ĐÁP ÁN

1.A	6.A	11.A	16.B	21.C	26.A	31.C	36.B	41.A	46.A
2.C	7.D	12.C	17.A	22.B	27.D	32.B	37.C	42.C	47.C
3.A	8.D	13.B	18.B	23.D	28.B	33.B	38.A	43.D	48.B
4.D	9.D	14.C	19.C	24.C	29.C	34.B	39.D	44.C	49.A
5.C	10.D	15.D	20.C	25.B	30.C	35.B	40.A	45.B	50.C

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đáp án A.

$M\in(P)$ vì $2.2-1+0-3=0$

Câu 2: Đáp án C.

Giả sử: $z=a+bi,(a,b\in\mathbb{R})$

$\Rightarrow |z-2+i|=|(a-2)+(b+1)i|=4\Rightarrow (a-2)^2+(b+1)^2=16$

Tập biểu diễn số phức z là: $(x-2)^2+(y+1)^2=16$, là đường tròn tâm $I(2,-1)$ và bán kính $R=4$

STUDY TIPS
Ta chú ý tính chất $\log_{a^x}b=\frac{1}{x}\log_a b$ từ đây ta có thể chuyển thành $\log_{a^x}b=\log_a b^{-x}$

Câu 3: Đáp án A.

Ta có: $4^{x+1}+4^{x-1}=272\Leftrightarrow 4^x\left(4^1+4^{-1}\right)=272\Leftrightarrow 4^x.\frac{17}{4}=272\Leftrightarrow x=3$

Câu 4: Đáp án D.

Ta có: $P=2\log_2 a-\log_{\frac{1}{2}}b^2\Rightarrow P=\log_2 a^2+\log_2 b^2=\log_2(ab)^2$

Câu 5: Đáp án C.

Phương án C sai do phải có điều kiện để hằng số $k\neq 0$.

Ta ghi nhớ tính chất: $\int a.f(x)\mathrm{d}x=a\int f(x)\mathrm{d}x$ với mọi số thực $a\neq 0$.

STUDY TIPS
Hàm phân thức dạng $y=\frac{ax+b}{cx+d};(ad-bc\neq 0)$ không có cực trị, luôn đơn điệu trên từng khoảng xác định.

Câu 6: Đáp án A.

Ta có: $y'=\frac{2.1-(-1).1}{(x+1)^2}=\frac{3}{(x+1)^2}$

Do $y'>0\forall x\neq -1$ nên hàm số không có cực trị

STUDY TIPS
Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $A(a;0;0);B(0;b;0)$; $C(0;0;c)$ có dạng $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$ được gọi là phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn

Câu 7: Đáp án D.

Phương trình mặt phẳng (ABC) là: $\frac{x}{2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{3}=1 \Leftrightarrow (ABC):3x-6y+2z-6=0$

Câu 8: Đáp án D.

Ta có: $\mathrm{w}=(1+i)z-\bar{z}=(1+i)(2-3i)-(2+3i)\Rightarrow \mathrm{w}=3-4i\Rightarrow|\mathrm{w}|=\sqrt{3^2+4^2}=5$

Câu 9: Đáp án D.

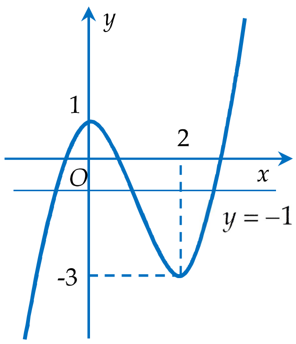
Cách tư duy 1:

$y=x^4+4x^2+3\Rightarrow y'=4x^3+8x=4x\left(x^2+2\right)$

$y'>0\Leftrightarrow x>0$

Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;0)$ và đồng biến trên $(0;+\infty)$.

Cách tư duy 2: Do hàm số có hệ số $a=1>1$ và $ab=1.4>0$ nên hàm số đồng biến trên $(0;+\infty)$ và nghịch biến trên $(-\infty;0)$ (bởi đồ thị hàm số có dạng parabol quay bề lõm xuống dưới). Đây là cách tư duy nhanh về dạng đồ thị mà tôi đã giới thiệu trong cuốn Công Phá Toán.



Câu 10: Đáp án D.

Ta thấy , số nghiệm của phương trình $ax^3+bx^2+cx+d+1=0$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ và đường thẳng $y=-1$. Nhìn vào đồ thị ta thấy có 3 giao điểm, tức phương trình có ba nghiệm phân biệt.

Câu 11: Đáp án A.

Chỉ xét tiệm cận ngang ta thấy:

$$\lim_{x\to+\infty} y=\lim_{x\to+\infty}\frac{x-1}{\sqrt{x^2-3x+2}}=1;\ \lim_{x\to-\infty} y=\lim_{x\to-\infty}\frac{x-1}{\sqrt{x^2-3x+2}}=-1$$

Hàm số có 2 tiệm cận ngang: $y=1, y=-1$

Câu 12: Đáp án C.

