leftrightarrow \log_a^2 b = \frac{1}{4} \Leftrightarrow \log_a b = \frac{1}{2} \Leftrightarrow b = \sqrt{a} \Leftrightarrow a = b^2$

Câu 34: Đáp án B

Điều kiện: $x > -3$

$\log_2 (x+2) + \log_2 x^2 = k \Leftrightarrow \log_2 (x^3 + 3x^2) = k \Leftrightarrow x^3 + 3x^2 = 2^k$

Xét hàm số $f(x) = x^3 + 3x^2$ có $f'(x) = 3x^2 + 6x$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases}$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
y'	+	0	-	0
y	$-\infty$	4	0	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta tìm được $\begin{cases} 2^k > 4 \\ 2^k < 0 \end{cases} \Leftrightarrow k > 2$

Vậy tập hợp S các số thực k là $S = (2; +\infty)$

Câu 35: Đáp án B

$$\int 2^{\sin x} 2^{\cos x} (\cos x - \sin x) dx = \int 2^{\sin x + \cos x} d(\sin x + \cos x) = \frac{2^{\sin x} 2^{\cos x}}{\ln 2} + C$$

Câu 36: Đáp án C

Đặt $t = \sqrt[3]{x+1} \Leftrightarrow x = t^3 - 1 \Rightarrow dx = 3t^2 dt$

Khi đó ta có $\int \sqrt[3]{x+1} dx = \int t \cdot 3t \cdot dt = \frac{3}{4} t^4 + C$

Hồi biến, ta được $F(x) = \frac{3}{4} (x+1) \sqrt[3]{x+1} + C$

Câu 37: Đáp án C

Đặt $\sqrt{x} = t \Leftrightarrow x = t^2 \Rightarrow dx = 2t dt$. Từ đó suy ra:

$$I = \int_1^4 \frac{f(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx = \int_1^2 \frac{f(t)}{t} \cdot 2t dt = 2 \int_1^2 f(t) dt = 2 \int_1^2 f(x) dx = 4.$$

Câu 38: Đáp án A

Cách 1: Đặt $t = -x \Rightarrow dt = -dx$. Đổi cận $x = -1 \Rightarrow t = 1; x = 1 \Rightarrow t = -1$. Ta được:

$$I = \int_{-1}^1 \frac{1}{1+e^x} f(x) dx = - \int_1^{-1} \frac{1}{1+e^{-t}} f(-t) dt = \int_{-1}^1 \frac{e^t}{1+e^t} f(t) dt = \int_{-1}^1 \frac{e^x}{1+e^x} f(x) dx.$$

Do đó: $2I = \int_{-1}^1 \frac{1}{1+e^x} f(x) dx + \int_{-1}^1 \frac{e^x}{1+e^x} f(x) dx = \int_{-1}^1 f(x) dx = 4 \Rightarrow I = 2$

Cách 2: Chọn $h(x) = x^2$ làm hàm chẵn. Ta có $\int_{-1}^1 x^2 dx = \frac{2}{3}$, do đó $f(x) = \frac{4}{3} h(x) = 6x^2$.

Khi đó $\int_{-1}^1 \frac{f(x)}{1+e^x} dx = \int_{-1}^1 \frac{6x}{1+e^x} dx = 2$.

Lưu ý: Với cách làm này, các em chỉ cần nắm rõ nguyên tắc tìm một hàm số đại diện cho lớp hàm số thỏa mãn giả thiết bài toán là có thể dễ dàng tìm được kết quả bài toán bằng máy tính hoặc bằng phương pháp cơ bản với hàm số $y = f(x)$ khá đơn giản. Đối với bài toán này ta có thể chọn hàm số $h(x) = 1$ cho đơn giản hơn nữa.

Câu 39: Đáp án D

Đặt $\begin{cases} u = \ln x \\ dv = f'(x) dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{dx}{x} \\ v = f(x) \end{cases}$

$$\Rightarrow \int_1^e f'(x) \ln x dx = f(x) \ln x \Big|_1^e - \int_1^e \frac{f(x)}{x} dx = f(e) - \int_1^e \frac{f(x)}{x} dx = 1 - 1 = 0.$$

Câu 40: Đáp án A

Parabol có phương trình là $y = x^2$.

Thể tích vật thể tròn xoay quanh tạo bởi hình (H) quay quanh trục Ox bằng:

$$V = \pi \int_0^2 f^2(x) dx - \frac{1}{3} \pi \cdot 1 \cdot 4^2 = \pi \int_0^2 x^4 dx - \frac{16\pi}{3} = \frac{16\pi}{15}$$

Câu 41: Đáp án B

Có $M(0; -1), N(2; 1), P(5; 0), Q(1; 4)$. Từ công thức trọng tâm ta có $N(2; 1)$ chính là trọng tâm của tam giác tạo bởi 3 điểm còn lại.

Câu 42: Đáp án D

Ta có: $(1+i)^6 = -8i$ là số thuần ảo.

Câu 43: Đáp án D

Xét phương trình $z^2 - 2z + 1 - m = 0$ có $\Delta' = m$.

* Trường hợp 1: $m > 0$ thì:

$z = 2$ là nghiệm $\Rightarrow m = 1$.

$z = -2$ là nghiệm $\Rightarrow m = 9$

* Trường hợp 2: $m = 0 \Rightarrow z = 1$ (loại).

