

Đáp án và hướng dẫn giải

Câu 1: Tính

$$\begin{aligned} \text{a) } A &= \sqrt{20} - 3\sqrt{18} - \sqrt{45} + \sqrt{72} = \sqrt{4.5} - 3\sqrt{9.2} - \sqrt{9.5} + \sqrt{36.2} = \\ &= 2\sqrt{5} - 9\sqrt{2} - 3\sqrt{5} + 6\sqrt{2} = -3\sqrt{2} - \sqrt{5}. \end{aligned}$$

$$\text{b) } B = \sqrt{4+\sqrt{7}} + \sqrt{4-\sqrt{7}}$$

$$\sqrt{2}B = \sqrt{8+2\sqrt{7}} + \sqrt{8-2\sqrt{7}} = \sqrt{(\sqrt{7}+1)^2} + \sqrt{(\sqrt{7}-1)^2} = \sqrt{7}+1+|\sqrt{7}-1|$$

$$\sqrt{2}B = 2\sqrt{7} \Leftrightarrow B = \sqrt{14}$$

$$\text{c) } C = \sqrt{x+2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x-2\sqrt{x-1}} \text{ với } x \geq 1$$

$$C = \sqrt{(\sqrt{x-1}+1)^2} + \sqrt{(\sqrt{x-1}-1)^2} = \sqrt{x-1}+1+|\sqrt{x-1}-1|$$

$$\text{+) Nếu } x \geq 2 \text{ thì } C = \sqrt{x-1}+1+\sqrt{x-1}-1 = 2\sqrt{x-1}$$

$$\text{+) Nếu } x < 2, \text{ thì } C = \sqrt{x-1}+1+1-\sqrt{x-1} = 2.$$

Câu 2:

a) Hàm số $y = (2m - 1)x - m + 2$ nghịch biến trên \mathbb{R}

khi và chỉ khi $2m - 1 > 0 \Leftrightarrow m > \frac{1}{2}$

b) Đồ thị hàm số đi qua A (1; 2) khi: $2 = (2m - 1).1 - m + 2 \Leftrightarrow m = 1.$

Vậy hàm số $y = x + 1$

Câu 3:

Gọi x, y là thời gian người thợ thứ nhất và người thợ thứ 2 làm một mình (x, y > 0, tính bằng giờ).

- Một giờ mỗi người làm được $\frac{1}{x}$; $\frac{1}{y}$ công việc cả 2 người làm được $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{16}$.

(vì 2 người làm trong 16 giờ thì xong công việc)

- Trong 3 giờ người thứ nhất làm được $\frac{3}{x}$ (CV), 6 giờ người 2 làm được $\frac{6}{y}$ (CV) vì

cả hai làm được $\frac{1}{4}$ (CV) nếu ta có $\frac{3}{x} + \frac{6}{y} = \frac{1}{4}$

Do đó ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{16} \\ \frac{3}{x} + \frac{6}{y} = \frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3}{x} + \frac{3}{y} = \frac{3}{16} \\ \frac{3}{x} + \frac{6}{y} = \frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3}{y} = \frac{1}{16} \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{16} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 24 \\ y = 48 \end{cases}$$

Vậy người thứ nhất hoàn thành công việc trong 24 giờ

người thứ hai hoàn thành công việc trong 48 giờ

Câu 4:

a) Xét $\triangle ABM$ và $\triangle AMC$

Có góc A chung; $\widehat{AMB} = \widehat{MCB}$

(= $\frac{1}{2}$ số cung MB)

$\Rightarrow \triangle AMB \sim \triangle ACM$ (g.g)

$\Rightarrow \frac{AM}{AC} = \frac{AB}{AM} \Rightarrow AM^2 = AB.AC$

b) Tứ giác AMON có $\widehat{M} + \widehat{N} = 180^\circ$

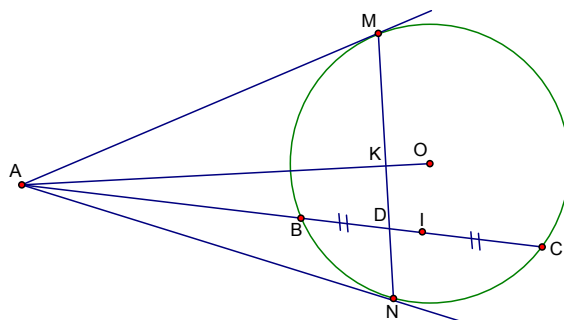
(Vì $\widehat{M} = \widehat{N} = 90^\circ$ tính chất tiếp tuyến)

\Rightarrow AMON là tứ giác nội tiếp được

- Vì $OI \perp BC$ (định lý đường kính và dây cung)

Xét tứ giác AMOI có $\widehat{M} + \widehat{I} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow$ AMOI là tứ giác nội tiếp được

c) Ta có $OA \perp MN$ tại K (vì K trung điểm MN), MN cắt AC tại D.



Xét tứ giác KOID có $\widehat{K} + \widehat{I} = 180^\circ \Rightarrow$ tứ giác KOID nội tiếp đường tròn tâm O_1
 $\Rightarrow O_1$ nằm trên đường trung trực của DI mà $AD \cdot AI = AK \cdot AO = AM^2 = AB \cdot AC$
không đổi (Vì A, B, C, I cố định).

Do AI không đổi \Rightarrow AD không đổi \Rightarrow D cố định.

Vậy O_1 tâm đường tròn ngoại tiếp ΔOIK luôn thuộc đường trung trực của DI cố định.

Câu 5:

Ta có: $(2x+1)y = x+1 \Leftrightarrow y = \frac{x+1}{2x+1} \Leftrightarrow 2y = \frac{2x+2}{2x+1} \Leftrightarrow 2y = 1 + \frac{1}{2x+1}$ (*)

Xét pt (*): Để x, y nguyên thì $2x+1$ phải là ước của 1, do đó:

+ Hoặc $2x+1 = 1 \Leftrightarrow x = 0$, thay vào (*) được $y = 1$.

+ Hoặc $2x+1 = -1 \Leftrightarrow x = -1$, thay vào (*) được $y = 0$

Vậy pt đã cho có 2 nghiệm nguyên là: $(0; 1)$; $(-1; 0)$.

☒ **Lời nhắn.**

Câu IV.c Liên hệ với lời bình sau câu 4c đề 1