

ĐỀ CƯƠNG ÔN TẬP TOÁN 8- HỌC KÌ II

A.LÝ THUYẾT

1. Đại số: Câu hỏi ôn tập chương III và IV (SGK trang 32, 33,52)
2. Hình học : Câu hỏi ôn tập chương III và IV (SGK trang 89, 125, 126)

B. BÀI TẬP

PHẦN 1: TOÁN TỔNG HỢP VỀ RÚT GỌN BIỂU THỨC

Bài 1: Cho biểu thức $A = \left(\frac{x}{x^2-4} + \frac{2}{2-x} + \frac{1}{x+2} \right) : \left(x-2 + \frac{10-x^2}{x+2} \right)$

- a) Rút gọn biểu thức A.
- b) Tính giá trị biểu thức A tại x biết $|x| = \frac{1}{2}$
- c) Tìm giá trị của x để $A > 0$.

Bài 2: Cho biểu thức $A = \left(\frac{3-x}{x+3} \cdot \frac{x^2+6x+9}{x^2-9} + \frac{x}{x+3} \right) : \frac{3x^2}{x+3}$

- a) Rút gọn biểu thức A.
- b) Tính giá trị biểu thức A với $2x^2 + x = 0$
- c) Tìm giá trị của x để A có giá trị âm.

Bài 3: Cho biểu thức $P = \frac{a-2}{a+2} - \frac{a+2}{a-2} + \frac{4a^2}{4-a^2}$ và $Q = \frac{2a-a^2}{a+3}$

- a) Rút gọn P
- b) Tìm giá trị của a sao cho $P=1$
- c) Với giá trị nào của a thì $K=P.Q$ có giá trị âm.

Bài 4: Cho biểu thức $N = \frac{2x}{x+3} - \frac{x+1}{3-x} - \frac{3-11x}{x^2-9}$

- a) Rút gọn N
- b) Tìm x để $N < 2$
- c) Tìm x để $N^2 + N = 0$
- d) Tìm x nguyên để N có giá trị nguyên dương

Bài 5: Cho biểu thức

$Q = \left(\frac{x^2-x+7}{x^2-4} + \frac{1}{x-2} \right) : \left(\frac{x+2}{x-2} - \frac{x-2}{x+2} - \frac{2x}{x^2-4} \right)$

- a) Rút gọn Q
- b) Tìm x để $Q=1$
- c) So sánh Q và $\frac{1}{Q}$
- d) Tính giá trị của biểu thức $H=Q$ biết $(x+3)^2 = (2x-5)^2$

Bài 6: Cho biểu thức $M = \frac{1}{x+1} - \frac{2x-2}{x^3+x^2-x-1}$ và $N = \frac{1}{x-1} + \frac{2}{1-x^2}$

- Rút gọn M
- Tính giá trị của M khi $|2x + 1| = 5$
- Tìm x để $A = 2$
- Tìm x nguyên để $A = M$: N có giá trị nguyên

Bài 7: Cho biểu thức $A = \left(\frac{3}{2x+4} + \frac{x}{2-x} = \frac{2x^2+3}{x^2-4} \right) : \left(\frac{2x-1}{4x-8} \right)$

- Rút gọn A
- Tính giá trị của A biết $x^2 - 3x + 2 = 0$
- Tìm x để $A < 2$
- Tìm x để $|A| = 1$

Bài 8: Cho biểu thức

$$A = \frac{2x-9}{x^2-5x+6} - \frac{x+3}{x-2} - \frac{2x+1}{3-x}$$

- Rút gọn biểu thức A
- Tìm x để $A - 1 < 0$
- Tìm x để $A = 3$
- Tìm số nguyên x để A nguyên

Bài 9: Cho biểu thức

$$P = \frac{x(1-x^2)^2}{1+x^2} : \left[\left(\frac{1-x^3}{1-x} + x \right) \left(\frac{1+x^3}{1+x} - x \right) \right]$$

