

Hướng dẫn giải chi tiết

Câu 1.

a) $3x + 4y = 2 \Leftrightarrow y = -\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}$, nên hệ số góc của đường thẳng d là $k = -\frac{3}{4}$.

b) $d // d_1 \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 1 = -\frac{3}{4} \\ m \neq \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 = \frac{1}{4} \\ m \neq \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \pm \frac{1}{2} \\ m \neq \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow m = -\frac{1}{2}$.

Vậy với $m = -\frac{1}{2}$ thì $d_1 // d$.

Câu 2.

Hệ phương trình $\begin{cases} ax + by = 3 \\ bx - ay = 11 \end{cases}$ có nghiệm $\begin{cases} x = 3 \\ y = -1 \end{cases}$ nên $\begin{cases} a \cdot 3 + b(-1) = 3 \\ b \cdot 3 - a(-1) = 11 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 3a - b = 3 \\ a + 3b = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9a - 3b = 9 \\ a + 3b = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10a = 20 \\ a + 3b = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ 3a - b = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 3 \end{cases}$.

Câu 3.

a) Do $ac = (1 + \sqrt{3})(1 - \sqrt{3}) = 1 - 3 = -2 < 0$ nên phương trình (1) luôn có 2 nghiệm phân biệt.

b) Vì x_1, x_2 là 2 nghiệm của phương trình (1) nên theo hệ thức Vi-et, ta có:

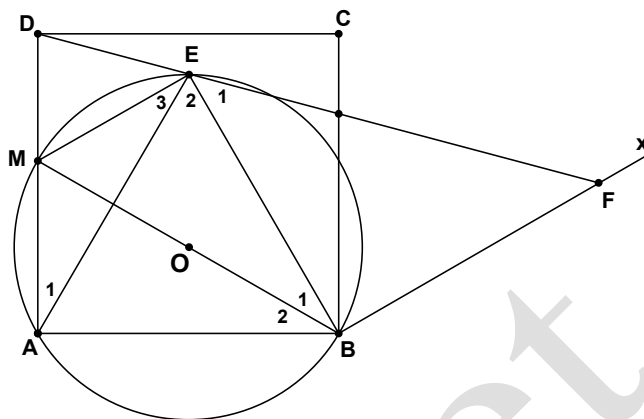
$$x_1 + x_2 = \frac{2}{1 + \sqrt{3}}, \quad x_1 x_2 = \frac{1 - \sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}}.$$

Do đó: $S = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} = \frac{2}{1 - \sqrt{3}} = \frac{2(1 + \sqrt{3})}{-2} = -(1 + \sqrt{3})$.

và $P = \frac{1}{x_1} \cdot \frac{1}{x_2} = \frac{1}{x_1 x_2} = \frac{1 + \sqrt{3}}{1 - \sqrt{3}} = \frac{(1 + \sqrt{3})^2}{-2} = \frac{4 + 2\sqrt{3}}{-2} = -(2 + \sqrt{3})$.

Vậy phương trình bậc 2 cần tìm là: $X^2 + (1 + \sqrt{3})X - (2 + \sqrt{3}) = 0$.

Câu 4.



a) Tam giác ADE cân tại A vì

$AD = AE$. Lại có:

$$\widehat{A}_1 = \widehat{DAB} - \widehat{EAB} = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

Do đó

$$\widehat{ADE} = \widehat{AED} = \frac{1}{2}(180^\circ - 30^\circ) = 75^\circ.$$

b) Từ giả thiết, dễ thấy tam giác

BEF

vuông cân tại B, nên $\widehat{E}_1 = 45^\circ$.

Từ đó ta có:

$$\widehat{DEF} = \widehat{DEA} + \widehat{E}_2 + \widehat{E}_1 = 75^\circ + 60^\circ + 45^\circ = 180^\circ \text{ suy ra 3 điểm D, E, F thẳng hàng, đpcm.}$$

c) Ta có: $\widehat{B}_1 = \widehat{A}_1$ (cùng chắn cung EM) suy ra $\widehat{B}_1 = 30^\circ$ nên $\widehat{B}_2 = 30^\circ$.

Mà $\widehat{E}_3 = \widehat{B}_2$ nên $\widehat{E}_3 = 30^\circ$.

Vậy $\widehat{E}_2 + \widehat{E}_3 = 60^\circ + 30^\circ = 90^\circ$ hay $ME \perp EB$. Mặt khác $BF \perp EB$ do đó $ME \parallel BF$.

Câu 5.

Từ (1) ta có: $x^3 = -2(y-1)^2 - 1 \leq -1 \Rightarrow x \leq -1$ (3)

Từ (2) ta có: $x^2 = \frac{2y}{y^2+1} \leq 1 \Rightarrow x^2 \leq 1 \Rightarrow -1 \leq x \leq 1$ (4)

Từ (3) và (4), suy ra $x = -1$, thay vào hệ đã cho ta được $y = 1$.

Vậy $P = 2$.