Hàm số đồng biến khi $f'(x)>0$

$$\Leftrightarrow (x+1)^2.(x-1)^3.(2-x)>0 \Leftrightarrow (x-1)(2-x)>0 \Leftrightarrow 1<x<2$$

Câu 13: Đáp án B.

$$y'=3x^2-4x+1=(3x-1)(x-1);\ y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{1}{3} \\ x=1 \end{array}\right.$$

$$y(0)=-2;\ y\left(\frac{1}{3}\right)=\frac{-50}{27};\ y(1)=-2;\ y(2)=0$$

$$\Rightarrow \underset{[0;2]}{\text{Max}}\, y(x)=0$$

Câu 14: Đáp án C.

$$(2+i)z-(3+5i)=4-4i \Leftrightarrow (2+i)z=7+i$$

$$\Leftrightarrow z=\frac{7+i}{2+i}=3-i \Rightarrow a=3, b=-1 \Rightarrow P=a+b=2$$

STUDY TIPS

Ta có thể chuyển máy tính về dạng MODE 2:CMPLX để tính toán với số phức.

Câu 15: Đáp án D.

Ta có: $\overrightarrow{BC}=(-1;2;-1)$

Mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với BC là:

$$(P): -1(x-1)+2(y+2)-(z+1)=0$$
$$(P): -x+2y-z+4=0$$
$$(P): x-2y+z-4=0$$

Câu 16: Đáp án B.

Ta có: $S_{ABC}=\frac{1}{2}.AB.AC.\sin\widehat{BAC}=\frac{1}{2}.a^2.\sin 60^\circ \Rightarrow S_{ABC}=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

$$\Rightarrow V=\frac{1}{3}S_{ABC}.SA=\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$$

STUDY TIPS

Diện tích tam giác đều có cạnh bằng a là $S=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

Câu 17: Đáp án A.

Ta có: $R=d_{I;(P)}=\dfrac{|2.(-1)-2-2.3+1|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+(-2)^2}}=\dfrac{9}{3}=3$

$$\Rightarrow (S): (x+1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=9$$

STUDY TIPS

Hàm số $y=x^\alpha$, với α không nguyên thì có tập xác định là $(0;+\infty)$.

Câu 18: Đáp án B.

Tập xác định hàm số: $y=\left(x^2-x\right)^{\sqrt{2}}$ là: $x^2-x>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x>1 \\ x<0 \end{array}\right.$

Câu 19: Đáp án C.

Đường sinh hình nón: $l=\dfrac{a}{\sin 30^{\circ}}=2a$

Diện tích xung quanh: $S=\pi Rl=\pi.a.2a=2\pi a^3$

Câu 20: Đáp án C.

Gọi M là trung điểm BC, ta có:

$$\begin{cases} x_M=\dfrac{-1+3}{2}=1 \\ y_M=\dfrac{2+0}{2}=1 \\ z_M=\dfrac{(-2)+(-4)}{2}=-3 \end{cases} \Rightarrow M(1,1,-3)$$

Phương trình AM là trung tuyến của ΔABC:

$$(AM):\frac{x-2}{1}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z}{3}$$

STUDY TIPS

Hàm số đã cho có đạo hàm không xác định tại $x=0$ nhưng vẫn đạt cực trị tại điểm đó.

Câu 21: Đáp án C.

Dễ nhìn thấy $f(x)$ đạt cực đại tại $x=-1, x=1$

Ngoài ra, $f'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương tại $x=0$ nên $x=0$ là điểm cực tiểu của hàm số. Do đó, hàm số có 3 cực trị.

Câu 22: Đáp án B.

$$I=\int_0^1\frac{xdx}{x^2+1}=\frac{1}{2}\int_0^1\frac{d(x^2)}{x^2+1}=\frac{1}{2}\int_0^1\frac{dt}{t+1}\Rightarrow I=\frac{1}{2}\left(\ln|t+1|\right)\Big|_0^1=\frac{1}{2}\ln 2$$

STUDY TIPS

A sai bởi vì hàm số $f(x)=3x-x^3$ là hàm số lẻ thì $\int_{-a}^{a}f(x)\mathrm{d}x=0$, vậy nếu cho trị tuyệt đối ra ngoài thì giá trị đạt được là 0, là sai. Do vậy ta cần chú ý khi bỏ dấu trị tuyệt đối.

Câu 23: Đáp án D.

Ta có: $x^3-x=2x\Leftrightarrow x^3-3x=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm\sqrt{3} \end{array}\right.$

Diện tích hình phẳng được xác định bởi:

$$S=\int_{-1}^{1}\left|(x^3-x)-2x\right|dx=\int_{-1}^{0}\left|x^3-3x\right|dx+\int_0^1\left|x^3-3x\right|dx$$

$$\Rightarrow S=\int_{-1}^{0}(x^3-3x)dx+\int_0^1(3x-x^3)dx$$

Câu 24: Đáp án C.