- Rút gọn P
- Tính giá trị của P biết $x^4 = 8x$
- Tìm x biết $P = 0,4$
- Tìm x biết $|P| = P$

Bài 10: Cho biểu thức $D = \left(\frac{2x^2+1}{x^2-1} - \frac{1}{x-1} \right) : \left(1 - \frac{x^2+3}{x^2+x+1} \right)$

- Rút gọn D
- Tìm giá trị của x để $D = 3$
- Tìm những giá trị dương của x để $D < 0$
- Tìm GTNN của biểu thức x. D biết $x > 2$

PHẦN 2: GIẢI PHƯƠNG TRÌNH- BẤT PHƯƠNG TRÌNH

Bài 1: Giải các phương trình sau

- $5 - (x - 6) = 4(3 - 2x)$
- $3 - x(1 - 3x) = 5(1 - 2x)$
- $(x - 3)(x + 4) - 2(3x - 2) = (x - 4)^2$
- $\frac{3x+2}{2} - \frac{3x+1}{6} = \frac{5}{3} + 2x$
- $\frac{2x-1}{5} - \frac{x-2}{3} = \frac{x+7}{15}$
- $\frac{x-23}{24} + \frac{x-23}{25} = \frac{x-23}{26} + \frac{x-23}{27}$

Bài 2: Giải các phương trình sau:

- 1) $9x^2 - 1 = (3x + 1)(4x + 1)$
- 2) $3x - 15 = 2x(x - 5)$
- 3) $2x(x - 1) = x^2 - 1$
- 4) $x^2 + 4x - 5 = 0$
- 5) $x^3 - 5x^2 + 6x = 0$
- 6) $x^3 + 9x^2 - 4x - 36 = 0$

Bài 3: Giải các phương trình sau:

- 1) $\frac{2x+5}{x-2} = -3$
- 2) $\frac{x}{x+1} + 2 = \frac{2x-3}{x} + \frac{3}{x(x+1)}$
- 3) $\frac{x-2}{5+x} - \frac{3}{x-5} = \frac{2(x-11)-19}{x^2-25}$
- 4) $5 + \frac{28}{x^2-4} = \frac{2x+3}{x+2} - \frac{3x+1}{2-x} - \frac{x}{2x+2} - \frac{2x}{x^2-2x-3} = \frac{x}{6-2x}$
- 5) $\frac{x-5}{x+3} - 1 = \frac{5x-2}{9-x^2}$
- 6) $\frac{x+2}{x} - \frac{1-x}{4-x} = \frac{3x-8}{x^2-4x}$
- 7)

Bài 4: Giải các phương trình sau:

- 1) $|9+x|=2$
- 2) $|2x-3|=x-3$
- 3) $|2-x|=2x-1$
- 4) $|-2x|=x-3$
- 5) $|3x-1|-x=2$
- 6) $|5x-4|=|x+1|$

Bài 5: Giải các bất phương trình sau và biểu diễn tập nghiệm trên trục số

- 1) $3x+4 > 2(x+1)-3$
- 2) $(x-1)(x+2) > (x-1)^2 + 3$
- 3) $\frac{x-2}{4} < \frac{x+1}{6}$
- 4) $\frac{2x+1}{4} - 1 \geq \frac{3x-1}{3}$
- 5) $\frac{3x-1}{4} - \frac{3(x-2)}{8} - 1 > \frac{5-3x}{2}$
- 6) $\frac{x-1}{x-3} > 1$
- 7) $\frac{2x-3}{x+5} \geq 3$

Bài 6: Cho phương trình $(4+m^2)x - 8x + 2 - m = 0$ với ẩn số x .

- a) Giải phương trình khi $m = -5$.
- b) Tìm điều kiện của m để phương trình có một nghiệm duy nhất.
- c) Tìm m để phương trình có nghiệm $x = \frac{1}{4}$

PHẦN 3: GIẢI BÀI TOÁN BẰNG CÁCH LẬP PHƯƠNG TRÌNH

Dạng 1: Toán chuyển động:

Bài 1: Một người đi từ A đến B với vận tốc 15km/h. Lúc đi từ B về A người đó có việc phải đi đường khác dài hơn đường ban đầu là 5km. Biết vận tốc lúc về là 18km/h và thời gian về ít hơn thời gian đi là 30p. Tính quãng đường AB.

