**ĐỀ SỐ 3**

**Câu 1:** a) Cho a, b, c là 3 số từng đôi một khác nhau và thoả mãn:

 

 Chứng minh rằng: 

 b) Tính giá trị của biểu thức:

 A = 

**Câu 2:** a) Cho a, b, c là độ dài 3 cạnh tam giác, chứng minh:

 .

 b) Cho biểu thức: A = x - 2. Tìm giá trị nhỏ nhất của A.

**Câu 3:** a) Giải phương trình: .

b) Cho hàm số y = f(x) với f(x) là một biểu thức đại số xác định với mọi số thực x khác

không. Biết rằng: f(x) + 3f= x2 x ≠ 0. Tính giá trị của f(2).

**Câu 4:** Cho lục giác đều ABCDEF. Gọi M là trung điểm của EF, K là trung điểm của BD. Chứng minh tam giác AMK là tam giác đều.

**Câu 5:** Cho tứ giác lồi ABCD có diện tích S và điểm O nằm trong tứ giác sao cho:OA2 + OB2 + OC2 + OD2 = 2S. Chứng minh ABCD là hình vuông có tâm là điểm O.

**Hướng dẫn giải chi tiết**

**Câu 1:**

a) Từ giả thiết ta có:



Nhân 2 vế của đẳng thức với  ta có: 

Vai trò của a, b, c như nhau, thực hiện hoán vị vòng quanh giữa a, b, c ta có:

 , 

Cộng vế với vế các đẳng thức trên, ta có  (đpcm)

b) Đặt . Thay vào ta có:

 = 



**Câu 2:**

a) Vì a, b, c là độ dài 3 cạnh của tam giác nên a, b, c > 0

Áp dụng BĐT Cô-si ta có:

a2 + bc≥ 2a.

Do đó 

= , đpcm.

Dấu bằng xẩy ra khi và chỉ khi a = b = c, tức là tam giác đã cho là tam giác đều.

b) Điều kiện x ≥ 0; y ≥ 0

Ta có: 









Vậy minA = 

**Câu 3:**

a) Điều kiện : 1 ≤ x ≤ 5

Áp dụng BĐT Bunhiacốpski ta có:





Dấu bằng xẩy ra khi và chỉ khi 3

Thay vào pt đã cho thử lại thì thỏa mãn..

 Vậy pt có nghiệm

b) Xét đẳng thức: f(x) + 3f  (1)

Thay x = 2 vào (1) ta có: f(2) + 3. = 4.

Thay x =  vào (1) ta có: 

Đặt f(2) = a, = b ta có. . Giải hệ, ta được 

Vậy .

**Câu 4:**

Gọi O là tâm của đường tròn ngoại tiếp lục giác đều thì A, O, D thẳng hàng và OK = AB. Vì FM = EF mà EF = AB do đó FM = OK

Ta lại có AF = R  AF = OA và  = 1200.

Do đó: ∆AFM = ∆AOK (c.g.c)

đều.

**Câu 5:**

Gọi BH là đường cao của ∆ABO

Ta có 2SAOB = OA . BH

Nhưng BH ≤ BO nên 2SAOB ≤ OA . OB

****mà OA.OB 

Do đó 2SAOB 

Dấu “=” xảy ra  OA  OB và OA = OB

Chứng minh tương tự ta có:

2SBOC ; 2SCOD 

2SAOD 

Vậy 2S = 2(SAOB + SBOC + SCOD + SDOA) ≤ 

Hay 2S ≤ OA2 + OB2 + OC2 + OD2

Dấu bằng xẩy ra khi và chỉ khi OA = OB = OC = OD

và  là hình vuông tâm O.

**Lời bình:**

**Câu III.b**

***1) Chắc chắn bạn sẽ hỏi  từ đâu mà ra?***

***Gọi A(x), B(x), P(x), Q(x), C(x) là các đa thức của biến x và f(x) là hàm số được xác định bởi phương trình***

 ***A(x).f[P(x)] + B(x).f[Q(x)] = C(x) (1)***

***Để tình giá trị của hàm số f(x) tại điểm x = a ta làm như sau***

***Bước 1: Giải phương trình Q(x) = P(a) . (2)***

 ***Giả sử x = b là một nghiệm của (2).***

***Bước 2: Thay x = a, x = b vào phương trình (1), và đặt x = f(a), y = f(b). ta có hệ***

 *** (3)***

***Giải hệ phương trình (3) (đó là hệ phương trình bậc nhất đối với hai ẩn x, y) .***

***• Trong bài toán trên: A(x) = 1, B(x) = 3, P(x) = x, Q(x) = , C(x) = x2, a = 2.***

 ***Phương trình Q(x) = P(a) ⇔  ⇔ , tức là ***

 ***Số  được nghĩ ra như thế đó.***

***2) Chú ý: Không cần biết phương trình (2) có bao nhiêu nghiệm. Chỉ cần biết (có thể là đoán) được một nghiệm của nó là đủ cho lời giải thành công.***

***3) Một số bài tập tương tự***

 ***a) Tính giá trị của hàm số f(x) tại x = 1 nếu f(x) + 3.f(−x) = 2 + 3x. (với x ∈ ).***

 ***b) Tính giá trị của hàm số f(x) tại x = 3 nếu  (với 0 ≠ x ≠ 1).***

 ***c) Tính giá trị của hàm số f(x) tại x = 2 nếu  (với 0 ≠ x ≠ 1).***