Cách 1: Ta có: $P=\log_3 240=\dfrac{\log_2(2^4.3.5)}{\log_2 3}=\dfrac{\log_2 3+\log_2 5+4}{\log_2 3}=\dfrac{a+b+4}{a}$

Cách 2: Ta có thể sử dụng máy tính gán $\log_2 3\to A$

Gán $\log_2 5\to B$. Sử dụng máy tính xét hiệu ta chọn C.

STUDY TIPS

Tính chất của bài toán sử dụng ở đây là: Hình chóp $SABC$ có $A';B';C'$ lần lượt trên cạnh $SA;SB;SC$

Thì ta có:

$$\frac{V_{SA'B'C'}}{V_{SABC}}=\frac{SA'}{SA}.\frac{SB'}{SB}.\frac{SC'}{SC}$$

Câu 25: Đáp án B.

Sử dụng tính chất quen thuộc:

$$\frac{V_{SMNP}}{V_{SABC}}=\frac{SM}{SA}.\frac{SN}{SB}.\frac{SP}{SC}=\frac{1}{8};\frac{V_{SMPQ}}{V_{SACD}}=\frac{SM}{SA}.\frac{SP}{SC}.\frac{SQ}{SD}=\frac{1}{8}$$

$$\Rightarrow\frac{1}{8}=\frac{V_{SMNP}}{V_{SABC}}=\frac{V_{SMPQ}}{V_{SACD}}=\frac{V_{SMNP}+V_{SMPQ}}{V_{SABC}+V_{SACD}}=\frac{V_{SMNPQ}}{V_{SABCD}}$$

$$\Rightarrow V_{SMNPQ}=\frac{1}{8}V_{SABCD}=2$$

Chú ý: Công thức tỉ số thể tích chỉ áp dụng được cho hình chóp tam giác, nên ta phải chia khối chóp để xét tỉ số.

Câu 26: Đáp án A.

Ta có: $y=\log(\ln 2x)\Rightarrow y'=\dfrac{(\ln 2x)'}{\ln 2x.\ln 10}\Rightarrow y'=\dfrac{(2x)'}{2x.\ln 2x.\ln 10}=\dfrac{1}{x.\ln 2.\ln 10}$

Chú ý: Ở bài toán này, việc sử dụng đạo hàm hàm hợp cần chú ý rất kĩ phần u'.

Câu 27: Đáp án D.

Ta có: $\int \dfrac{1}{1-2x}dx=\dfrac{-1}{2}\ln|2x-1|+C=\dfrac{1}{2}\ln\left|\dfrac{1}{2x-1}\right|+C$

Câu 28: Đáp án B.

Ta có: $\log_2(\log_8 x)=\log_8(\log_2 x)=\log_2(\log_2 x)^{\frac{1}{3}}\Leftrightarrow \dfrac{1}{3}\log_2 x=(\log_2 x)^{\frac{1}{3}}$

$\Leftrightarrow (\log_2 x)^{\frac{2}{3}}=3\Leftrightarrow \log_2 x=3\sqrt{3}\Rightarrow P=(\log_2 x)^2=27$

Câu 29: Đáp án C.

Cách 1:

$$z^2+z+1=0\Leftrightarrow z=\frac{-1}{2}\pm\frac{\sqrt{3}}{2}i\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} z_1=\cos\dfrac{2\pi}{3}+i.\sin\dfrac{2\pi}{3}\\ z_2=\cos\left(-\dfrac{2\pi}{3}\right)+i.\sin\left(-\dfrac{2\pi}{3}\right)\end{array}\right.$$

$$\Rightarrow P=z_1^{2017}+z_2^{2017}=\cos\frac{2\pi.2017}{3}+i.\sin\frac{2\pi.2017}{3}+\cos\left(-\frac{2\pi.2017}{3}\right)+i.\sin\left(-\frac{2\pi.2017}{3}\right)$$

$$\Rightarrow P=\left(\frac{-1}{2}\right)+\left(\frac{-1}{2}\right)=-1$$

Cách 2: Sử dụng bấm máy tính.

STUDY TIPS

Bài toán này chúng ta có thể sử dụng phương pháp nghiệm cụ thể mà không cần thông qua lượng giác. Tuy nhiên công thức lượng giác ở đây nên được lưu tâm vì nó giải quyết nhanh với dạng bài tính z^n.

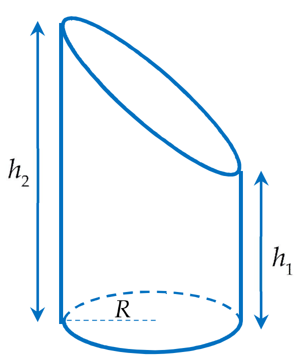
Câu 30: Đáp án C.