Bài 2: Một người dự định đi từ A đến B trong thời gian nhất định. Sau khi đi được nửa đường với vận tốc 10km/h thì người đó đi tiếp nửa quãng đường còn lại với vận tốc 12km/h do đó đến B sớm hơn dự định 18 phút. Tính quãng đường AB và thời gian xe lăn bánh.

Bài 3: Quãng đường AB dài 145km, ô tô xuất phát từ A đến B với vận tốc 40km/h. Xe máy xuất phát từ B đến A với vận tốc 35km/h. Biết xe máy khởi hành trước ô tô 2h. Hỏi sau bao lâu kể từ khi ô tô khởi hành thì hai xe gặp nhau?

Bài 4: Lúc 7 giờ một người đi xe máy khởi hành từ A với vận tốc 30km/h. Sau đó một giờ, người thứ hai cũng đi xe máy từ A đuổi theo với vận tốc 45km/h. Hỏi đến mấy giờ người thứ hai mới đuổi kịp người thứ nhất? Nơi gặp nhau cách A bao nhiêu km?

Bài 5: Một ca nô xuôi dòng từ A đến B hết 1h20 phút và ngược dòng hết 2 giờ. Biết vận tốc dòng nước là 3km/h. Tính vận tốc riêng của ca nô.

Dạng 2: Toán năng suất:

Bài 6: Anh Nam lái xe tải được giao kế hoạch chở 7 tấn xi măng/ ngày. Nhưng anh Nam đã chở được 9 tấn/ ngày nên chẳng những anh Nam xong trước thời hạn 1 ngày mà còn vượt kế hoạch 1 tấn. Hỏi theo kế hoạch, anh Nam phải chở bao nhiêu tấn xi măng và trong thời gian bao lâu?

Bài 7: Bạn Giang được giao khâu một số thảm trong 18 ngày, nhưng bạn đã vượt mức khâu 5 chiếc trong 1 ngày, nên sau 16 ngày chẳng những đã hoàn thành kế hoạch mà còn vượt mức 20 chiếc thảm nữa. Hỏi mỗi ngày bạn Giang đã khâu được bao nhiêu chiếc thảm?

Bài 8: Một công nhân được giao làm một số sản phẩm trong một thời gian nhất định. Người đó dự định làm mỗi ngày 45 sản phẩm. Sau khi làm được 2 ngày người đó nghỉ một ngày, nên để hoàn thành công việc đúng kế hoạch, mỗi ngày người đó phải làm thêm 5 sản phẩm. Tính số sản phẩm người đó được giao?

Dạng 3: Toán có phần trăm

Bài 9: Một xí nghiệp dệt thảm được giao làm một số thảm xuất khẩu trong 20 ngày. Do xí nghiệp tăng năng suất 20% nên sau 18 ngày không những đã làm xong số thảm được giao mà còn làm thêm được 24 chiếc nữa. Tính số thảm mà xí nghiệp đã làm trong 18 ngày.

Bài 10: Trong tháng đầu hai tổ công nhân sản xuất được 800 chi tiết máy. Tháng thứ hai, tổ 1 vượt mức 15%, tổ 2 vượt mức 20%, do đó cả hai tổ sản xuất được 945 chi tiết máy. Tính xem trong tháng đầu mỗi tổ sản xuất được bao nhiêu chi tiết máy?

Dạng 4: Một số dạng toán khác

Bài 11: Một phân số có tử số bé hơn mẫu số là 8. Nếu tăng tử số lên 3 đơn vị và giảm mẫu số đi 3 đơn vị thì được một phân số bằng $\frac{5}{6}$. Tìm phân số ban đầu.

