Đáp án và hướng dẫn giải

Câu 1.

1) Phương trình tương đương với $\sqrt{3}x=-\sqrt{75} \Leftrightarrow \sqrt{3}x=-5\sqrt{3} \Leftrightarrow x=-5$

2) Hệ phương trình $\begin{cases}3x-2y=1\\4x+2y=-8\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}7x=-7\\3x-2y=1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=-1\\y=-2\end{cases}$.

Câu 2.

1) Với $m=2$ phương trình trở thành $2x^2-5x+2=0$.

$\Delta=5^2-4.2.2=9$ nên phương trình có hai nghiệm $x_1=2$, $x_2=\frac{1}{2}$.

2) Phương trình có biệt thức $\Delta=(m+3)^2-4.2.m=m^2-2m+9=(m-1)^2+8>0$ với mọi m.

Do đó phương trình luôn có hai nghiệm x_1,x_2. Khi đó theo định lý Viet thì

$$\begin{cases}x_1+x_2=\dfrac{m+3}{2}\\x_1x_2=\dfrac{m}{2}\end{cases}.$$

Biểu thức A = $|x_1-x_2|=\sqrt{(x_1-x_2)^2}=\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}=\sqrt{\left(\frac{m+3}{2}\right)^2-4\frac{m}{2}}=$

$\frac{1}{2}\sqrt{m^2-2m+9}=\frac{1}{2}\sqrt{(m-1)^2+8}$.

Do $(m-1)^2\ge 0$ nên $\sqrt{(m-1)^2+8}\ge\sqrt{8}=2\sqrt{2}$, suy ra A ≥ $\sqrt{2}$.

Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow m=1$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của A là $\sqrt{2}$, đạt được khi $m=1$.

Câu 3.

1) Ta có $9\sqrt{a}-\sqrt{25a}+\sqrt{4a^3}=9\sqrt{a}-5\sqrt{a}+2a\sqrt{a}=2\sqrt{a}(a+2)$ và $a^2+2a=a(a+2)$

nên P = $\dfrac{2\sqrt{a}(a+2)}{a(a+2)}=\dfrac{2}{\sqrt{a}}$.

2) Gọi vận tốc canô trong nước yên lặng là x (km/h, $x > 4$)

Vận tốc ca nô khi nước xuôi dòng là $x+4$ và thời gian ca nô chạy xuôi dòng là $\frac{48}{x+4}$

.

Vận tốc ca nô khi nước ngược dòng là $x-4$ và thời gian ca nô chạy ngược dòng là $\frac{48}{x-4}$.

Theo giả thiết ta có phương trình $\frac{48}{x+4}+\frac{48}{x-4}=5$ (*)

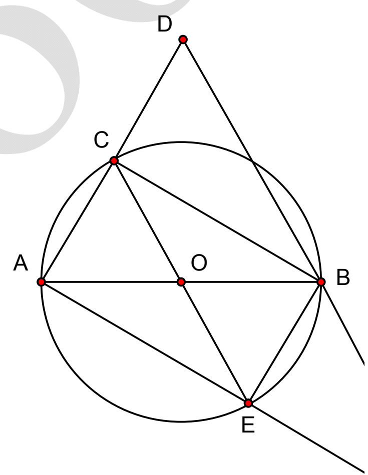
(*) $\Leftrightarrow 48(x-4+x+4)=5(x^2-16) \Leftrightarrow 5x^2-96x-80=0$

Giải phương trình ta được $x=-0,8$ (loại), $x=20$ (thỏa mãn)

Vậy vận tốc ca nô khi nước yên lặng là 20 km/h

Câu 4.

1) Chứng minh ΔABD cân



Xét ΔABD có BC$\perp$DA và CA = CD nên BC vừa là đường cao vừa là trung tuyến của nó.

Vậy ΔABD cân tại B

2) Chứng minh rằng ba điểm D, B, F cùng nằm trên một đường thẳng.

Vì $\widehat{CAE}=90^0$, nên CE là đường kính của (O).

Ta có CO là đường trung bình của tam giác ABD

Suy ra BD // CO hay BD // CE (1)

Tương tự CE là đường trung bình của tam giác ADF.

Suy ra DF // CE (2). Từ (1) và (2) suy ra D, B, F cùng nằm trên một đường thẳng.

3) Chứng minh rằng đường tròn đi qua ba điểm A, D, F tiếp xúc với đường tròn (O).

Tam giác ADF vuông tại A và theo tính chất của đường trung bình DB = CE = BF $\Rightarrow$ B là trung điểm của DF. Do đó đường tròn qua ba điểm A,D,F nhận B làm tâm và AB làm bán kính. Hơn nữa, vì OB = AB - OA nên đường tròn đi qua ba điểm A, D, F tiếp xúc trong với đường tròn (O) tại A.

Câu 5.

Vì các số a,b,c dương nên áp dụng bất đẳng thức Côsi cho hai số ta có:

$$\sqrt{a(b+c)} \le \frac{a+(b+c)}{2} \Rightarrow \sqrt{\frac{a}{b+c}} = \frac{a}{\sqrt{a(b+c)}} \ge \frac{2a}{a+b+c}$$

Tương tự ta cũng có:

$$\sqrt{\frac{b}{c+a}} \ge \frac{2b}{a+b+c}, \sqrt{\frac{c}{a+b}} \ge \frac{2c}{a+b+c}$$

Cộng các bất đẳng thức cùng chiều trên ta có

$$\sqrt{\frac{a}{b+c}} + \sqrt{\frac{b}{c+a}} + \sqrt{\frac{c}{a+b}} \ge \frac{2a+2b+2c}{a+b+c} = 2.$$

Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} a = b + c \\ b = c + a \\ c = a + b \end{cases} \Leftrightarrow a = b = c = 0$, không thoả mãn.

Vậy $\sqrt{\dfrac{a}{b+c}} + \sqrt{\dfrac{b}{c+a}} + \sqrt{\dfrac{c}{a+b}} > 2$.

Lời bình:

Câu II.2

• Các bạn tham khảo thêm một lời giải sau

Gọi x_1, x_2 là các nghiệm nếu có của phương trình . Từ công thức $x_{1,2} = \dfrac{-b \pm \Delta}{2a}$

suy ra :

$$|x_1 - x_2| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{(m-1)^2 + 8}}{2} \geq \sqrt{2}\text{, với mọi m.} \qquad (*)$$

Kết quả (*) cho thấy $\Delta > 0$, $\forall m$ đồng thời có min$|x_1 - x_2| = \sqrt{2}$, đạt được khi m = 8.

• Lời giải đã giảm bớt tối đa các phép toán, điều ấy đồng hành giảm bớt nguy sơ sai sót.

Câu IV.2

Việc chứng minh ba điểm A, B, C thẳng hàng thường được thực hiện bằng cách chứng minh một trong ba điều tương đương sau :

• AB + BC = AC (khi đó B thuộc đoạn thẳng AC).

• Một trong ba điểm ấy là đỉnh một góc bằng 180^0 (chẳng hạn $\widehat{ABC} = 180^0$).

• Một trong ba điểm ấy là điểm chung của hai đoạn thẳng song song (chẳng hạnAB // BC).

•Một trong ba điểm ấy là điểm chung của hai đoạn thẳng cùng tạo với đường thẳng (Δ) có sẵn một góc bằng nhau (chẳng hạn $\widehat{(AB,\Delta)}=\widehat{(AC,\Delta)}$).