

A. Đại số

Bài 1: Giải các phương trình sau

$$\begin{array}{ll} \text{a)} (x-1)^2 + (x+3)^2 = 2(x-2)(x+1) + 38 & \text{c)} 5(x^2 - 2x - 1) + 2(3x - 2) = 5(x+1) \\ \text{b)} (x-3)^3 - 2(x-1) = x(x-2)^2 - 5x^2 & \text{d)} x(x+3)^2 - 3x = (x+2)^3 + 1 \end{array}$$

Bài 2: Giải các phương trình sau

$$\begin{array}{ll} \text{a)} 5(2x-3) - 4x(5x-7) = 19 - 2(x+17) & \text{d)} 5x + 3,5 + (3x-4) = 7x - 3(x-0,5) \\ \text{b)} 4(x+3) - 7x + 17 = 8(5x-1) + 166 & \text{e)} 7(4x+3) - 4(x-1) = 15(x+0,75) + 7 \\ \text{c)} 7 - 14(x+1) = 13 - 4(x+1) - 5(x-3) & \text{f)} 3x - 2,42 + 0,8x = 3,83 - 0,2x \end{array}$$

Bài 3: Giải các phương trình sau

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \frac{1-x}{x+1} + 3 = \frac{2x+3}{x+1} & \text{e)} \frac{5x-2}{2-2x} + \frac{2x-1}{2} = 1 - \frac{x^2+x-3}{1-x} \\ \text{b)} \frac{(x+2)^2}{2x-3} - 1 = \frac{x^2+10}{2x-3} & \text{f)} \frac{5-2x}{3} + \frac{(x-1)(x+1)}{3x-1} = \frac{(x+2)(1-3x)}{9x-3} \\ \text{c)} \frac{2x+1}{x-1} = \frac{5(x-1)}{x-1} & \text{g)} 1 + \frac{x}{3-x} = \frac{5x}{(x+2)(3-x)} + \frac{2}{x+2} \\ \text{d)} \frac{x-3}{x-2} + \frac{x-2}{x-4} = -1 & \text{h)} \frac{1-6x}{x-2} + \frac{9x+4}{x+2} = \frac{x(3x-2)+1}{x^2-4} \end{array}$$

Bài 4: Giải các phương trình sau

$$\begin{array}{ll} \text{a)} (x-2)(x+3) - 3(4x-2) = (x-4)^2 & \text{e)} x^4 + 2x^3 - 2x^2 + 2x - 3 = 0 \\ \text{b)} x^2 + 5x + 6 = 0 & \text{f)} x^3 - 6x^2 + 12x + 19 = 0 \\ \text{c)} x(x-1)(x+1)(x+2) = 24 & \text{g)} x^3 + 5x^2 - 4x - 20 = 0 \\ \text{d)} x^2 - x - 20 = 0 & \text{h)} x^4 - 5x^3 - 12x^2 - 5x + 1 = 0 \end{array}$$

Bài 5: Giải các phương trình sau:

$$a) \frac{x+1}{x-1} - \frac{x-1}{x+1} = 3x \left(1 - \frac{x-1}{x+1} \right)$$

$$d) \frac{1}{2x-2} - \frac{2x+1}{x^2+x+1} + \frac{3}{2x+2} = 0$$

$$b) \frac{3x-1}{x-1} - \frac{2x+5}{x+3} + \frac{4}{x^2+2x-3} = 1$$

$$e) \frac{12x+1}{6x-2} - \frac{9x-5}{3x+1} = \frac{108x-36x^2-9}{4(9x^2-1)}$$

$$c) \frac{2}{x-3} = \frac{2x+5}{x^2-x}$$

$$f) \frac{x+4}{x^2-3x+2} + \frac{x+1}{x^2-4x+3} = \frac{2x+5}{x^2-4x+3}$$

Bài 6: Giải các phương trình sau

$$a) \frac{59-x}{41} + \frac{57-x}{43} + \frac{55-x}{45} + \frac{53-x}{47} + \frac{51-x}{49} = -5$$

$$b) \frac{x+14}{86} + \frac{x+15}{85} + \frac{x+16}{84} + \frac{x+17}{83} + \frac{x+116}{4} = 0$$

$$c) \frac{x-5}{1990} + \frac{x-15}{1980} + \frac{x-25}{1970} + \frac{x-1990}{5} + \frac{x-1980}{15} + \frac{x-1970}{25} = 0$$

$$d) \frac{x-90}{10} + \frac{x-76}{12} + \frac{x-58}{14} + \frac{x-36}{16} + \frac{x-15}{17} = 15$$

Bài 7: Giải và biện luận các phương trình sau với x là ẩn:

$$a) 2x - mx + 2m - 1 = 0$$

$$b) a^2x - ab = b^2(x-1)$$

$$c) \frac{m(m-5)x}{x-2} + 6 = \frac{m-14}{x-2}$$

Bài 8: Tìm một số biết rằng nếu viết thêm chữ số 5 vào sau chữ số hàng đơn vị của số ấy thì số ấy tăng 158 đơn vị.

Bài 9: Một ô tô đi quãng đường AB dài 60m trong một thời gian nhất định. Ô tô đi nửa quãng đường đầu với vận tốc hơn dự định 10km/h và đi nửa quãng đường sau với vận tốc kém dự định là 6km/h và đã đến B đúng theo thời gian dự định. Tính vận tốc dự định của ô tô đó?