Bài 12: Hai máy bơm cùng chảy vào một bể không có nước sau 12 giờ sẽ đầy bể. Nhưng sau khi cùng chảy được 4 giờ thì máy thứ hai bị hỏng nên máy thứ nhất phải chảy một mình 10 giờ nữa mới đầy bể. Hỏi máy thứ nhất chảy một mình thì sau bao lâu đầy bể.

Bài 13: Một hình chữ nhật có chu vi 300cm. Nếu tăng chiều rộng thêm 5cm và giảm chiều dài đi 5cm thì diện tích tăng 275 cm². Tính chiều dài và chiều rộng của hình chữ nhật.

PHẦN 4: HÌNH HỌC

Bài 1: Cho tam giác ABC có BA=3cm, BC=7cm, BD là đường phân giác (D thuộc AC). Kẻ AH, CK vuông góc với BD.

a) Chứng minh $\triangle AHD \sim \triangle CKD$.

- b) Chứng minh $AB \cdot BK = BC \cdot BH$
- c) Qua trung điểm I của AC kẻ đường thẳng song song BD, cắt BC tại M, cắt tia AB tại N. Chứng minh $AN = CM$
- d) Chứng minh $S_{ABC} = 5S_{BDI}$

Bài 2: Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB < AC$). Kẻ đường cao AH. Từ H kẻ HE vuông góc với AB (E thuộc AB), kẻ HF vuông góc với AC (F thuộc AC)

- a) Chứng minh $\triangle AHB \sim \triangle CAB$
- b) Chứng minh $AC^2 = CH \cdot BC$
- c) Biết $BH = 4\text{cm}$, $CH = 5\text{cm}$. Tính chu vi của tam giác ABC.
- d) Từ A kẻ $Ax \parallel EF$, từ B kẻ By vuông góc với BC. Tia Ax cắt By tại K. Gọi O là giao điểm của EF và AH. Chứng minh C, O, K thẳng hàng.

Bài 3: Cho tam giác ABC vuông ở A. Trên tia đối của tia AB, lấy điểm E sao cho $AB = 2AE$. Trên tia đối của tia AC lấy điểm F sao cho $AC = 2AF$.

- a) Chứng minh $FE \parallel BC$.
- b) Kẻ AH vuông góc với BC tại H. Chứng minh $AC^2 = CH \cdot CB$
- c) Vẽ tia phân giác CD của góc ACB (D thuộc AB), CD cắt AH ở I. Chứng minh $\frac{IH}{IA} = \frac{AD}{DB}$.
- d) Cho $AF = 1,5\text{cm}$; $AE = 2\text{cm}$. Tính độ dài AH và diện tích tam giác HIC

Bài 4: Cho tam giác ABC vuông tại A. Kẻ phân giác BE của góc ABC (E thuộc AC). Từ C kẻ đường thẳng vuông góc với đường thẳng BE tại D.

- a) Chứng minh $\triangle ABE \sim \triangle DCE$
- b) Chứng minh $\triangle AED \sim \triangle BEC$
- c) Chứng minh $AD = DC$
- d) Kẻ đường cao AH của tam giác ABC cắt BE tại K. Chứng minh $\frac{KH}{KA} = \frac{EA}{EC}$

Bài 5: Cho tam giác ABC có ba góc nhọn, các đường cao BM, CN cắt nhau tại H.

- a) Chứng minh rằng: $HB \cdot HM = HC \cdot HN$
- b) Chứng minh $\triangle NHM \sim \triangle BHC$
- c) Giả sử góc $BAC = 60^\circ$. Chứng minh diện tích tam giác BHC gấp 4 lần diện tích tam giác NHM.
- d) Chứng minh rằng: $BM \cdot CN = MN \cdot BC + BN \cdot MC$

Bài 6: Cho tam giác nhọn ABC. Các đường cao BE, CF cắt nhau tại H.

