

## Đáp án và hướng dẫn giải

**Câu 1:** a)  $\left(\sqrt{\frac{3}{2}} - \sqrt{\frac{2}{3}}\right) \cdot \sqrt{6} = \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \sqrt{6} - \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{6} = \sqrt{\frac{3}{2} \cdot 6} - \sqrt{\frac{2}{3} \cdot 6} = \sqrt{9} - \sqrt{4} = 3 - 2 = 1$

b) Vì đường thẳng  $y = ax + b$  đi qua điểm  $A(2; 3)$  nên thay  $x = 2$  và  $y = 3$  vào phương trình đường thẳng ta được:  $3 = 2a + b$  (1). Tương tự:  $1 = -2a + b$  (2).

Từ đó ta có hệ:

$$\begin{cases} 2a + b = 3 \\ -2a + b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2b = 4 \\ 2a + b = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = 2 \end{cases}$$

**Câu 2:** a) Giải phương trình:  $x^2 - 3x + 1 = 0$ . Ta có:  $\Delta = 9 - 4 = 5$

Phương trình có hai nghiệm:  $x_1 = \frac{3 + \sqrt{5}}{2}$ ;  $x_2 = \frac{3 - \sqrt{5}}{2}$ .

b) Điều kiện:  $x \neq \pm 1$ .

$$\frac{x}{x-1} + \frac{-2}{x+1} = \frac{4}{x^2-1} \Leftrightarrow \frac{x(x+1)}{x^2-1} + \frac{-2(x-1)}{x^2-1} = \frac{4}{x^2-1}$$

$$\Leftrightarrow x(x+1) - 2(x-1) = 4 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = 2 \end{cases}$$

Đối chiếu với điều kiện suy ra phương trình đã cho có nghiệm duy nhất  $x = 2$ .

**Câu 3:**

Gọi vận tốc của ô tô thứ nhất là  $x$  (km/h). Suy ra vận tốc của ô tô thứ hai là:  $x - 10$  (km/h) (Đk:  $x > 10$ ).

Thời gian để ô tô thứ nhất và ô tô thứ hai chạy từ A đến B lần lượt là  $\frac{120}{x}$  (h) và

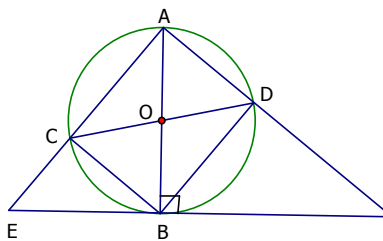
$$\frac{120}{x-10} \text{ (h)}.$$

Theo bài ra ta có phương trình:  $\frac{120}{x} = \frac{120}{x-10} - 0,4$

Giải ra ta được  $x = 60$  (thỏa mãn). Vậy vận tốc của ô tô thứ nhất là 60 km/h và ô tô thứ hai là 50 km/h.

**Câu 4:**

a) Tứ giác ACBD có hai đường chéo AB và CD bằng nhau và cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường, suy ra ACBD là hình chữ nhật



b) Tứ giác ACBD là hình chữ nhật suy ra:

$\widehat{CAD} = \widehat{BCE} = 90^\circ$  (1). Lại có  $\widehat{CBE} = \frac{1}{2}$  số đo  $\widehat{BC}$  (góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung);

$\widehat{ACD} = \frac{1}{2}$  số đo  $\widehat{AD}$  (góc nội tiếp), mà  $\widehat{BC} = \widehat{AD}$  (do  $BC = AD$ )  $\Rightarrow \widehat{CBE} = \widehat{ACD}$  (2). Từ (1)

và (2) suy ra  $\Delta ACD \sim \Delta CBE$ .

c) Vì ACBD là hình chữ nhật nên CB song song với AF, suy ra:  $\widehat{CBE} = \widehat{DFE}$  (3). Từ

(2) và (3) suy ra  $\widehat{ACD} = \widehat{DFE}$  do đó tứ giác CDFE nội tiếp được đường tròn.

d) Do  $CB \parallel AF$  nên  $\Delta CBE \sim \Delta AFE$ , suy ra:  $\frac{S_1}{S} = \frac{EB^2}{EF^2}$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{S_1}{S}} = \frac{EB}{EF}. \text{ Tương tự ta có } \sqrt{\frac{S_2}{S}} = \frac{BF}{EF}. \text{ Từ đó suy ra: } \sqrt{\frac{S_1}{S}} + \sqrt{\frac{S_2}{S}} = 1 \Rightarrow$$

$$\sqrt{S_1} + \sqrt{S_2} = \sqrt{S}.$$

**Câu 5:**

Đk:  $x^3 + 1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -1$  (1).