Gọi O là giao điểm 3 đường chéo hình hộp chính là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình hộp đó. Ta có:

$$AD^2=AB^2+BD^2=AB^2+BC^2+CD^2=2^2+2^2+1^2=9$$

$$\Rightarrow AD=3\Rightarrow R=OA=\frac{AD}{2}=\frac{3}{2}$$

Câu 31: Đáp án C.



Công thức tổng quát

Ta có công thức tổng quát về các kích thước của khối như sau:

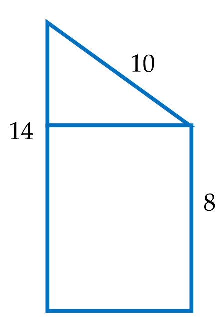
Kí hiệu như hình vẽ bên ta được:

Diện tích xung quanh của khối: $S_{xq}=\pi.R.(h_1+h_2)$

Tổng diện tích hai đáy của khối là: $S_{2day}=\pi R^2+\pi R.\sqrt{R^2+\left(\dfrac{h_1-h_2}{2}\right)^2}$

Diện tích toàn phần của khối: $S=S_{xq}+S_{2day}=\pi R.\left[h_1+h_2+R+\sqrt{R^2+\left(\dfrac{h_1-h_2}{2}\right)^2}\right]$

Thể tích của khối là $V=\dfrac{\pi R^2}{2}(h_1+h_2)$



Lời giải

Ta có mặt cắt của khối bên từ đây ta có $R=\dfrac{\sqrt{10^2-(14-8)^2}}{2}=4$

Vậy thể tích của khối là $V=\dfrac{\pi.4^2}{2}.(14+8)=176\pi$

Câu 32: Đáp án B.

Cách 1: Ta có:

$$I=\int_1^2(2x+1)\ln x dx=\int_1^2 \ln x d\left(x^2+x\right)=\left[\ln x\left(x^2+x\right)\right]\Big|_1^2-\int_1^2\left(x^2+x\right)d(\ln x)$$

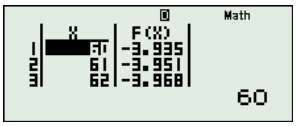
$$=6\ln 2-\int_1^2\left(x^2+x\right)\frac{1}{x}dx=6\ln 2-\left(\frac{x^2}{2}+x\right)\Big|_1^2=6\ln 2-\frac{5}{2}$$

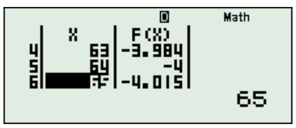
$$\Rightarrow b=2^6=64; a=\frac{-5}{2}-\frac{3}{2}=-4\Rightarrow P=a+b=60$$

Cách 2: Ta có thể sử dụng máy tính cầm tay, dùng lệnh TABLE để tìm ra kết quả của *a, b*. Đây chỉ là cách "mò" do nếu may mắn ta mới ra kết quả.

Ở đây ta coi *b* là biến và *a* là hàm số phụ thuộc vào biến *b*.

Lúc này *b* là biến *X* chọn Start, End. Lúc này ta để ý $b>0$ nên ta *X* dương. Tuy nhiên các phương án A, C hơn kém nhau 1 đơn vị, nên ta có thể xét khoảng $(20;30)$, phương án B, D ta có thể xét khoảng $(60;70)$.





Ta có $\int_1^2(2x+1)\ln x dx\to A$ (gán tích phân cho *A*).

Lúc này $A=a+\frac{3}{2}+\ln b$, Với $b=X; a=f(X)$ ta có $f(X)=A-\ln X-\frac{3}{2}$. Nhập TABLE với Start 60 End 70 ; Step 1. Ta được kết quả như hình bên. Ta thấy tại giá trị $b=64; a=-4$ nguyên. Ta chọn B.

Câu 33: Đáp án B.

Cách 1: Ta có: $y'=4x^3+4mx=4x\left(x^2+m\right)$

Hàm số có 3 điểm cực trị khi $y'=0$ có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m<0$

Ba điểm cực trị:

$$A(0,1); B\left(-\sqrt{-m},-m^2+1\right); C\left(\sqrt{-m},-m^2+1\right)\Rightarrow\begin{cases}\overrightarrow{AB}=\left(-\sqrt{-m};-m^2\right)\\ \overrightarrow{AC}=\left(\sqrt{-m};-m^2\right)\end{cases}$$

Tam giác ABC cân tại A, nếu là tam giác vuông: $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=0\left(AB\perp AC\right)$

$$\Leftrightarrow\left(-\sqrt{-m}\right)\left(\sqrt{-m}\right)+\left(-m^2\right)\left(-m^2\right)=0\Leftrightarrow m^4+m=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=0\\ m=-1\end{array}\right.$$

Vì $m<0$ nên $m=-1\in(-2;0)$.

