

Đáp án và hướng dẫn giải

Câu 1:

$$1) A = \frac{1}{2}\sqrt{4.5} - \sqrt{16.5} + \frac{2}{3}\sqrt{9.5} = \sqrt{5} - 4\sqrt{5} + 2\sqrt{5} = -\sqrt{5}.$$

$$2) B = \left(2 + \frac{5-\sqrt{5}}{\sqrt{5}-1}\right) \cdot \left(2 - \frac{5+\sqrt{5}}{\sqrt{5}+1}\right) \\ = \left(2 + \frac{\sqrt{5}(\sqrt{5}-1)}{\sqrt{5}-1}\right) \left(2 - \frac{\sqrt{5}(\sqrt{5}+1)}{\sqrt{5}+1}\right) = (2+\sqrt{5})(2-\sqrt{5}) = -1$$

Câu 2:

$$1) \begin{cases} 2x - y = 1 - 2y \\ 3x + y = 3 - x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + y = 1 \\ 4x + y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 2 \\ y = 1 - 2x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases}$$

2) Phương trình $x^2 - x - 3 = 0$ có a, c trái dấu nên có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$.

Áp dụng hệ thức Vi-ét, ta có: $x_1 + x_2 = 1$ và $x_1x_2 = -3$.

$$\text{Do đó: } P = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1x_2} = \frac{1}{-3} = -\frac{1}{3}.$$

Câu 3:

Gọi x (km/h) là vận tốc của xe lửa thứ nhất đi từ Huế đến Hà Nội.

Khi đó vận tốc của xe lửa thứ hai đi từ Hà Nội là: $x + 5$ (km/h) (ĐK: $x > 0$)

$$\text{Theo giả thiết, ta có phương trình: } \frac{300}{x+5} + \frac{5}{3} = \frac{345}{x}$$

$$\Leftrightarrow 900x + 5x(x+5) = 1035(x+5) \Leftrightarrow x^2 - 22x - 1035 = 0$$

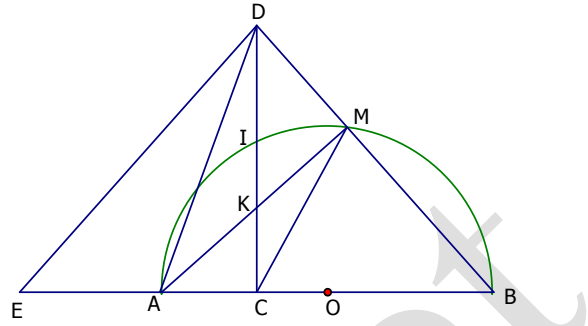
Giải phương trình ta được: $x_1 = -23$ (loại vì $x > 0$) và $x_2 = 45 > 0$.

Vậy vận tốc xe lửa thứ nhất là: 45 km/h và vận tốc xe lửa thứ hai là: 50 km/h

Câu 4:

1) Ta có: $\widehat{AMB} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow \widehat{AMD} = 90^\circ$. Tứ giác ACMD

có $\widehat{AMD} = \widehat{ACD} = 90^\circ$, suy ra ACMD nội tiếp đường tròn đường kính AD.



2) $\triangle ABD$ và $\triangle MBC$ có: \hat{B} chung và

$\widehat{BAD} = \widehat{BMC}$ (do ACMD là tứ giác nội tiếp).

Suy ra: $\triangle ABD \sim \triangle MBC$ (g – g)

3) Lấy E đối xứng với B qua C thì E cố định và $\widehat{EDC} = \widehat{BDC}$, lại có: $\widehat{BDC} = \widehat{CAK}$ (cùng phụ với \hat{B}), suy ra: $\widehat{EDC} = \widehat{CAK}$. Do đó AKDE là tứ giác nội tiếp. Gọi O' là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle AKD$ thì O' cũng là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác AKDE nên $O'A = O'E$, suy ra O' thuộc đường trung trực của đoạn thẳng AE cố định.

Câu 5:

$$A = \frac{1}{x^2 + y^2} + \frac{1}{xy} = \frac{1}{x^2 + y^2} + \frac{1}{2xy} + \frac{1}{2xy}$$

Áp dụng bất đẳng thức Côsi cho hai số dương ta có:

$$x + y \geq 2\sqrt{xy} \Rightarrow 1 \geq 2\sqrt{xy} \Rightarrow 1 \geq 4xy \Rightarrow \frac{1}{2xy} \geq 2 \quad (1)$$

Đẳng thức xảy ra khi $x = y$.

Tương tự với a, b dương ta có:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq 2\sqrt{\frac{1}{ab}} \geq 2 \cdot \frac{2}{a+b} = \frac{4}{a+b} \quad (*)$$

$$\text{Áp dụng bất đẳng thức } (*) \text{ ta có: } \frac{1}{x^2 + y^2} + \frac{1}{2xy} \geq \frac{4}{(x+y)^2} = 4 \quad (2)$$

Truy cập Website : hoc360.net – Tải tài liệu học tập miễn phí

Dấu đẳng thức xảy ra khi $x^2 + y^2 = 2xy \Leftrightarrow x = y$.

Từ (1) và (2) suy ra: $A \geq 6$. Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x = y = \frac{1}{2}$. Vậy $\min A = 6$.

hoc360.net