Đặt:  $a = \sqrt{x+1}$ ;  $b = \sqrt{x^2 - x + 1}$ , ( $a \geq 0$ ;  $b > 0$ ) (2)  $\Rightarrow a^2 + b^2 = x^2 + 2$ .

Khi đó phương trình đã cho trở thành:  $10.ab = 3.(a^2 + b^2) \Leftrightarrow (a - 3b)(3a - b) = 0$

$\Leftrightarrow a = 3b$  hoặc  $b = 3a$ .

+) Nếu  $a = 3b$  thì từ (2) suy ra:  $\sqrt{x+1} = 3\sqrt{x^2-x+1} \Leftrightarrow 9x^2 - 10x + 8 = 0$  (vô nghiệm).

+) Nếu  $b = 3a$  thì từ (2) suy ra:  $3\sqrt{x+1} = \sqrt{x^2-x+1} \Leftrightarrow 9x + 9 = x^2 - x + 1 \Leftrightarrow x^2 - 10x - 8 = 0$ . Phương trình có hai nghiệm  $x_1 = 5 + \sqrt{33}$ ;  $x_2 = 5 - \sqrt{33}$  (thỏa mãn (1)).  
Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm  $x_1 = 5 + \sqrt{33}$  và  $x_2 = 5 - \sqrt{33}$ .

**Lời bình:**

#### **Câu IV**

**1) Để chứng minh đẳng thức (\*) về diện tích các tam giác (chẳng hạn  $\sqrt{S_1} + \sqrt{S_2} = \sqrt{S}$  (\*\*))**

**Bạn có thể nghĩ đến một trong ba cách sau :**

• Nếu ba tam giác tương ứng có một cạnh bằng nhau thì biến đổi (\*) về đẳng thức các đường cao tương ứng  $h_1, h_2, h$  để chứng minh (chẳng hạn (\*\*))  $\Leftrightarrow h_1 + h_2 = h$ .

• Nếu ba tam giác tương ứng có một đường cao bằng nhau thì biến đổi (\*) về đẳng thức các cạnh tương ứng  $a_1, a_2, a$  để chứng minh (chẳng hạn (\*\*))  $\Leftrightarrow a_1 + a_2 = a$ .

• Nếu hai trường hợp trên không xảy ra thì biến đổi (\*) về đẳng thức tỉ số diện tích để chứng minh (chẳng hạn (\*\*))  $\Leftrightarrow \sqrt{\frac{S_1}{S}} + \sqrt{\frac{S_2}{S}} = 1$ ). Thường đẳng thức về tỉ số diện tích tam giác là đẳng thức về tỉ số các cạnh tương ứng trong các cặp tam giác đồng dạng.

**2) Trong bài toán trên, hai khả năng đầu không xảy ra. Điều đó dẫn chúng ta đến lời giải với các cặp tam giác đồng dạng.**

#### **Câu V**

**Để các bạn có cách nhìn khái quát, chúng tôi khai triển bài toán trên một bình diện mới.**

**Viết lại**  $10\sqrt{x^3+1} = 3(x^2+2) \Leftrightarrow 10\sqrt{(x+1)(x^2-x+1)} = 3[(x+1) + x^2 - x + 1]$   
(1)

**Phương trình (1) có dạng**  $\alpha P(x) + \beta Q(x) + \gamma \sqrt{P(x)Q(x)} = 0$  ( $\alpha \neq 0, \beta \neq 0, \gamma \neq 0$ )  
(2)

**(phương trình đẳng cấp đối với  $P(x)$  và  $Q(x)$ ). Đặt**  $\sqrt{Q(x)} = t \cdot \sqrt{P(x)}$ , (3)

**phương trình (1) được đưa về**  $\alpha^2 + \gamma t + \beta = 0$ . (4)

**Sau khi tìm được  $t$  từ (4), thế vào (3) để tìm  $x$ .**