STUDY TIPS

Để đồ thị hàm số $y=ax^4+bx^2+c,(a\neq 0)$ có ba điểm cực trị tạo thành tam giác vuông thì $\frac{b^3}{a}=-8$

Cách 2: Trong sách Công phá Toán phần công thức tính nhanh các bài tập cực trị tôi có giới thiệu về công thức tính nhanh bài tập dạng này.

Để đồ thị hàm số $y=ax^4+bx^2+c,(a\neq 0)$ có ba điểm cực trị tạo thành tam giác vuông là $\frac{b^3}{a}=-8$ ta được $\frac{(2m)^3}{1}=-8\Leftrightarrow m=-1$. Đáp án B.

Câu 34: Đáp án B.

$$z=a+bi,(a;b\in\mathbb{R})\Rightarrow(2+3i)(a+bi)-(1+2i)(a-bi)=7-i$$

$$\Leftrightarrow(2a-3b)+(3a+2b)i-(a+2b)-(2a-b)i=7-i$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}2a-3b-a-2b=7\\ 3a+2b-2a-2b=7\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a-5b=7\\ a+3b=-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=2\\ b=-1\end{cases}\Rightarrow z=2-i\Rightarrow|z|=\sqrt{5}$$

Câu 35: Đáp án B.

Kẻ $OH \perp CD \Rightarrow \widehat{SHO} = 60°$

ΔCOD vuông tại $O; \widehat{OCD} = 30°$

$\Rightarrow OH = OC.\sin 30° \Rightarrow OH = \frac{1}{2}.OC = \frac{1}{2}.CD.\cos 30°$

$\Rightarrow OH = \frac{\sqrt{3}}{4}.CD = \frac{a\sqrt{3}}{4} \Rightarrow SO = OH.\tan 60° = \frac{a\sqrt{3}}{4}.\sqrt{3} = \frac{3a}{4}$

$\Rightarrow V = \frac{1}{3}.S_{ABCD} = \frac{1}{3}.\frac{3a}{4}.a^2.\sin 60° = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$

Câu 36: Đáp án B.

Giả thiết bài toán tương đương phương trình hoành độ giao điểm có 2 nghiệm dương: $\frac{2x+m}{x-1} = x+1 \Leftrightarrow \begin{cases} (x+1)(x-1)-(2x+m)=0 \\ x \neq 1 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2-2x-(m+1)=0 \\ f(1) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 1+(m+1) > 0 \\ S>0; P>0 \\ m \neq -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -2 \\ 2>0; -(m+1)>0 \\ m \neq -2 \end{cases}$

$\Leftrightarrow -2 < m < -1$

Câu 37: Đáp án C.

Ta có: $\log_{\frac{1}{2}}(x+2) - \log_{\frac{1}{\sqrt{2}}} x > \log_2(x^2-x)-1$

Điều kiện: $x>1$

$\log_{\frac{1}{2}}(x+2) - \log_{\frac{1}{\sqrt{2}}} x > \log_2(x^2-x) - \log_2 2$

$\Leftrightarrow \log_2 2 + 2\log_2 x > \log_2(x^2-x) + \log_2(x+2)$

$\Leftrightarrow \log_2(2x^2) > \log_2\left[(x^2-x)(x+2)\right]$

$\Leftrightarrow 2x^2 > (x^2-x)(x+2) \Leftrightarrow 2x > (x-1)(x+2)$ (Do $x>1$).

$\Leftrightarrow x^2-x-2<0 \Leftrightarrow 1<x<2$

STUDY TIPS

Với hàm số bậc ba dạng $y = ax^3+bx^2+cx+d$, $(a \neq 0)$

Thì $\Delta' = b^2-3ac$ là biệt số delta của phương trình $y'=0$.

Câu 38: Đáp án A.

Hàm số đồng biến trên R khi: $y' \geq 0, \forall x \in R \Leftrightarrow 3x^2-2(m+1)x+3 \geq 0 \Leftrightarrow \forall x \in R$

$\Delta' = (m+1)^2 - 9 \leq 0 \Leftrightarrow (m-2)(m+4) \leq 0 \Leftrightarrow -4 \leq m \leq 2$

Câu 39: Đáp án D.

Gọi $I(a,b,c)$ là tâm mặt cầu cần tìm. Khi đó, ta có:

$R^2 = a^2+b^2+c^2 = (a-1)^2+(b-3)^2+(c+1)^2$

$= (a+2)^2+(b-1)^2+(c-1)^2 = (a-4)^2+(b-1)^2+(c-7)^2$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 2a+6b-2c=11 \\ 4a-2b-2c=-6 \\ 8a+2b+14c=66 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\frac{3}{2} \\ b=\frac{5}{2} \\ c=\frac{7}{2} \end{cases} \Rightarrow R^2 = \frac{9+25+49}{4} = \frac{83}{4} \Rightarrow R = \frac{\sqrt{83}}{2}$

Câu 40: Đáp án A.