- a) Chứng minh $\triangle BHF \sim \triangle CHE$
- b) Chứng minh $HE \cdot HB = HF \cdot HC$
- c) Từ E hạ $EI \perp BC$ (I thuộc BC). Biết $EC = 15\text{cm}$; $IC = 9\text{cm}$. Chứng minh $\triangle BEC \sim \triangle EIC$. Tính BC và BE.
- d) Chứng minh: $BH \cdot BE + CH \cdot CF = BC^2$

Bài 7: Cho hình chữ nhật ABCD, $AB = 8\text{cm}$, $AD = 6\text{cm}$. Kẻ $AM \perp BD$ (M thuộc BD)

- a) Chứng minh $\triangle ABD \sim \triangle MAD$
- b) Tính đoạn DM.
- c) Đường thẳng AM cắt các đường thẳng DC và BC thứ tự tại N và P. Chứng minh $AM^2 = MN \cdot MP$

d) Lấy điểm E trên cạnh AB, F trên cạnh BC, EF cắt BD ở K. Chứng minh

$$\frac{AB}{BE} + \frac{BC}{BF} = \frac{BD}{BK}$$

Bài 8: Cho hình vuông ABCD và một điểm E bất kì trên cạnh BC. Kẻ tia $Ax \perp AE$ cắt đường thẳng CD tại F. Kẻ trung tuyến AI của $\triangle AFE$ và kéo dài cắt DC tại K. Qua E kẻ đường thẳng song song với AB cắt AI tại G. Chứng minh:

- $AE = AF$
- Tứ giác EGFK là hình thoi
- $\triangle FIK \sim \triangle FCE$
- $EK = BE + DK$ và khi điểm E chuyển động trên BC thì chu vi tam giác ECK không đổi.

Bài 9: Cho hình bình hành ABCD có góc A nhọn. Kẻ $BI \perp AC$; $DK \perp AC$. Kẻ $CM \perp AB$, $CN \perp AD$.

- Chứng minh $AK = CI$
- Tứ giác BIDK là hình gì?
- Chứng minh $AB \cdot CM = CN \cdot AD$
- CMR: $AD \cdot AN + AB \cdot AM = AC^2$

Bài 10: Cho tam giác đều ABC. Gọi O là trung điểm của BC. Tại O dựng $\angle xOy = 60^\circ$. Tia Ox cắt AB tại M, tia Oy cắt AC tại N. CMR:

- $\triangle BOM \sim \triangle CNO$
- $BC^2 = 4 \cdot BM \cdot CN$
- $\triangle BOM \sim \triangle ONM$. Từ đó suy ra MO là tia phân giác của góc BMN
- $ON^2 = CN \cdot MN$

PHẦN 5: MỘT SỐ BÀI TOÁN NÂNG CAO

Bài 1: Chứng minh các bất đẳng thức:

- Chứng minh rằng nếu $x+y+z=1$ thì $x^2 + y^2 + z^2 \geq \frac{1}{3}$
- Chứng minh bất đẳng thức: $x^2 - 4xy + 5y^2 - 2y + 2015 \geq 2014$ với mọi x, y
- Chứng minh bất đẳng thức: $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca$ với mọi a, b, c $\in \mathbb{R}$.

Bài 2: Tìm GTLN, GTNN của biểu thức

1) Tìm GTNN của

$$A = x^2 - 7x + 11$$

$$B = \frac{-5}{x^2 - 4x + 7}$$

$$C = \frac{2x^2 - 6x + 5}{x^2 - 2x + 1}$$

$$D = \frac{x^2}{x-3} \text{ với } x > 3$$

2) Tìm GTLN của

$$A = \frac{2x^2 + 4x + 9}{x^2 + 2x + 4}$$

$$E = \frac{x^2 + 2x + 1}{x + 2} \text{ với } x > -2$$

$$F = |x - 2| + |x - 3|$$

$$G = x^2 + y^2 \text{ biết } 3x - 4y = 10$$

$$H = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \text{ biết } x, y, z > 0 \text{ và } x + y + z = 3$$

$$B = xy \text{ biết } 3x + y = 1 \quad C = \frac{6x - 8}{x^2 + 1}$$