Bài 10: Một ô tô khởi hành từ A để đến B với vận tốc 50km/h. Sau khi khởi hành 24 phút nó giảm bớt vận tốc đi 10km/h nên đến B muộn hơn dự định 18 phút. Tính thời gian ô tô dự định?

Bài 11: Một xe tải và một xe con cùng khởi hành từ tỉnh A đến tỉnh B. Xe tải đi với vận tốc 30km/h; xe con đi với vận tốc 45km/h. Sau khi đi được $\frac{3}{4}$ quãng đường AB, xe con tăng tốc thêm 5km/h trên quãng đường còn lại. Tính quãng đường AB biết xe con đến B sớm hơn xe tải 2 giờ 30 phút.

Bài 12: Lúc 6 giờ một ô tô xuất phát để đi đến B với vận tốc trung bình 40km/h. Khi đến B người lái xe làm nhiệm vụ giao và nhận hàng trong 30 phút rồi cho xe quay trở về A với vận tốc trung bình 30km/h. Tính quãng đường AB biết ô tô về A lúc 10 giờ cùng ngày.

Bài 13: Thùng dầu A chứa số dầu gấp đôi thùng dầu B. Nếu lấy bớt thùng A 10 lít và đổ thêm vào thùng B 10 lít thì số dầu ở thùng A gấp $\frac{3}{4}$ số dầu ở thùng B. Tính xem lúc đầu mỗi thùng có bao nhiêu lít dầu?

Bài 14: Một xưởng dệt theo kế hoạch mỗi ngày phải dệt 30 áo. Thực tế xưởng đã dệt được mỗi ngày 40 áo nên đã hoàn thành trước thời hạn 3 ngày, ngoài ra còn dệt thêm được 20 chiếc áo. Tính số áo xưởng phải dệt theo kế hoạch?

Bài 15: Một tổ dự định mỗi ngày dệt 12 chiếc áo nhưng do cải tiến kỹ thuật nên tổ đã dệt với năng suất tăng gấp rưỡi năng suất dự định, nên không những hoàn thành kế hoạch sớm hơn 1 ngày mà còn dệt thêm được 6 chiếc áo nữa. Hỏi số áo tổ phải dệt theo dự định?

B. Hình học

Bài 1: Cho ΔABC , phân giác AD. Qua B kẻ Bx sao cho $CBx = BAD$. Tia Bx cắt DA ở E (Bx và BA nằm trên hai nửa mặt phẳng bờ là BC). Chứng minh:

- a) ΔABE đồng dạng với ΔADC b) $BE^2 = DE.AE$

Bài 2: Cho tam giác ABC đều, O là trung điểm của BC. Gọi M và N là các điểm lần lượt trên các cạnh AB, AC sao cho $\angle MON = 60^\circ$. Chứng minh:

- a) ΔOBM đồng dạng với ΔNCO
b) ΔOBM đồng dạng với ΔNOM và OM là phân giác của $\angle BMN$.

Bài 3: Cho tam giác ABC, $AB = 6\text{cm}$, $AC = 7,5\text{cm}$, $BC = 9\text{cm}$. Trên tia đối của tia AB lấy D sao cho $AD = AC$. Chứng minh:

- a) ΔABC đồng dạng với ΔCBD
b) Tính CD.
c) $\angle BAC = 2\angle ACB$

Bài 4: Cho hình bình hành ABCD, điểm F trên BC. Tia AF cắt BD và DC lần lượt ở E và G. Chứng minh:

- $\triangle BEF$ đồng dạng với $\triangle DEA$; $\triangle DGE$ đồng dạng với $\triangle BAE$
- $AE^2 = EF \cdot EG$
- $BF \cdot DG$ không phụ thuộc vào vị trí điểm F trên BC.

Bài 5: Cho tam giác ABC ($AB < AC$). Đường phân giác AD. Trên tia đối của tia DA lấy điểm I sao cho $ACI = BDA$. Chứng minh rằng:

- $\triangle ADB$ đồng dạng với $\triangle AIC$; $\triangle ADB$ đồng dạng với $\triangle CDI$;
- $AD^2 = AB \cdot AC - DB \cdot DC$

Bài 6: Cho hình bình hành ABCD có $AB = 8\text{cm}$, $AD = 6\text{cm}$. Trên cạnh BC lấy điểm M sao cho $BM = 4\text{cm}$. Đường thẳng AM cắt BD tại I, cắt đường thẳng DC tại N.

- Tính tỉ số IB/ID
- Chứng minh $\triangle MAB$ đồng dạng với $\triangle AND$;
- Tính DN, CN;
- Chứng minh $AI^2 = IM \cdot IN$.

Bài 7: Cho $\triangle ABC$ vuông cân đỉnh A, M là điểm bất kì trên AB. Qua B kẻ một tia vuông góc với tia CM ở D và cắt tia CA ở E.

- Chứng minh $ED \cdot EB = EA \cdot EC$
- Chứng minh $BD \cdot BE + CA \cdot CE = BC^2$.
- Tính EDA

Bài 8: Cho tam giác ABC có $A = 90^\circ$, đường trung trực của BC cắt cạnh AC tại D. Gọi E là điểm đối xứng của D qua A.

- Chứng minh: $\angle BEC = 2\angle ACB$
- Chứng minh $CD \cdot CA = \frac{BC^2}{2}$
- Trung tuyến AM của tam giác ABC cắt đường thẳng BE tại F. Chứng minh $AE = EF$; $BF = AC$.