Đặt $t = 2^{x^2-2x+1} \Rightarrow t>0 \Rightarrow x^2-2x+1 = \log_2 t \Leftrightarrow (x-1)^2 = \log_2 t$

Phương trình đã cho có 4 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi phương trình $t^2 - 2mt + 3m - 2 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt và thỏa mãn:

$$\log_2 t > 0 \Leftrightarrow t > 1. \text{ Do đó, có: } \begin{cases} \Delta' = m^2 - (3m-2) > 0 \\ (t_1 - 1) + (t_2 - 1) > 0 \\ (t_1 - 1)(t_2 - 1) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 3m + 2 > 0 \\ S > 2 \\ P - S + 1 > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (m-1)(m-2) > 0 \\ 2m > 2 \\ (3m-2) - 2m + 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > 2$$

Câu 41: Đáp án A.

$$\int \frac{x+3}{x^2+3x+2}dx = \int \frac{x+2}{(x+1)(x+2)}dx + \int \frac{1}{(x+1)(x+2)}dx$$

$$= \int \frac{1}{(x+1)}dx + \int \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2}\right)dx = 2\ln|x+1| - \ln|x+2| + C$$

Câu 42: Đáp án C.

Ta có: $a = \log_2 60 = \log_2 (2^2.3.5) = 2 + \log_2 3 + \log_2 5$

$$b = \log_2 15 = \frac{\log_2 15}{\log_2 5} = \frac{\log_2 3 + \log_2 5}{\log_2 5}$$

$$b = \frac{a-2}{\log_2 5} \Rightarrow \log_2 5 = \frac{a-2}{b};\ a = 2 + \log_2 3 + \frac{a-2}{b}$$

$$P = \log_2 12 = 2 + \log_2 3 = a - \frac{a-2}{b} = \frac{ab - a + 2}{b}$$

Câu 43: Đáp án D.

Giả sử d cắt $d_1; d_2$ tại $A; B$ thì:

$$\begin{cases} A \in d_1 \\ B \in d_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A(a+1; 3a+2; a) \\ B(-b-1; 2b+1; 4b+2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{MA} = (a-2; 3a-1; a+2) \\ \overrightarrow{MB} = (-b-4; 2b-2; 4b+4) \end{cases}$$

$M; A; B$ thẳng hàng: $\overrightarrow{MA} = k.\overrightarrow{MB}$, do đó:

$$\frac{a-2}{-b-4} = \frac{3a-1}{2b-2} = \frac{a+2}{4b+4} \Leftrightarrow a = b = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} A(1;2;0) \\ B(-1;1;2) \end{cases} \Rightarrow AB = \sqrt{2^2 + 1^2 + (-2)^2} = 3$$

Câu 44: Đáp án C.

Thể tích của (H) được tính bằng tổng thể tích của hình nón cụt bên trên và hình trụ ở phía dưới.

Ta có công thức tính thể tích khối nón cụt như sau:

$$V_1 = \frac{\pi h}{3}.(R^2 + R'^2 + R.R') = \frac{\pi.2}{3}.(2^2 + 1^2 + 1.2) = \frac{14\pi}{3}$$

Thể tích khối trụ phía dưới được tính bằng công thức $V_2 = 1,5^2.\pi.4 = 9\pi$

Vậy thể tích của khối (H) được tính bằng công thức

$$V = V_1 + V_2 = 9\pi + \frac{14}{3}\pi = \frac{41}{3}\pi$$

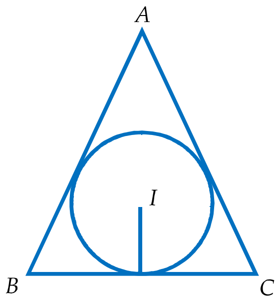
STUDY TIPS

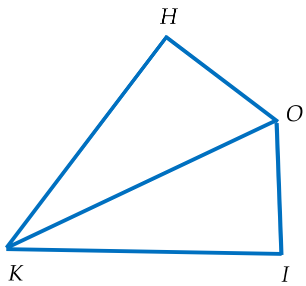
Với khối nón cụt có đường cao h. Bán kính đáy $OB = R$ và $O'A = R'$. Khi đó thể tích của khối nón cụt được tính bằng công thức

$$V = \frac{\pi h}{3}(R^2 + R'^2 + R.R')$$

Câu 45: Đáp án B.

