Hướng dẫn giải chi tiết

Câu 1: (2 điểm)

1) Tính: $\sqrt{48} - 2\sqrt{75} + \sqrt{108} = \sqrt{16 . 3} - 2\sqrt{25 . 3} + \sqrt{36 . 3}$

$= 4\sqrt{3} - 10\sqrt{3} + 6\sqrt{3} = 0$

2) Rút gọn biểu thức: $P = \left(\frac{1}{1 - \sqrt{x}} - \frac{1}{1 + \sqrt{x}}\right) . \left(1 - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)$

$= \left(\frac{1 + \sqrt{x} - 1 + \sqrt{x}}{1 - x}\right)\left(\frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x}}\right) = \frac{2\sqrt{x}}{1 - x} . \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x}} = \frac{-2}{1 + \sqrt{x}}$

Câu 2:

1) Đường thẳng y = ax + b đi qua 2 điểm M (3; 2) và N(4; -1) nên:

$\begin{cases} 2 = 3a + b \\ -1 = 4a + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = 11 \end{cases}$

2) Giải hệ pt:

$\begin{cases} 2x + 5y = 7 \\ 3x - y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 5y = 7 \\ 15x - 5y = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 17y = 17 \\ 3x - y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}.$

Câu 3:

1) Khi m = 2, phương trình (1) trở thành: $x^2 - 4x - 12 = 0$

$\Delta' = 16$, pt đã cho có 2 nghiệm: x = - 2; x = 6.

2) Phương trình (1) có nghiệm $\Leftrightarrow \Delta' \geq 0 \Leftrightarrow m^2 + 6m \Leftrightarrow m \leq -6; m \geq 0$ (2)

Khi đó, theo hệ thức Vi ét ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1x_2 = -6m \end{cases}$ (3)

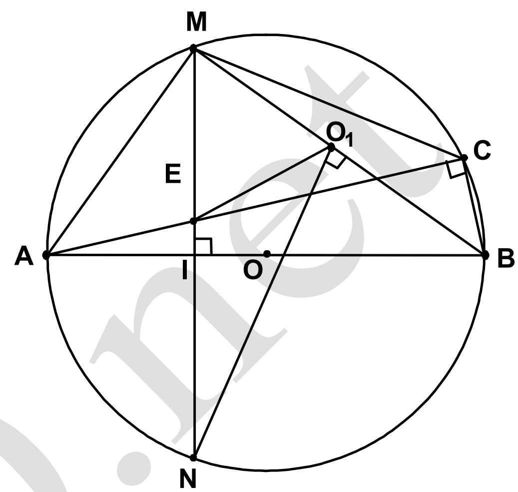
Phương trình có 1nghiệm gấp 2 lần nghiệm kia khi và chỉ khi:

$x_1 = 2x_2; \ x_2 = 2x_1 \Leftrightarrow (x_1 - 2x_2)(x_2 - 2x_1) = 0 \Leftrightarrow 5x_1x_2 - 2(x_1^2 + x_2^2) = 0$

$\Leftrightarrow 5x_1x_2 - 2[(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2] = 0 \Leftrightarrow 9x_1x_2 - 2(x_1 + x_2)^2 = 0$ (4)

Từ (3), (4), ta có: $-54m - 8m^2 = 0 \Leftrightarrow m = 0;\ m = -\frac{27}{4}$ (thỏa mãn đk (2))

Vậy các giá trị m cần tìm là $m = 0;\ m = -\frac{27}{4}$.



Câu 4:

1. Theo giả thiết MN $\perp$AB tại I

$\widehat{ACB} = 90^0$ hay $\widehat{ECB} = 90^0$

$\Rightarrow\ \widehat{EIB} + \widehat{ECB} = 180^0$

mà đây là hai góc đối của tứ giác IECB nên tứ giác IECB là tứ giác nội tiếp.

2. Theo giả thiết MN $\perp$AB, suy ra A là điểm chính giữa của $\overset{\frown}{MN}$ nên $\widehat{AMN} = \widehat{ACM}$ (hai góc nội tiếp chắn hai cung bằng nhau) hay $\widehat{AME} = \widehat{ACM}$, lại có $\widehat{CAM}$ là góc chung do đó tam giác AME đồng dạng với tam giác ACM $\Rightarrow \frac{AM}{AC} = \frac{AE}{AM} \Rightarrow AM^2 = AE.AC$.

3. Theo trên $\widehat{AMN} = \widehat{ACM}\ \Rightarrow$ AM là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp ΔECM. Nối MB ta có $\widehat{AMB} = 90^0$, do đó tâm O_1 của đường tròn ngoại tiếp ΔECM phải nằm trên BM.

Ta thấy NO_1 nhỏ nhất khi NO_1 là khoảng cách từ N đến BM$\Rightarrow NO_1 \perp BM$. Gọi O_1 là chân đường vuông góc kẻ từ N đến BM ta được O_1 là tâm đường tròn ngoại tiếp Δ ECM có bán kính là O_1M.

