Đáp án và hướng dẫn giải

Câu 1: 1) Rút gọn

$$A = \left[\frac{\left(1-\sqrt{a}\right)\left(1+\sqrt{a}+a\right)}{1-\sqrt{a}}+\sqrt{a}\right]\left[\frac{1-\sqrt{a}}{\left(1-\sqrt{a}\right)\left(1+\sqrt{a}\right)}\right]^2$$

$$= \left(1+2\sqrt{a}+a\right).\frac{1}{\left(1+\sqrt{a}\right)^2} = \left(1+\sqrt{a}\right)^2.\frac{1}{\left(1+\sqrt{a}\right)^2} = 1.$$

2) Giải phương trình: $2x^2 - 5x + 3 = 0$

Phương trình có tổng các hệ số bằng 0 nên phương trình có 2 nghiệm phân biệt $x_1 = 1$, $x_2 = \frac{3}{2}$.

Câu 2:

1) Hàm số nghịch biến khi trên R khi và chỉ khi $3 - k < 0 \Leftrightarrow k > 3$

2) Giải hệ: $\begin{cases} 4x + y = 5 \\ 3x - 2y = -12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8x + 2y = 10 \\ 3x - 2y = -12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 11x = -2 \\ 4x + y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-2}{11} \\ y = \frac{63}{11} \end{cases}$

Câu 3:

1) Phương trình có 2 nghiệm trái dấu khi: $m < 0$

2) Phương trình có 2 nghiệm $x_1, x_2 \Leftrightarrow \Delta' = 9 - m \geq 0 \Leftrightarrow m \leq 9$

Theo hệ thức Viét ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 6 & (1) \\ x_1 \,.\, x_2 = m & (2) \end{cases}$

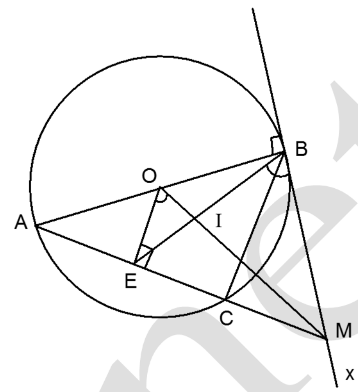
Theo yêu cầu của bài ra $x_1 - x_2 = 4$ (3)

Từ (1) và (3) $\Rightarrow x_1 = 5$, thay vào (1) $\Rightarrow x_2 = 1$

Suy ra $m = x_1.x_2 = 5$ (thoả mãn)

Vậy $m = 5$ là giá trị cần tìm.

Câu 4:



a) Ta có E là trung điểm của AC $\Rightarrow$ OE $\perp$ AC hay $\widehat{OEM} = 90^0$.

Ta có Bx $\perp$ AB $\Rightarrow$ $\widehat{ABx} = 90^0$.

nên tứ giác CBME nội tiếp.

b) Vì tứ giác OEMB nội tiếp $\Rightarrow$

$\widehat{OMB} = \widehat{OEB}$ (cung chắn $\overset{\frown}{OB}$),

$\widehat{EOM} = \widehat{EBM}$ (cùng chắn cung EM)

$\Rightarrow$ Δ EIO ~ Δ MIB (g.g) $\Rightarrow$ IB.IE = M.IO

Câu 5: Ta có : $P = 3x + 2y + \frac{6}{x} + \frac{8}{y} = (\frac{3}{2}x + \frac{3}{2}y) + (\frac{3}{2}x + \frac{6}{x}) + (\frac{y}{2} + \frac{8}{y})$

Do $\frac{3}{2}x + \frac{3}{2}y = \frac{3}{2}(x + y) \geq \frac{3}{2} . 6 = 9.$

$\frac{3x}{2} + \frac{6}{x} \geq 2\sqrt{\frac{3x}{2} . \frac{6}{x}} = 6$, $\frac{y}{2} + \frac{8}{y} \geq 2\sqrt{\frac{y}{2} . \frac{8}{y}} = 4$

Suy ra $P \geq 9 + 6 + 4 = 19$

Dấu bằng xảy ra khi $\begin{cases} x + y = 6 \\ \frac{3x}{2} = \frac{6}{x} \\ \frac{y}{2} = \frac{8}{y} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \end{cases}$

Vậy min P = 19.

Lời bình:

Câu V

•Việc tìm GTNN của biểu thức P bao giờ cũng vận hành theo sơ đồ "bé dần": $P \geq B$, (trong tài liệu này chúng tôi sử dụng B - chữ cái đầu của chữ bé hơn).

1) Do giả thiết cho $x + y \geq 6$, đã thuận theo sơ đồ "bé dần": $P \geq B$, điều ấy mách bảo ta biểu thị P theo (x + y). Để thực hiện được điều ấy ta phải khử $\frac{6}{x}$ và $\frac{8}{y}$.

Do có $x > 0$; $y > 0$ nên việc khử được thực hiện dễ dàng bằng cách áp dụng bất đẳng thức Cô-si cho các từng cặp số Ax và $\frac{6}{x}$, By và $\frac{8}{y}$.

Bởi lẽ đó mà lời giải đã "khéo léo" tách $3x = \frac{3}{2}x + \frac{3}{2}x$, $2y = \frac{3}{2}y + \frac{1}{2}y$.

2) Tuy nhiên mấu chốt lời giải nằm ở sự "khéo léo" nói trên. Các số $\frac{3}{2}$, $\frac{1}{2}$ được nghĩ ra bằng cách nào?

Với mọi số thực $a < 2$, ta có

$$P = 3x + 2y + \frac{6}{x} + \frac{8}{y} = a(x+y) + \left[(3-a)x + \frac{6}{x}\right] + \left[(2-a)y + \frac{8}{y}\right] \qquad (1)$$

$$\Rightarrow \quad P \geq 6a + 2\sqrt{6(3-a)} + 2\sqrt{8(2-a)} \qquad (2)$$

Ta có $(3-a)x + \frac{6}{x} \geq 2\sqrt{6(3-a)}$, ***dấu đẳng thức có khi*** $x = \sqrt{\frac{6}{3-a}}$; (3)

$(2-a)y + \frac{8}{y} \geq 2\sqrt{8(2-a)}$, ***dấu đẳng thức có khi*** $y = \sqrt{\frac{8}{2-a}}$. ; (4)

Để (2) trở thành đẳng thức buộc phải có $x + y = 6$ $\Rightarrow \sqrt{\frac{6}{3-a}} + \sqrt{\frac{8}{2-a}} = 6$

(5)

Thấy rằng $a = \frac{3}{2}$ ***là một nghiệm của (5). Thay*** $a = \frac{3}{2}$ ***vào (2) ta có sự phân tích như lời giải đã trình bày. Các số*** $\frac{3}{2}$***,*** $\frac{1}{2}$ ***được nghĩ ra như thế đó.***

3) Phương trình (3) là phương trình "kết điểm rơi". Người ta không cần biết phương trình "kết điểm rơi" có bao nhiêu nghiệm. Chỉ cần biết (có thể là đoán) được một nghiệm của nó là đủ cho lời giải thành công. (Việc giải phương trình "kết điểm rơi" nhiều khi phức tạp và cũng không cần thiết.)