Giả sử hình chóp đó là $SABC$ có O là tâm hình cầu nội tiếp. Gọi bán kính nội tiếp tam giác đáy là r. Khi đó ta có:





$IK = r; OI = 1; AK = 3r; BC = 2r\sqrt{3} \Rightarrow S_{ABC} = 3r^2\sqrt{3}$

Gọi H là hình chiếu của O lên (SBC).Khi đó,góc giữa hai mặt phẳng bên và đáy là: $\alpha = \widehat{IKH}$

Ta có: $\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{KI}{KO} = \frac{r}{\sqrt{r^2+1}} \Rightarrow \cos\alpha = \frac{r^2-1}{r^2+1}$; $V = \frac{1}{3}.S_{tp}.1 = \frac{S_{day} + 3S_{ben}}{3}$

Khi chiếu ta có: $3S_{ben} = \frac{\left(S_{IAB} + S_{IBC} + S_{ICA}\right)}{\cos\alpha} = \frac{S_{ABC}}{\cos\alpha}$

$$V = \frac{1}{3}S_{ABC}\left(1 + \frac{1}{\cos\alpha}\right) = r^2\sqrt{3}.\frac{2r^2}{r^2-1} = \frac{r^4.2\sqrt{3}}{r^2-1} \Rightarrow V = 2\sqrt{3}\frac{\left(\left(r^2-1\right)+1\right)^2}{r^2-1} \geq 8\sqrt{3}$$

Câu 46: Đáp án A.

Điều kiện $x > 0; y > 0$

Ta có $\ln x + \ln y \geq \ln\left(x^2+y\right) \Leftrightarrow \ln(xy) \geq \ln\left(x^2+y\right) \Leftrightarrow xy \geq x^2 + y \Leftrightarrow y(x-1) \geq x^2$

Với $0 < x \leq 1$ không thỏa mãn.

Vậy $x > 1$. Vậy $y \geq \frac{x^2}{x-1}$.

Vậy $P = x + y \geq x + \frac{x^2}{x-1}$

Xét hàm số $f(x) = x + \frac{x^2}{x-1}$ trên $(1;+\infty)$. Ta có $f'(x) = 1 + \frac{x^2-2x}{(x-1)^2}$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 + x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow 2x^2 - 4x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{2+\sqrt{2}}{2}$$

Khi đó $f\left(\frac{2+\sqrt{2}}{2}\right) = 3 + 2\sqrt{2}$

Câu 47: Đáp án C.

Ta có: $BC = AB\sqrt{2} = a\sqrt{2}; SB = \sqrt{BC^2 + SC^2} = a\sqrt{3}$

$SA = \sqrt{SC^2 + CA^2} = a\sqrt{2}$

Theo hệ thức lượng ta có: $SC^2 = SE.SA = SF.SB$

$$a^2 = SE.a\sqrt{2} = SF.a\sqrt{3} \Rightarrow \begin{cases} SE = \frac{a}{\sqrt{2}} \\ SF = \frac{a}{\sqrt{3}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{SE}{SA} = \frac{1}{2} \\ \frac{SF}{SB} = \frac{1}{3} \end{cases}$$

Áp dụng tính chất thể tích:

$$\frac{V_{SCEF}}{V_{SABC}} = \frac{SC}{SC}.\frac{SE}{SA}.\frac{SF}{SB} = \frac{1}{6} \Rightarrow V_{SCEF} = \frac{1}{6}.V_{SABC} = \frac{1}{6}.\frac{1}{3}.SC.\left(\frac{1}{2}.AB.AC\right)$$

$$\Rightarrow V_{SCEF} = \frac{1}{36}.a^3$$

STUDY TIPS

Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C được gọi là phương trình mặt phẳng đoạn chắn. Lúc này, hình tứ diện OABC là hình tứ diện vuông tại O nên

$V_{OABC} = \frac{1}{6}.OA.OB.OC$

Câu 48: Đáp án B.

Giả sử $A(a;0;0); B(0;b;0); C(0;0;c)$

$$(P): \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1; M \in (P) \Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{2}{c} = 1$$

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy suy ra:

$$V_{SCEF}=\frac{1}{6}.OA.OB.OC=\frac{abc}{6}=\frac{abc}{6}.\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{2}{c}\right)^3\ge\frac{abc}{6}.27.\frac{1}{a}.\frac{1}{b}.\frac{2}{c}=9$$

Dấu "=" xảy ra: $\frac{1}{a}=\frac{1}{b}=\frac{2}{c}$.

Câu 49: Đáp án A.

Đặt $z_1=a+bi;z_2=c+di$

$$|z_1|^2=a^2+b^2;|z_2|^2=c^2+d^2;\ |z_1+z_2|^2+|z_1-z_2|^2=2\left(|z_1|^2+|z_2|^2\right)$$

$$P^2=\left(|z_1|+|z_2|\right)^2\le 2\left(|z_1|^2+|z_2|^2\right)\Rightarrow P^2\le|z_1+z_2|^2+|z_1-z_2|^2=|6+8i|^2+2^2=104$$

$$P\le 2\sqrt{26}$$

Dấu "=" xảy ra khi $|z_1|=|z_2|$

$$\begin{cases} z+c=8;b+d=6\\ (a-c)^2+(b-d)^2=4\\ a^2+b^2=c^2+d^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(2a-8)^2+(2b-6)^2=4\\ a^2+b^2=(8-a)^2+(6-b)^2\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}a=\frac{17}{5}\\ b=\frac{19}{5}\end{cases}\\ \begin{cases}a=\frac{23}{5}\\ b=\frac{11}{3}\end{cases}\end{array}\right.$$

Câu 50: Đáp án C.

