Đáp án và hướng dẫn giải

Câu 1:

a) Thay x = $\sqrt{3}+2$ vào hàm số ta được:

$y = \left(\sqrt{3}-2\right)\left(\sqrt{3}+2\right)+1 = \left(\sqrt{3}\right)^2 - 2^2 + 1 = 0$.

b) Đường thẳng y = 2x – 1 cắt trục hoành tại điểm có hoành độ $x = \frac{1}{2}$; còn đường thẳng y = 3x + m cắt trục hoành tại điểm có hoành độ $x = -\frac{m}{3}$.

Suy ra hai đường thẳng cắt nhau tại một điểm trên trục hoành $\Leftrightarrow -\frac{m}{3} = \frac{1}{2} \Rightarrow m = \frac{-3}{2}$.

Câu 2: a) $A = \left(\frac{3\sqrt{x}+6}{x-4} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}\right) : \frac{x-9}{\sqrt{x}-3}$

$= \left(\frac{3(\sqrt{x}+2)}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}\right) : \frac{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}{\sqrt{x}-3}$

$= \left(\frac{3+\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}\right) . \frac{1}{\sqrt{x}+3} = \frac{1}{\sqrt{x}-2}$, với $x \geq 0,\ x \neq 4,\ x \neq 9$.

b) Điều kiện: $x \neq 3$ và $x \neq -2$ (1).

$(1) \Leftrightarrow \frac{x^2-3x+5}{(x+2)(x-3)} = \frac{1}{x-3} \Leftrightarrow \frac{x^2-3x+5}{(x+2)(x-3)} = \frac{x+2}{(x+2)(x-3)} \Leftrightarrow x^2-3x+5 = x+2$

$\Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 0$.

Giải ra ta được: $x_1 = 1$ (thỏa mãn); $x_2 = 3$ (loại do (1)).

Vậy phương trình đã cho có nghiệm duy nhất x = 1.

Câu 3:

a) Thay m = 1 vào hệ đã cho ta được:

$\begin{cases}3x - y = 1\\ x + 2y = 5\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}6x - 2y = 2\\ x + 2y = 5\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}7x = 7\\ x + 2y = 5\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x = 1\\ y = 2\end{cases}.$

Vậy phương trình có nghiệm (1; 2).

b) Giải hệ đã cho theo m ta được:

$\begin{cases}3x - y = 2m - 1\\ x + 2y = 3m + 2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}6x - 2y = 4m - 2\\ x + 2y = 3m + 2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}7x = 7m\\ x + 2y = 3m + 2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x = m\\ y = m + 1\end{cases}$

Nghiệm của hệ đã cho thỏa mãn $x^2 + y^2 = 10$

$\Leftrightarrow m^2 + (m + 1)^2 = 10 \Leftrightarrow 2m^2 + 2m - 9 = 0.$

Giải ra ta được: $m_1 = \dfrac{-1+\sqrt{19}}{2}; m_2 = \dfrac{-1-\sqrt{19}}{2}$.

Câu 4:

a) Tứ giác ACNM có: $\widehat{MNC} = 90^0$ (gt) $\widehat{MAC} = 90^0$ (tínhchất tiếp tuyến).

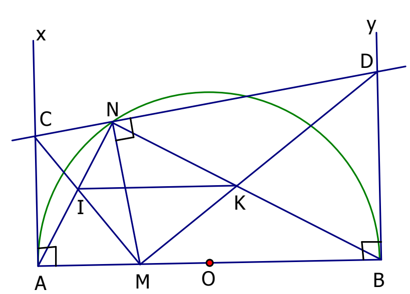
$\Rightarrow$ ACNM là tứ giác nội tiếp đường tròn đường kính MC. Tương tự tứ giác BDNM nội tiếp đường tròn đường kính MD.

b) ΔANB và ΔCMD có:

$\widehat{ABN} = \widehat{CDM}$ (do tứ giác BDNM nội tiếp)

$\widehat{BAN} = \widehat{DCM}$ (do tứ giác ACNM nội tiếp) $\Rightarrow \Delta ANB \sim \Delta CMD$ (g.g)

c) $\Delta ANB \sim \Delta CMD \Rightarrow \widehat{CMD} = \widehat{ANB} = 90^0$ (do $\widehat{ANB}$ là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn (O)).



Suy ra $\widehat{IMK} = \widehat{INK} = 90^0 \Rightarrow$ IMKN là tứ giác nội tiếp đường tròn đường kính IK

$\Rightarrow \widehat{IKN} = \widehat{IMN}$ (1).

Tứ giác ACNM nội tiếp $\Rightarrow \widehat{IMN} = \widehat{NAC}$
(góc nội tiếp cùng chắn cung NC) (2).

Lại có: $\widehat{NAC} = \widehat{ABN} = (\frac{1}{2}\text{sđ}\,\overset{\frown}{AN})$ (3).

Từ (1), (2), (3) suy ra $\widehat{IKN} = \widehat{ABN} \Rightarrow$ IK // AB (đpcm).

Câu 5: Ta có: $\dfrac{a+b}{\sqrt{a(3a+b)}+\sqrt{b(3b+a)}} = \dfrac{2(a+b)}{\sqrt{4a(3a+b)}+\sqrt{4b(3b+a)}}$ (1)

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si cho các số dương ta được:

$\sqrt{4a(3a+b)} \le \dfrac{4a+(3a+b)}{2} = \dfrac{7a+b}{2}$ (2)

$\sqrt{4b(3b+a)} \le \dfrac{4b+(3b+a)}{2} = \dfrac{7b+a}{2}$ (3)

Từ (2) và (3) suy ra: $\sqrt{4a(3a+b)}+\sqrt{4b(3b+a)} \le 4a+4b$ (4)

Từ (1) và (4) suy ra:

$\dfrac{a+b}{\sqrt{a(3a+b)}+\sqrt{b(3b+a)}} \ge \dfrac{2(a+b)}{4a+4b} = \dfrac{1}{2}$. Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $a = b$.

☒Lời nhắn

Câu V

Các bạn được sử dụng bất đẳng thức Cô-si để làm toán như một định lý (không phải chứng minh)

Bất đẳng thức Cô-si chỉ áp dụng cho các số không âm. Cụ thể là :

+ Với hai số $a \ge 0$, $b \ge 0$ ta có $\dfrac{a+b}{2} \ge \sqrt{ab}$, dấu đẳng thức có khi và chỉ khi $a = b$.

+ Với ba số $a \geq 0, b \geq 0, c \geq 0$ ta có $\frac{a+b+c}{3} \geq \sqrt[3]{abc}$***, dấu đẳng thức có khi và chỉ khi*** $a = b = c$.