* Trường hợp 3: $m < 0 \Rightarrow z_{1,2} = 1 \pm i\sqrt{m}$.

$$|z| = \sqrt{1+m} = 2 \Leftrightarrow |m| = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 3 \text{ (loại)} \\ m = -3 \end{cases}$$

Vậy $m = 1; m = 9; m = -3$.

Câu 44: Đáp án B

Vì $|z+m| = |z-1+m| \Leftrightarrow |z-(-m)| = |z-(1-m)|$ nên điểm M biểu diễn số phức thuộc trung trực của $A(-m;0)$ và $B(1-m;0)$. Do đó điểm M thuộc đường thẳng $x = \frac{1}{2} - m \cdot |z-z'|$ nhỏ nhất

$$\Leftrightarrow M \equiv N(1;1) \text{ (N' là điểm biểu diễn số phức } z') \text{ nên } m = -\frac{1}{2}.$$

Câu 45: Đáp án B

Ta có $\overline{BC} = (-2; 2; -2); \overline{AB} = (1; -1; 1)$

Từ đó suy ra $BC = |\overline{BC}| = 2\sqrt{3} = 2|AB| = 2AB \Rightarrow$ khẳng định I là đúng.

Có $\overline{BC} = -2\overline{AB} \Rightarrow 3$ điểm A, B, C thẳng hàng và điểm A thuộc đoạn BC. Từ đó suy ra khẳng định IV đúng và II, III là sai. Vậy có tất cả 2 khẳng định đúng.

Câu 46: Đáp án C

$d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y-7}{1} = \frac{z-3}{4}$ đi qua điểm $M(1; 7; 3)$ và có một véc tơ chỉ phương là $\vec{u}_1(2; 1; 4)$.

Giao tuyến d_2 của 2 mặt phẳng $2x + 3y - 9 = 0, y + 2z + 5 = 0$ là: $\frac{x-12}{3} = \frac{y+5}{-2} = \frac{z}{1}$ qua

$M'(12; -5; 0)$ và có một véc tơ chỉ phương là $\vec{u}_2(3; -2; 1)$.

Ta có $[\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (9; 10; -7) \neq \vec{0}$. Xét tiếp $[\vec{u}_1; \vec{u}_2] \cdot \overline{MM'} = 9 \cdot 11 + 10 \cdot (-12) - 7 \cdot (-3) = 0$

Vậy d_1 và d_2 cắt nhau.

Câu 47: Đáp án A

Gọi O là tâm của mặt cầu (S), vì $O \in (d) \Rightarrow O(t; 1+t; 2+t)$.

$$d(O, (P)) = d(O, (Q)) \Leftrightarrow \frac{|2t - (2+t) - 4|}{\sqrt{2^2 + 0^2 + (-1)^2}} = \frac{|t - 2(1+t) - 2|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + 0^2}}$$

$$\Leftrightarrow |t-6| = |-t-4| \Leftrightarrow t=1$$

Khi đó $O(1; 2; 3)$ và $R = d(O, (P)) = d(O, (Q)) = \sqrt{5}$.

Vậy (S): $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 5$.

Câu 48: Đáp án C

Thử các đáp án, ta được $M(1; 2; 0)$ thỏa mãn điều kiện đề bài.

Câu 49: Đáp án A

Gọi là góc giữa mặt phẳng, có:

$$\cos \alpha = \left| \cos(\overline{n_p}, \overline{n_Q}) \right| = \frac{|\overline{n_p} \cdot \overline{n_Q}|}{|\overline{n_p}| \cdot |\overline{n_Q}|} = \frac{|1 \cdot 1 + 2m - 2(m-1)|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + (-2)^2} \cdot \sqrt{1^2 + m^2 + (m-1)^2}} = \frac{3}{3\sqrt{1+2m^2-2m+1}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2(m^2 - m + 1)}}$$

Ta có $\cos \alpha_{\max} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow m = \frac{1}{2}$.

Với $m = \frac{1}{2}$ thì (Q): $x + \frac{1}{2}y - \frac{1}{2}z + 2017 = 0$. Lúc này (Q) sẽ chứa điểm $M(-2017; 1; 1)$.

Câu 50: Đáp án B

Gọi A, B là 2 điểm nút của đoạn thẳng vuông góc chung với $A \in d_1, B \in d_2$.

Có : $A(4 - 2a; a; 3), B(1; b; -b) \Rightarrow \overline{AB} = (2a - 3; b - a; -b - 3)$.

Ta có hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} AB \perp d_1 \\ AB \perp d_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overline{AB} \cdot \overline{d_1} = 0 \\ \overline{AB} \cdot \overline{d_2} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2(2a - 3) + 1(b - a) + 0(-b - 3) = 0 \\ 0(2a - 3) + 1(b - a) - 1(-b - 3) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -1 \end{cases}$$

Vậy $A(2; 1; 3), B(1; -1; 1)$.

Khi đó tâm I của mặt cầu là trung điểm $AB \Rightarrow I\left(\frac{3}{2}; 0; 2\right)$. Bán kính mặt cầu là $R = IA = IB = \frac{3}{2}$.

Vậy phương trình mặt cầu cần tìm là: $\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + y^2 + (z - 2)^2 = \frac{9}{4}$