Ta có ví dụ như sau:

Ví dụ 7: Tính thể tích vật thể tạo được khi lấy giao vuông góc hai ống nước hình trụ có cùng bán kính đáy bằng a. (hình 3.6)

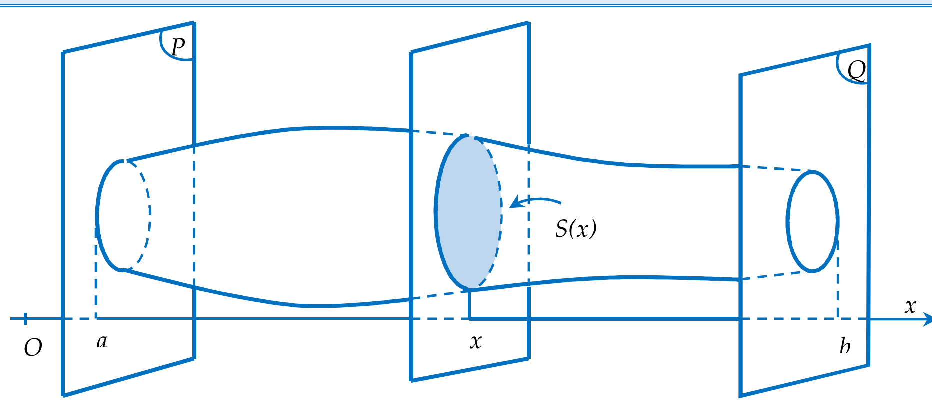
A. $V=\frac{16a^3}{3}$ **B.** $V=\frac{2a^3}{3}$ **C.** $V=\frac{4a^3}{3}$ **D.** $V=a^3$

(Trích sách bộ đề tinh túy ôn thi THPT QG môn Toán 2017)

Phân tích

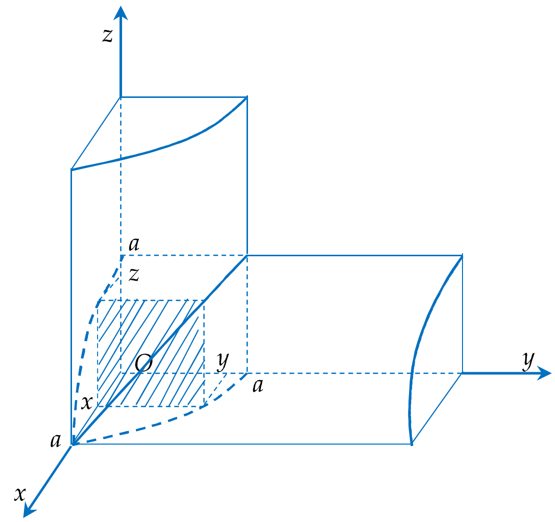
Bài toán áp dụng tính chất:

Cho H là một vật thể nằm giới hạn giữa hai mặt phẳng $x=a$ và $x=b$. Gọi $S(x)$ là diện tích thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục hoành tại điểm có hoành độ x $(a\le x\le b)$. Giả sử $S(x)$ là một hàm liên tục. Khi đó thể tích V của H là $\boxed{V=\int_a^b S(x)dx.}$ (hình 3.5)



Lời giải

Ta sẽ gắn hệ trục tọa độ $Oxyz$ vào vật thể này, tức là ta sẽ đi tính thể tích vật thể V giới hạn bởi hai mặt trụ: $x^2 + y^2 = a^2$ và $x^2 + z^2 = a^2$ $(a > 0)$.



Hình vẽ trên mô tả một phần tám thứ nhất của vật thể này, với mỗi $x \in [0;a]$, thiết diện của vật thể (vuông góc với trục Ox) tại x là một hình vuông có cạnh $y = \sqrt{a^2 - x^2}$ (chính là phần gạch chéo trong hình). Do đó diện tích thiết diện sẽ là:

$$S(x) = \sqrt{a^2 - x^2}.\sqrt{a^2 - x^2} = a^2 - x^2 \quad x \in [0;a].$$

Khi đó áp dụng công thức $(*)$ thì thể tích vật thể cần tìm sẽ bằng:

$$V = 8\int_0^a S(x)dx = 8\int_0^a (a^2 - x^2)dx = 8\left(a^2x - \frac{x^3}{3}\right)\Bigg|_0^a = \frac{16a^3}{3}.$$

Ở bài toán này, đề bài tôi cho cả ống nước còn ở câu 50 thì cho $\frac{1}{4}$ ống nước, do vậy ở giai đoạn cuối tính thể tích, ta ko có nhân 8. Vậy đáp án cần tìm là $V = \int_0^a S(x)\mathrm{d}x = \int_0^a (a^2 - x^2)\mathrm{d}x = \frac{2a^3}{3}$.