SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TRƯỜNG ĐHSP HÀ NỘI

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN ĐẠI HỌC SƯ PHẠM HÀ NỘI
NĂM HỌC 2013 - 2014

ĐỀ CHÍNH THỨC

VÒNG 2
Môn: Toán
Thời gian làm bài: 150 phút.
Không kể thời gian giao đề

Câu 1: *(2,5 điểm)*

1. Các số thực a, b, c thỏa mãn đồng thời hai đẳng thức:

i) $(a + b)(b + c)(c + a) = abc$

ii) $(a^3 + b^3)(b^3 + c^3)(c^3 + a^3) = a^3b^3c^3$

Chứng minh: $abc = 0$.

2. Các số thực dương a, b thỏa mãn $ab > 2013a + 2014b$. Chứng minh đẳng thức:

$$a + b > \left(\sqrt{2013} + 2014\right)^2$$

Câu 2: *(2,0 điểm)*

Tìm tất cả các cặp số hữu tỷ (x; y) thỏa mãn hệ phương trình:

$$\begin{cases} x^3 - 2y^3 = x + 4y \\ 6x^2 - 19xy + 15y^2 = 1 \end{cases}$$

Câu 3: *(1,0 điểm)*

Với mỗi số nguyên dương n, ký hiệu S_n là tổng của n số nguyên tố đầu tiên.

$S_1 = 2, S_2 = 2 + 3, S_3 = 2 + 3 + 5, ...)$

Chứng minh rằng trong dãy số $S_1, S_2, S_3, ...$ không tồn tại hai số hạng liên tiếp đều là số chính phương.

Câu 4: *(2,5 điểm)*

Cho tam giác ABC không cân, nội tiếp đường tròn (O), BD là đường phân giác của góc ABC. Đường thẳng BD cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là E. Đường tròn (O_1) đường kính DE cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là F.

1. Chứng minh rằng đường thẳng đối xứng với đường thẳng BF qua đường thẳng BD đi qua trung điểm của cạnh AC.

2. Biết tam giác ABC vuông tại B, $\widehat{BAC} = 60^0$ và bán kính của đường tròn (O) bằng R. Hãy tính bán kính của đường tròn (O_1) theo R.

Câu 5: *(1,0 điểm)*

Độ dài ba cạnh của tam giác ABC là ba số nguyên tố. Chứng minh minh rằng diện tích của tam giác ABC không thể là số nguyên.

Câu 6: *(1,0 điểm)*

Giả sử $a_1, a_2, ..., a_{11}$ là các số nguyên dương lớn hơn hay bằng 2, đôi một khác nhau và thỏa mãn:

$$a_1 + a_2 + ... + a_{11} = 407$$

Tồn tại hay không số nguyên dương n sao cho tổng các số dư của các phép chia n cho 22 số $a_1, a_2 , ..., a_{11}, 4a_1, 4a_2, ..., 4a_{11}$ bằng 2012.

.... Hết ....

Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!