Do đó để khoảng cách từ N đến tâm đường tròn ngoại tiếp Δ ECM là nhỏ nhất thì C phải là giao điểm của đường tròn (O_1), bán kính O_1M với đường tròn (O) trong đó O_1 là hình chiếu vuông góc của N trên BM.

Câu 5:

Từ $2x + 3y \le 6 \Rightarrow y \le 2 - \frac{2}{3}x \Rightarrow -y \ge \frac{2}{3}x - 2$

$K = x^2 - 2x - y \ge x^2 - 2x + \frac{2x}{3} - 2 = (x - \frac{2}{3})^2 - \frac{22}{9} \ge \frac{-22}{9}$

Suy ra : min $K = \frac{-22}{9}$ khi $x = \frac{2}{3}$ **;** $y = \frac{14}{9}$

Ta có : $2x^2 + xy \le 4x \quad (x \ge 0)$

$\Rightarrow x^2 - 2x - y \le -\frac{xy}{2} - y = \frac{-y(x+2)}{2} \le 0$

Suy ra : max K = 0 khi $\begin{cases} y = 0 \\ x = 0 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} y = 0 \\ x = 2 \end{cases}$

Lời bình :

Câu V

• Nhiều khi tìm trực tiếp GTNN của biểu thức K thật khó khăn. "Cái khó ló cái khôn", người ta bắc cầu K qua biểu thức B (bé hơn) theo sơ đồ "bé dần": $K \ge B$. Rồi đi tìm GTNN của B, từ đó mà suy ra GTNN của biểu thức K. Các mối liên hệ giữa K và giả thiết sẽ chỉ dẫn chúng ta tìm đến B.

+ Trong bài toán trên, thấy trong biểu thức $K = x^2 - 2x - y$ có chứa $-y$, nên để thuận theo sơ đồ "bé dần" ta biến đổi :

$$2x + 3y \le 6 \quad \Leftrightarrow \quad -y \ge \frac{2x}{3} - 2$$

Thay $-y$ ***bởi*** $\frac{2x}{3} - 2$ ***ta có*** $K \ge B = \left(x - \frac{2}{3}\right)^2 - \frac{22}{9}$.

• Cũng vậy, đối với tìm GTLN thì việc bắc cầu phải theo sơ đồ "lớn dần": $K \le L$

+ Trong các giả thiết không thể suy ra $-y \le h(x)$ để tìm L (lớn hơn) trong sơ đồ "lớn dần" . Vậy nên để có biểu thức L buộc phải đánh giá bộ phận còn lại $x^2 - 2x \le g(x)$.

Ta có $2x + y \le 4 \Leftrightarrow x - 2 \le \frac{y}{2} \overset{x\ge 0}{\Leftrightarrow} x^2 - 2x \le \frac{xy}{2}$***. (ở đây*** $g(x) = \frac{xy}{2}$***)***

Thay $x^2 - 2x$ ***bởi*** $\frac{xy}{2}$ ***ta có*** $K \le L = -\frac{y}{2}(x+2)$.

• Chắc chắn bạn còn thắc mắc là bài toán có hai giả thiết, thế nhưng khi tìm GTNN (GTLN) lại sử dụng giả thiết này mà không sử dụng giả thiết kia ?

+ Trong quá trình đánh giá có thể tìm được nhiều biểu thức B. Gọi B_k là một trong số các biểu thức B tìm được và có $\min B_k = \beta$. Thế thì β chưa hẳn đã là GTNN của K. Chỉ trong trường hợp khi $\min B_k = \beta$ mà ta cũng có $K = B_k$ (hoá giải được dấu "=" trong sơ đồ "lớn hơn") thì mới có $\min K = \min B_k = \beta$. Trong trường hợp đó biểu thức B_k được gọi là "kết". Lời giải chỉ thành công khi tìm được "kết". Trong bài toán trên, sử dụng giả thiết còn lại không dẫn tới "kết".

Tình huống cũng tương tự đối với việc tìm biểu thức L. Biểu thức L dẫn tới maxK cũng được gọi là "kết".

+ Trong bài toán trên, hình thức các giả thiết chưa đủ để chỉ dẫn "bắt mạch" sử dụng giả thiết này hay giả thiết kia. Nhiều bài toán phức tạp có thể cần sự kết hợp của tất cả các giả thiết mới tìm được "kết".

• Mấu chốt của bài toán tìm GTNN, GTLN là tìm "kết".

Nhìn lại kết của các đề trước :

+ Câu 5, đề 1, "kết" chính là biểu thức phải tìm GTNN.

+ Câu 5, đề 11, "kết" là $B_k = \frac{3}{2}(x+y) + \left(\frac{3}{2}x + \frac{6}{x}\right) + \left(\frac{1}{2}y + \frac{8}{y}\right)$.

+ Câu 5, đề 32, "kết" là $B_k = \Delta_1 + \Delta_2$.