Đáp án và hướng dẫn giải

Câu 1:

a) Biểu thức A có nghĩa $\Leftrightarrow \begin{cases} x - 1 \geq 0 \\ 3 - x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 1 \leq x \leq 3$.

b) $\frac{1}{3-\sqrt{5}} - \frac{1}{\sqrt{5}+1} = \frac{3+\sqrt{5}}{(3-\sqrt{5})(3+\sqrt{5})} - \frac{\sqrt{5}-1}{(\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}-1)}$

$= \frac{3+\sqrt{5}}{9-5} - \frac{\sqrt{5}-1}{5-1} = \frac{(3+\sqrt{5})-(\sqrt{5}-1)}{4} = 1$.

Câu 2:

a) $(x-3)^2 = 4 \Leftrightarrow x - 3 = \pm 2 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = 5 \\ x = 1 \end{array}\right.$.

Vậy phương trình có 2 nghiệm $x = 5$; $x = 1$

b) Đk: $x \neq -\frac{1}{2}$.

$\frac{x-1}{2x+1} < \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{x-1}{2x+1} - \frac{1}{2} < 0 \Leftrightarrow \frac{(2x-2)-(2x+1)}{2(2x+1)} < 0$

$\Leftrightarrow \frac{-3}{2(2x+1)} < 0 \Leftrightarrow 2x + 1 > 0 \Leftrightarrow x > -\frac{1}{2}$.

Câu 3:

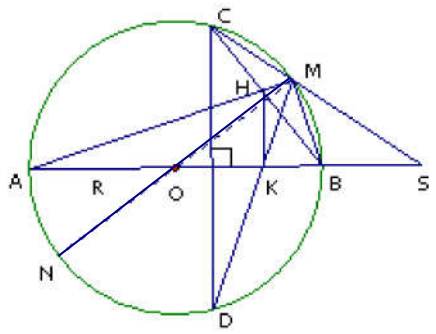
a) Ta có $\Delta' = m^2 + 1 > 0$, $\forall m \in R$. Do đó phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt.

b) Theo định lí Vi-ét thì: $x_1 + x_2 = 2m$ và $x_1.x_2 = -1$.

Ta có: $x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = 7 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 3x_1.x_2 = 7$

$\Leftrightarrow 4m^2 + 3 = 7 \Leftrightarrow m^2 = 1 \Leftrightarrow m = \pm 1$.

Câu 4:



a) ΔSBC và ΔSMA có:

$\widehat{BSC} = \widehat{MSA}$, $\widehat{SCB} = \widehat{SAM}$

(góc nội tiếp cùng chắn $\overset{\frown}{MB}$).

$\Rightarrow \Delta SBC \sim \Delta SMA$.

b) Vì $AB \perp CD$ nên $\overset{\frown}{AC} = \overset{\frown}{AD}$

.

Suy ra $\widehat{MHB} = \widehat{MKB}$ (vì cùng bằng $\frac{1}{2}(sd\overset{\frown}{AD} + sd\overset{\frown}{MB}) \Rightarrow$ tứ giác BMHK nội tiếp được đường tròn

$\Rightarrow \widehat{HMB} + \widehat{HKB} = 180^0$ (1).

Lại có: $\widehat{HMB} = \widehat{AMB} = 90^0$ (2) (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn).

Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{HKB} = 90^0$, do đó HK // CD (cùng vuông góc với AB).

c) Vẽ đường kính MN, suy ra $\overset{\frown}{MB} = \overset{\frown}{AN}$.

Ta có: $\widehat{OSM} = \widehat{ASC} = \frac{1}{2}(sđ\overset{\frown}{AC} - sđ\overset{\frown}{BM})$; $\widehat{OMK} = \widehat{NMD} = \frac{1}{2}sđ\overset{\frown}{ND} = \frac{1}{2}(sđ\overset{\frown}{AD} - sđ\overset{\frown}{AN})$;

mà $\overset{\frown}{AC} = \overset{\frown}{AD}$ và $\overset{\frown}{MB} = \overset{\frown}{AN}$ nên suy ra $\widehat{OSM} = \widehat{OMK}$

$\Rightarrow \Delta OSM \sim \Delta OMK$ (g.g) $\Rightarrow \frac{OS}{OM} = \frac{OM}{OK} \Rightarrow OK.OS = OM^2 = R^2$.

Câu 5: Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^3 + 1 = 2y \ (1) \\ y^3 + 1 = 2x \ (2) \end{cases}$

Lấy pt (1) trừ pt (2) ta được: $x^3 - y^3 = 2(y - x)$

$\Leftrightarrow (x - y)(x^2 - xy + y^2 + 2) = 0 \Leftrightarrow x - y = 0 \Leftrightarrow x = y.$

(do $x^2 - xy + y^2 + 2 = \left(x - \frac{y}{2}\right)^2 + \frac{3y^2}{4} + 2 > 0$)

Với x = y ta có phương trình: $x^3 - 2x + 1 = 0$

$\Leftrightarrow (x - 1)(x^2 + x - 1) = 0 \Leftrightarrow x = 1;\ x = \frac{-1+\sqrt{5}}{2};\ x = \frac{-1-\sqrt{5}}{2}$.

Vậy hệ đã cho có 3 nghiệm là: $(1;1), \left(\frac{-1+\sqrt{5}}{2}; \frac{-1+\sqrt{5}}{2}\right), \left(\frac{-1-\sqrt{5}}{2}; \frac{-1-\sqrt{5}}{2}\right)$.

hoc360.net