**ĐỀ SỐ 1**

**Câu 1**: a) Cho biết a =  và b = . Tính giá trị biểu thức: P = a + b – ab.

b) Giải hệ phương trình: .

**Câu 2**: Cho biểu thức P = (với x > 0, x 1)

1. Rút gọn biểu thức P.
2. Tìm các giá trị của x để P > .

**Câu 3**: Cho phương trình: x2 – 5x + m = 0 (m là tham số).

a) Giải phương trình trên khi m = 6.

b) Tìm m để phương trình trên có hai nghiệm x1, x2 thỏa mãn: .

**Câu 4**: Cho đường tròn tâm O đường kính AB. Vẽ dây cung CD vuông góc với AB tại I (I nằm giữa A và O ). Lấy điểm E trên cung nhỏ BC ( E khác B và C ), AE cắt CD tại F. Chứng minh:

a) BEFI là tứ giác nội tiếp đường tròn.

b) AE.AF = AC2.

c) Khi E chạy trên cung nhỏ BC thì tâm đường tròn ngoại tiếp ∆CEF luôn thuộc một đường thẳng cố định.

**Câu 5**: Cho hai số dương a, b thỏa mãn: a + b  . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: P = .

------ Hết ------

**Đáp án và hướng dẫn giải**

**Câu 1:** a) Ta có: a + b = () + () = 4

a.b = ()( = 1. Suy ra P = 3.

.

**Câu 2:**







b) Với x > 0, x 1 thì .

Vậy với x > 2 thì P > .

**Câu 3:** a) Với m = 6, ta có phương trình: x2 – 5x + 6 = 0

∆ = 25 – 4.6 = 1 . Suy ra phương trình có hai nghiệm: x1 = 3; x2 = 2.

b) Ta có: ∆ = 25 – 4.m

Để phương trình đã cho có nghiệm thì ∆ 0  (\*)

Theo hệ thức Vi-ét, ta có x1 + x2 = 5 (1); x1x2 = m (2).

Mặt khác theo bài ra thì  (3). Từ (1) và (3) suy ra x1 = 4; x2 = 1 hoặc x1 = 1; x2 = 4 (4)

Từ (2) và (4) suy ra: m = 4. Thử lại thì thoả mãn.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Câu 4:**   |  |  | | --- | --- | | a) Tứ giác BEFI có: (gt) (gt)  (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)  Suy ra tứ giác BEFI nội tiếp đường tròn đường kính BF  b) Vì AB CD nên ,  suy ra .  Xét ∆ACF và ∆AEC có góc A chung và  .  Suy ra: ∆ACF ~ với ∆AEC |  | |

c) Theo câu b) ta có , suy ra AC là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp ∆CEF (1).

Mặt khác (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn), suy ra ACCB (2). Từ (1) và (2) suy ra CB chứa đường kính của đường tròn ngoại tiếp ∆CEF, mà CB cố định nên tâm của đường tròn ngoại tiếp ∆CEF thuộc CB cố định khi E thay đổi trên cung nhỏ BC.

**Câu 5:** Ta có (a + b)2 – 4ab = (a - b)2 0(a + b)2  4ab

, mà a + b  

. Dấu “ = ” xảy ra . Vậy: min P = .

**Lời bình:**

**Câu IIb**

***Các bạn tham khảo thêm một lời giải sau***

***1) Ta có a = 1. Δ = 25 − 4m. Gọi x1,x2 là các nghiệm nếu có của phương trình.***

***Từ công thức  ⇒  . Vậy nên phương trình có hai nghiệm x1,x2 thoă mãn |x1−x2| = 3 ⇔   Δ = 9 ⇔ 25 − 4m = 9 ⇔ m = 4 .***

***2) Có thể bạn dang băn khoăn không thấy điều kiện Δ ≥ 0. Xin đừng, bởi |x1−x2| = 3 ⇔ Δ = 9. Điều băn khoăn ấy càng làm nổi bật ưu điểm của lời giải trên. Lời giải đã giảm thiểu tối đa các phép toán, điều ấy đồng hành giảm bớt nguy sơ sai sót.***

**Câu IVb**

***• Để chứng minh một đẳng thức của tích các đoạn thẳng người ta thường gán các đoạn thẳng ấy vào một cặp tam giác đồng dạng. Một thủ thuật để dễ nhận ra cặp tam giác đồng dạng là chuyển "hình thức" đẳng thức đoạn thẳng ở dạng tích về dạng thương. Khi đó mỗi tam giác được xét sẽ có cạnh hoặc là nằm cùng một vế, hoặc cùng nằm ở tử thức, hoặc cùng nằm ở mẫu thức.***

***Trong bài toán trên AE.AF = AC2 ⇔ . Đẳng thức mách bảo ta xét các cặp tam giác đồng dạng ΔACF (có cạnh nằm vế trái) và ΔACE (có cạnh nằm vế phải).***

***• Khi một đoạn thẳng là trung bình nhân của hai đoạn thẳng còn lại, chẳng hạn AE.AF = AC2 thì AC là cạnh chung của hai tam giác, còn AE và AF không cùng năm trong một tam giác cần xét.***

***Trong bài toán trên AC là cạnh chung của hai tam giác ΔACE và ΔACF***

**Câu IVc**

***• Nếu (Δ) là đường thẳng cố định chứa tâm của đường tròn biến thiên có các đặc điểm sau:***

***+ Nếu đường tròn có hai điểm cố định thì (Δ) là trung trực của đoạn thẳng nối hai điểm cố định ấy.***

***+ Nếu đường tròn có một điểm cố định thì (Δ) là đường thẳng đi qua điểm đó và***

***− hoặc là (Δ) ⊥ (Δ'),***

***− hoặc là (Δ) // (Δ'),***

***− hoặc là (Δ) tạo với (Δ') một góc không đổi***

***(trong đó (Δ') là một đường thẳng cố định có sẵn).***

***• Trong bài toán trên, đường tròn ngoại tiếp ΔCEF chỉ có một điểm C là cố định. Lại thấy CB ⊥ CA mà CA cố định nên phán đoán có thể CB là đường thẳng phải tìm. Đó là điều dẫn dắt lời giải trên.***

**Câu V**

***Việc tìm GTNN của biểu thức P bao giờ cũng vận hành theo sơ đồ "bé dần": P ≥ B, (trong tài liệu này chúng tôi sử dụng B - chữ cái đầu của chữ bé hơn).***

***1) Giả thiết a + b ≤ đang ngược với sơ đồ "bé dần" nên ta phải chuyển hoá a + b ≤  ⇔  .***

***Từ đó mà lời giải đánh giá P theo .***

***2)  với a > 0, b > 0 là một bất đẳng thức đáng nhớ. Tuy là một hệ quả của bất đẳng***

***Cô-si, nhưng nó được vận dụng rất nhiều. Chúng ta còn gặp lại nó trong một số đề sau.***

***3) Các bạn tham khảo lời giải khác của bài toán như là một cách chứng minh bất đẳng thức trên.***

***Với hai số a > 0, b > 0 ta có . Dấu đẳng thức có khi a = b =. Vậy minP = .***